Lycée du Parc
PCSI 842 Année 2025-2026

Programme de colles: semaine 25.
semaine démarrant le 27 avril

Question de cours:

- Si $u_n \sim v_n$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ positive, alors $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.
- Comparaison série intégrale pour montrer qu'une série de Riemann avec $\alpha > 1$ converge.
- Une série absolument convergente est convergente.
- Si F ssev de E de dimension finie, alors $\dim(F) \leqslant \dim(E)$ et si $\dim(F) = \dim(E)$ alors $F = E$ (on admet que F est de dimension finie).
- Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$, l'image d'une base de E par f est libre ssi f est injective.
- Formule de Grassman, énoncé et démonstration en admettant que $\dim(F \oplus G) = \dim(F) + \dim(G)$.

Au programme :

- Définition de série, terme général, série convergente, divergente.
- Si $\sum u_n$ converge alors le terme général tend vers 0, définition de série divergeant grossièrement.
- Séries classiques : télescopique, géométrique, exponentielle, séries de Riemann.
- Comparaison des séries à termes positifs (avec $\sim, o(\ )$ et $O(\ )$).
- Définition de séries absolument convergente.
- Séries à valeurs dans $\mathbb{C}$.

On reprend l'algèbre linéaire et on rajoute la dimension finie.

- Définition d'un ev de dimension finie.
- Existence d'une base finie.
- Toutes les bases ont même cardinal.
- Comparaison du cardinal d'une famille libre/génératrice avec la dimension de l'espace.
- Définition du rang d'une famille, comparaison au cardinal.
- dimension d'un ssev. égalité d'un ssev de E à E si égalité des dimensions.
- Isomorphisme de E de dimension n avec $\mathbb{K}^n$.
- L'image d'une base de l'espace de départ est une famille génératrice de l'espace d'arrivée.
- Caractérisation de f à l'aide de l'image d'une base.
- deux espaces isomorphes ont même dimension.