Lycée du Parc
PCSI 842

Année 2025-2026

Programme de colles: semaine 25.
semaine démarrant le 18 mai

Question de cours:

- Si F ssev de E de dimension finie, alors $\dim(F) \leqslant \dim(E)$ et si $\dim(F) = \dim(E)$ alors $F = E$ (on admet que F est de dimension finie).
- Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$, l'image d'une base de E par f est libre ssi f est injective.
- Formule de Grassman, énoncé et démonstration en admettant que $\dim(F \oplus G) = \dim(F) + \dim(G)$.
- $Mat_{B'}(y) = Mat_{BB'}(f)Mat_B(x) \Leftrightarrow y = f(x)$
- f bijective $\Leftrightarrow \exists B, Mat_B(f)$inversible $\Leftrightarrow \forall B, Mat_B(f)$ inversible.
- formule du changement de base (énoncé + démo avec l'interprétation de $P_{BB'}$ comme matrice de l'identité.)

Au programme :
Toute l'algèbre linéaire en dimension finie et les matrices d'applications linéaires (+déterminant).

- Définition d'un ev de dimension finie.
- Existence d'une base finie.
- Toutes les bases ont même cardinal.
- Comparaison du cardinal d'une famille libre/génératrice avec la dimension de l'espace.
- Définition du rang d'une famille, comparaison au cardinal.
- dimension d'un ssev. égalité d'un ssev de E à E si égalité des dimensions.
- Isomorphisme de E de dimension n avec $\mathbb{K}^n$.
- L'image d'une base de l'espace de départ est une famille génératrice de l'espace d'arrivée.
- Caractérisation de f à l'aide de l'image d'une base.
- deux espaces isomorphes ont même dimension.
- Représentation matricielle d'un vecteur, d'une famille, d'une application linéaire.
- $Mat(f \circ g) = Mat(f)Mat(g)$.
- Inversibilité $M \Leftrightarrow$ l'application représentée par M est bijective et dans ce cas $Mat(f)^{-1} = Mat(f^{-1})$
- Définition du déterminant dans une base B de E comme l'unique forme multilinéaire alternée tq $det_B(B) = 1$.
- Propriétés de calcul.
- Définition de $\det(f)$, caractérisation de l'inversibilité.
- Définition du déterminant d'une matrice carrée, lien avec le déterminant d'une application représentée par la matrice.
- Calcul pratique : Sarrus, développement par rapport à une ligne ou une colonne.

Ne sont pas au programme de PCSI: la formule du déterminant avec les permutations ni celle du déterminant avec la comatrice.