

Programme de colles: semaine 28. semaine démarrant le 1er juin

Question de cours:

- $Mat_{B'}(y) = Mat_{BB'}(f)Mat_B(x) \Leftrightarrow y = f(x)$
- f bijective $\Leftrightarrow \exists B, Mat_B(f)$ inversible $\Leftrightarrow \forall B, Mat_B(f)$ inversible.
- formule du changement de base (énoncé + démo avec l'interprétation de $P_{BB'}$ comme matrice de l'identité.)
- Formule de Huygens.
- X et Y sont indépendantes ssi $(X \in A)$ et $(Y \in B)$ sont indépendants pour tout $A \subset X(\Omega)$ et $B \subset Y(\Omega)$.
- Inégalité de Markov et bienaymé-tchébychev (énoncé et preuve)

Au programme :

Toute l'algèbre linéaire en dimension finie et les matrices d'applications linéaires (+déterminant). On rajoute les variables aléatoires, toujours sur un univers fini.

- Définition d'un ev de dimension finie.
- Existence d'une base finie.
- Toutes les bases ont même cardinal.
- Comparaison du cardinal d'une famille libre/génératrice avec la dimension de l'espace.
- Définition du rang d'une famille, comparaison au cardinal.
- dimension d'un ssev. égalité d'un ssev de E à E si égalité des dimensions.
- Isomorphisme de E de dimension n avec \mathbb{K}^n .
- L'image d'une base de l'espace de départ est une famille génératrice de l'espace d'arrivée.
- Caractérisation de f à l'aide de l'image d'une base.
- deux espaces isomorphes ont même dimension.
- Représentation matricielle d'un vecteur, d'une famille, d'une application linéaire.
- $Mat(f \circ g) = Mat(f)Mat(g)$.
- Inversibilité $M \Leftrightarrow$ l'application représentée par M est bijective et dans ce cas $Mat(f)^{-1} = Mat(f^{-1})$
- Définition du déterminant dans une base B de E comme l'unique forme multilinéaire alternée tq $det_B(B) = 1$.
- Propriétés de calcul.
- Définition de $det(f)$, caractérisation de l'inversibilité.
- Définition du déterminant d'une matrice carrée, lien avec le déterminant d'une application représentée par la matrice.
- Calcul pratique : Sarrus, développement par rapport à une ligne ou une colonne.
- Définition de variables aléatoires.

- Définition d'espérance, linéarité, positivité, thm de transfert.
- Définition de variance, formule de Huygens, variance de $V(aX + b)$.
- Lois usuelles : loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale.
- Variance et espérance des lois usuelles.
- Variables aléatoires indépendantes, traduction sur les événements ($X \in A$) et ($Y \in B$) pour tout $A \subset X(\Omega)$ et $B \subset Y(\Omega)$.
- couple de variables aléatoires, loi conjointe, loi marginale.
- Covariance, $V(X + Y) = V(X) + V(Y) + Cov(X, Y)$.
- thm de transfert, lemme des coalitions.
- Inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-tchébychev.

Ne sont pas au programme de PCSI: la formule du déterminant avec les permutations ni celle du déterminant avec la comatrice.

semaine prochaine: variables aléatoires.