

**Programme de colles: semaine 28.  
semaine démarrant le 8 juin**

**Question de cours:**

- Formule de Huygens.
- $X$  et  $Y$  sont indépendantes ssi  $(X \in A)$  et  $(Y \in B)$  sont indépendants pour tout  $A \subset X(\Omega)$  et  $B \subset Y(\Omega)$ .
- Inégalité de Markov et bienaymé-tchébychev (énoncé et preuve)
- Inégalité de Cauchy-Schwarz avec cas d'égalité (énoncé et preuve)
- Inégalité triangulaire avec cas d'égalité (énoncé et preuve)
- Énoncer le procédé de Gram-Schmidt (en donnant la formule de construction du  $k$ -ième vecteur en fonction des précédents déjà construits) + application à une famille "simple"
- unicité du supplémentaire orthogonal d'un ssev de dimension finie.

Au programme :

Les variables aléatoires, toujours sur un univers fini et les espaces préhilbertiens.

- Définition de variables aléatoires.
- Définition d'espérance, linéarité, positivité, thm de transfert.
- Définition de variance, formule de Huygens, variance de  $V(aX + b)$ .
- Lois usuelles : loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale.
- Variance et espérance des lois usuelles.
- Variables aléatoires indépendantes, traduction sur les évènements  $(X \in A)$  et  $(Y \in B)$  pour tout  $A \subset X(\Omega)$  et  $B \subset Y(\Omega)$ .
- couple de variables aléatoires, loi conjointe, loi marginale.
- Covariance,  $V(X + Y) = V(X) + V(Y) + Cov(X, Y)$ .
- thm de transfert, lemme des coalitions.
- Inégalité de Markov, inégalité de bienaymé-tchébychev.
- Définition de produit scalaire.
- Norme associée à un produit scalaire.
- Inégalité de Cauchy-Schwarz
- Inégalité triangulaire
- Définition de vecteurs orthogonaux, familles orthogonales et orthonormées, vecteurs unitaires.
- Une famille orthogonale ne contenant pas le vecteur nul est libre.
- Expression des coordonnées dans une base orthonormée.
- Expression du produit scalaire dans une BON.

- Définition d'espaces orthogonaux
- Définition de l'orthogonal d'une partie
- Si  $F$  est de dimension finie, alors  $F$  et  $F^\perp$  sont supplémentaires dans  $E$ .
- Unicité du supplémentaire orthogonal d'un ssev de dimension finie.
- Définition de projecteur orthogonal.
- Définition de distance à un ssev.
- La distance à un ssev de dimension finie est atteinte en le projeté orthogonal.

Ne sont pas au programme de PCSI: la formule du déterminant avec les permutations ni celle du déterminant avec la comatrice.

semaine prochaine: variables aléatoires.