

Exercice 12 - TD1

1 Multiples de 3

En compréhension : $\{m \in \mathbb{Z} \mid \exists k \in \mathbb{Z} \mid m = 3k\}$

En extension : $\{3k, k \in \mathbb{Z}\}$ Rq : il s'agit de $3\mathbb{Z}$

2 $\{1; 10; 100; 1000 \dots\}$

En compréhension : $\{m \in \mathbb{N} \mid \exists p \in \mathbb{N} \mid m = 10^p\}$

En extension : $\{10^p, p \in \mathbb{N}\}$

3 Naturels carrés d'entiers

$\{p^2, p \in \mathbb{N}\} = \{m \in \mathbb{N} \mid \exists p \in \mathbb{N} \mid m = p^2\}$ (en extension puis en compréhension)

4 Couples de réels dont la somme des composantes vaut 1

En compréhension : $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 1\}$

En extension : $\{(x, 1-x), x \in \mathbb{R}\}$

5 Intervalle $]0; 1[$

En compréhension : $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$

6 Complexes de module 2

En compréhension : $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 2\} = \{z \in \mathbb{C} \mid \exists \theta \in \mathbb{R} \mid z = 2e^{i\theta}\}$

En extension : $\{2e^{i\theta}, \theta \in \mathbb{R}\}$ (ou $\theta \in [0, 2\pi[$ ou $\theta \in]-\pi, \pi]$...)

7 Imaginaires purs (Rq : l'ensemble des imaginaires purs peut être noté $i\mathbb{C}$)

$\{z \in \mathbb{C} \mid \exists a \in \mathbb{R} \mid z = ai\} = \{ai, a \in \mathbb{R}\}$ (en compréhension puis en extension)

Rappel : 0 est un imaginaire pur ($0 = 0 \cdot i$) et également un réel

On peut également proposer d'autres définitions par compréhension, on utilise alors l'une des caractéristiques des imaginaires purs

• $z \in i\mathbb{C} \Leftrightarrow \bar{z} = -z$: $i\mathbb{C} = \{z \in \mathbb{C} \mid \bar{z} = -z\}$

• pour $z \in \mathbb{C}^*$, $z \in i\mathbb{C} \Leftrightarrow \arg z = \frac{\pi}{2} [\pi]$: $i\mathbb{C} = \{z \in \mathbb{C}^* \mid \arg z = \frac{\pi}{2} [\pi]\} \cup \{0\}$

• 0 est un imaginaire pur, mais 0 n'a pas d'argument

8 Complexes d'argument $\frac{\pi}{4}$

$\{z \in \mathbb{C} \mid \arg z = \frac{\pi}{4} [2\pi]\} = \{re^{i\frac{\pi}{4}}, r \in \mathbb{R}_+^*\}$

9 Ensemble des valeurs prises par $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

En compréhension : $\{y \in \mathbb{R} \mid \exists x \in \mathbb{R} \mid f(x) = y\}$

En extension : $\{f(x), x \in \mathbb{R}\}$

Rq : cet ensemble est appelé image de $\mathbb{R}$ par f ou image de f et se note $f(\mathbb{R})$: c'est l'ensemble des réels admettant au moins un antécédent par f

10 Antécédents de y par f

En compréhension : $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = y\}$

Rq : cet ensemble se note $f^{-1}(\{y\})$

11 Fonctions paires

En compréhension : $\{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \mid \forall x \in \mathbb{R}, f(-x) = f(x)\}$