

Raisonnement et vocabulaire ensembliste

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Rudiments de logique

Quantificateurs.	L'emploi de quantificateurs en guise d'abréviation est exclu.
Implication, contraposition, équivalence.	Les étudiants doivent savoir formuler la négation d'une proposition.
Modes de raisonnement : par disjonction des cas, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse.	Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et condition suffisante.
Raisonnement par récurrence (simple, double, forte).	Toute construction et toute axiomatique de \mathbb{N} sont hors programme.

Compléments de calcul algébrique et de trigonométrie

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Sommes et produits

Somme et produit d'une famille finie de nombres réels.	Notations $\sum_{i \in I} a_i$, $\sum_{i=1}^n a_i$, $\prod_{i \in I} a_i$, $\prod_{i=1}^n a_i$. Cas où I est vide.
Sommes et produits télescopiques, exemples de changements d'indices et de regroupements de termes.	Dans la pratique, on est libre de présenter les calculs avec des points de suspension.
Expressions simplifiées de $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n x^k$.	
Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.	
Sommes doubles. Produit de deux sommes finies.	Exemples de sommes triangulaires.
Rappels sur la factorielle, les coefficients binomiaux. Formule du binôme dans \mathbb{R} .	Convention $\binom{n}{k} = 0$ pour $k < 0$ et $k > n$.

Résolution de petits systèmes linéaires par la méthode du pivot

Système linéaire à coefficients réels de deux ou trois équations à deux ou trois inconnues.	Interprétation géométrique : intersection de droites dans \mathbb{R}^2 , de plans dans \mathbb{R}^3 .
Algorithme du pivot et mise en évidence des opérations élémentaires.	Notations $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow \lambda L_i$ ($\lambda \neq 0$), $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.

Inégalités

Relation d'ordre sur \mathbb{R} . Compatibilité avec les opérations. Intervalles de \mathbb{R} .	Exemples de majoration et de minoration de sommes, de produits et de quotients. Utilisation de factorisations et de tableaux de signes. Résolution d'inéquations.
Valeur absolue. Inégalité triangulaire.	Interprétation sur la droite réelle d'inégalités du type $ x - a \leq b$.
Dans \mathbb{R} , parties majorées, minorées, bornées. Majorant, minorant; maximum, minimum. Partie entière d'un nombre réel.	Notation $\lfloor x \rfloor$.

Trigonométrie

Cercle trigonométrique. Paramétrisation par cosinus et sinus.	
Relation de congruence modulo 2π sur \mathbb{R} .	Notation $a \equiv b [2\pi]$.

CONTENUS

Cosinus et sinus de $\pi \pm x$, de $\frac{\pi}{2} \pm x$.
Cosinus et sinus des angles usuels.

Formules d'addition $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$. Cas particulier des formules de duplication : $\cos(2a)$, $\sin(2a)$.

Fonctions circulaires cosinus et sinus.

Pour $x \in \mathbb{R}$, inégalité $|\sin(x)| \leq |x|$.
Fonction tangente.

Tangente de $\pi \pm x$. Tangente des angles usuels.
Formule d'addition $\tan(a \pm b)$.

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Les étudiants doivent savoir retrouver ces résultats et résoudre des équations et inéquations trigonométriques simples en s'aidant du cercle trigonométrique.

On présente une justification géométrique de l'une de ces formules. Les étudiants doivent savoir retrouver rapidement les formules donnant $\cos(a)\cos(b)$, $\cos(a)\sin(b)$, $\sin(a)\sin(b)$.

On justifie les formules donnant les fonctions dérivées de sinus et cosinus vues en classe de terminale.

Notation \tan . Dérivée, variations, représentation graphique.

Interprétation sur le cercle trigonométrique.

Questions de cours possibles

- La démonstration d'une propriété parmi les suivantes :
 - ▷ Raisonnement par récurrence simple (à partir de l'axiome : « toute partie non vide de \mathbb{N} admet un plus petit élément »)
 - ▷ Expression simplifiée de $\sum_{k=1}^n k^2$
 - ▷ Formule du binôme
 - ▷ Inégalité triangulaire dans \mathbb{R}
 - ▷ Formules d'additions $\cos(a \pm b)$ et $\sin(a \pm b)$
 - Un énoncé d'une proposition, d'un théorème ou d'une définition.
-