

Primitives d'une fonction de la variable réelle

Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes. Lien entre intégrales et primitives.

Calcul des primitives, application au calcul d'intégrales.

Primitives des fonctions exponentielle, logarithme, puissances, trigonométriques et hyperboliques, et des fonctions $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$, $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Intégration par parties, changement de variable.

Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.

On rappelle sans démonstration que, pour une fonction continue f , $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$ a pour dérivée f .

On pourra noter $\int_{x_0}^x f(t) dt$ une primitive générique de f .

Primitives de $x \mapsto e^{\lambda x}$ pour $\lambda \in \mathbb{C}$, application aux primitives de $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ et $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$.

Les étudiants doivent savoir calculer les primitives de fonctions du type $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$ et reconnaître les dérivées de fonctions composées.

Équations différentielles linéaires du premier ordre

Équation différentielle linéaire du premier ordre

$$y' + a(x)y = b(x)$$

où a et b sont des fonctions réelles ou complexes définies et continues sur un intervalle I de \mathbb{R} .

Ensemble des solutions de l'équation homogène.

Principe de superposition.

Description de l'ensemble des solutions de l'équation à partir d'une solution particulière et des solutions de l'équation homogène associée.

Méthode de la variation de la constante.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Équation homogène associée.

Cas particulier où la fonction a est constante.

Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants

Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants

$$y'' + ay' + by = f(x)$$

où a et b sont des scalaires et f est une fonction réelle ou complexe, définie et continue sur un intervalle.

Ensemble des solutions de l'équation homogène.

Principe de superposition.

Description de l'ensemble des solutions de l'équation à partir d'une solution particulière et des solutions de l'équation homogène associée.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Équation homogène associée.

Si a et b sont réels, description des solutions réelles.

Les étudiants doivent savoir déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre polynôme, de la forme $x \mapsto Ae^{\lambda x}$ avec $(A, \lambda) \in \mathbb{C}^2$, $x \mapsto B \cos(\omega x)$ et $x \mapsto B \sin(\omega x)$ avec $(B, \omega) \in \mathbb{R}^2$.

La démonstration de ce résultat est hors programme.

Arithmétique

Divisibilité dans \mathbb{Z} , diviseurs, multiples.

Théorème de la division euclidienne.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

PGCD de deux entiers relatifs dont l'un au moins est non nul.

Le PGCD de a et b est défini comme étant le plus grand élément (pour l'ordre naturel dans \mathbb{Z}) de l'ensemble des diviseurs communs à a et b .

PPCM.

Algorithme d'Euclide.

Nombre premier.

L'ensemble des nombres premiers est infini.

Existence et unicité de la décomposition d'un entier naturel non nul en produit de nombres premiers.

La démonstration est hors programme.

Application au calcul du PGCD et du PPCM.



Attention! Les congruences en Arithmétique ne sont pas dans l'esprit du programme. Le lemme de GAUSS et le théorème de BÉZOUT ne sont pas au programme mais ont été vus et prouvés en cours.

Questions de cours possibles

– La démonstration d'une propriété parmi les suivantes :

- ▷ Formule d'intégration par parties.
- ▷ Formule de changement de variables.
- ▷ Ensemble des solutions de l'équation différentielle linéaire homogène du premier ordre

$$y' + a(x)y = 0$$

où a est une fonction réelle ou complexe définie et continue sur un intervalle I de \mathbb{R} .

- ▷ Description de l'ensemble des solutions de l'équation différentielle linéaire du premier ordre

$$y' + a(x)y = b(x)$$

où a et b sont des fonctions réelles ou complexes définies et continues sur un intervalle I de \mathbb{R} .

- ▷ L'ensemble des nombres premiers est infini.
- ▷ Tout nombre entier différent de 1 et -1 admet au moins un diviseur premier.

– Un énoncé d'une proposition, d'un théorème ou d'une définition.

Prochain programme

Équations différentielles; arithmétique et début du chapitre sur les nombres réels et les suites.