CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Dérivabilité des fonctions de la variable réelle	
Nombre dérivé, fonction dérivée	
Dérivabilité en un point, nombre dérivé. La dérivabilité entraîne la continuité. Dérivabilité à gauche, à droite.	Définition par le taux d'accroissement. Caractérisation : une fonction f est dérivable en a si et seulement si elle admet un développement limité à l'ordre 1 en a. Dans ce cas $$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + h\varepsilon(h), \text{ où } \varepsilon(h) \underset{h\to 0}{\longrightarrow} 0.$$ Interprétation géométrique : tangente. Interprétation cinématique : vitesse instantanée.
Dérivabilité et dérivée sur un intervalle. Opérations sur les fonctions dérivables : combinaison linéaire, produit, quotient, composition, réciproque.	Tangente au graphe d'une fonction réciproque.
Extremum local et point critique	
Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.	Un point critique est un zéro de la dérivée.
Théorèmes de Rolle et des accroissements finis	
Théorème de Rolle. Égalité des accroissements finis. Inégalité des accroissements finis : si f est dérivable et si $\lvert f'\rvert$ est majorée par K, alors f est K-lipschitzienne.	Interprétations géométrique et cinématique. La notion de fonction lipschitzienne est introduite à cette occasion. Application à l'étude de suites définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.
Caractérisation des fonctions dérivables constantes, monotones, strictement monotones sur un intervalle. Théorème de la limite de la dérivée : si f est continue sur I, dérivable sur $I\setminus\{a\}$ et si $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x\neq a}} f'(x) = \ell \in \mathbb{R}$, alors f est dérivable en a et $f'(a) = \ell$. Extension au cas où $\ell = \pm\infty$.	La fonction f' est alors continue en a.
Fonctions de classe $\mathscr{C}^k$	
Pour $k \in \mathbb{N}\cup\{\infty\}$, fonction de classe $\mathscr{C}^k$. Opérations sur les fonctions de classe $\mathscr{C}^k$: combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composition, réciproque.	Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.
Fonctions convexes	
La fonction f est convexe sur I si, pour tous $(x,y) \in I^2$ et $\lambda \in [0,1]$, $f((1-\lambda)x + \lambda y) \leqslant (1-\lambda)f(x) + \lambda f(y)$. Position du graphe d'une fonction convexe par rapport à ses sécantes, d'une fonction convexe dérivable par rapport à ses tangentes. Caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables.	Interprétation géométrique. L'inégalité de Jensen et les développements généraux sur les barycentres sont hors programme. Exemples d'inégalités de convexité.

Contenus	Capacités & Commentaires
Fonctions complexes	
Brève extension des définitions et résultats précédents. Inégalité des accroissements finis pour une fonction complexe de classe $\mathscr{C}^1$.	Caractérisation de la dérivabilité en termes de parties réelle et imaginaire. On mentionne que l'inégalité résulte d'une simple majoration d'intégrale, justifiée ultérieurement dans la section « Intégration ».

Contenus	Capacités & commentaires
Polynômes	
Ensemble des polynômes à une indéterminée	
Ensemble $\mathbb{K}[X]$. Combinaison linéaire et produit de polynômes, formule du binôme. Degré, coefficient dominant, polynôme unitaire. Degré d'une somme, d'un produit. Composition.	La construction de $\mathbb{K}[X]$ est hors programme. Ensemble $\mathbb{K}_n[X]$ des polynômes de degré au plus n. Le produit de deux polynômes non nuls est non nul.
Divisibilité et division euclidienne	
Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$, diviseurs, multiples. Théorème de la division euclidienne.	 Algorithme de la division euclidienne.
Fonctions polynomiales et racines	
Fonction polynomiale associée à un polynôme. Racine (ou zéro) d'un polynôme, caractérisation en termes de divisibilité. Le nombre de racines d'un polynôme non nul est majoré par son degré. Multiplicité d'une racine. Polynôme scindé. Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme scindé en fonction de ses coefficients.	Lien avec l'introduction aux équations algébriques de la section « Nombres complexes ». Méthode de Horner pour l'évaluation polynomiale. Détermination d'un polynôme par la fonction polynomiale associée. Les fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.
Dérivation	
Dérivée formelle d'un polynôme. Opérations sur les polynômes dérivés : combinaison linéaire, produit. Formule de Leibniz. Formule de Taylor polynomiale. Caractérisation de la multiplicité d'une racine par les polynômes dérivés successifs.	Pour $\mathbb{K} = \mathbb{R}$, lien avec la dérivée de la fonction polynomiale associée.

Questions de cours possibles

- La démonstration d'une propriété parmi les suivantes :
  - ▷ Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.
  - ▷ Théorème de la limite de la dérivée.
  - ▷ Caractérisation des fonctions convexes dérivables.
  - ▷ Si $(a_i)_{1\leqslant i\leqslant r}$ (avec $r\in\mathbb{N}^*$) sont des racines distinctes d'un polynôme $P\in\mathbb{K}[X]$, alors $\prod_{i=1}^{r}(X-a_i)$ divise P.
  - ▷ Formule de TAYLOR.
  - ▷ Le nombre $a\in\mathbb{K}$ est racine de multiplicité $k\in\mathbb{N}^*$ du polynôme non nul P si et seulement si il existe un polynôme B tel que $P=(X-a)^kB$ et $B(a)\neq 0$.
- Un énoncé d'une proposition, d'un théorème ou d'une définition.

Prochain programme

Tout le chapitre sur les polynômes et fonctions rationnelles et début du chapitre sur l'analyse asymptotique.