CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Polynômes	
Polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$	
Théorème de d'Alembert-Gauss. Polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$. Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$.	La démonstration est hors programme. Caractérisation de la divisibilité dans $\mathbb{C}[X]$ à l'aide des racines et des multiplicités. Factorisation de $X^n - 1$ dans $\mathbb{C}[X]$.
Polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$. Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$.	Deux racines complexes conjuguées d'un polynôme de $\mathbb{R}[X]$ ont même multiplicité.
Décomposition en éléments simples de certaines fonctions rationnelles	
Expression de la décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$ et $\mathbb{R}$ des fonctions rationnelles à pôles simples.	La démonstration est hors programme. Dans le cas où le dénominateur possède une racine multiple ou un facteur irréductible de degré 2, la forme cherchée doit être fournie. Application au calcul de primitives, de dérivées k-ièmes.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Analyse asymptotique : cas des fonctions	
Relations de comparaison : cas des fonctions	
Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence en un point a de $\mathbb{R}$ ou $a = \pm\infty$. Lien entre ces relations.	Notations $$f(x) \underset{x\to a}{=} O(g(x)),\ f(x) \underset{x\to a}{=} o(g(x)),\ f(x) \underset{x\to a}{\sim} g(x).$$ La relation $f(x) \underset{x\to a}{=} o(g(x))$ est définie à partir du quotient $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ sous l'hypothèse que la fonction g ne s'annule pas localement. Pour la relation $f(x) \underset{x\to a}{\sim} g(x)$, on donne les deux formes $\dfrac{f(x)}{g(x)} \underset{x\to a}{\longrightarrow} 1$ et $f(x) \underset{x\to a}{=} g(x) + o(g(x))$, en insistant sur l'intérêt de la seconde dans les calculs. Pour mener une étude locale de f au voisinage de $a \neq 0$, on étudie $f(a+h)$ pour $h \to 0$. Traduction à l'aide du symbole o des croissances comparées de $\ln^\beta(x)$, x^α, $e^{\gamma x}$ en $+\infty$, de $\ln^\beta(x)$, x^α en 0.
Règles usuelles de manipulation des équivalents et des symboles o et O. Obtention d'un équivalent par encadrement : si les fonctions réelles f, g, h vérifient $f \leqslant g \leqslant h$ et si $f(x) \underset{x\to a}{\sim} h(x)$, alors $g(x) \underset{x\to a}{\sim} f(x)$. Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.	
Développements limités	
Développement limité à l'ordre n d'une fonction en un point. Unicité des coefficients, troncature.	Le développement limité à l'ordre n de f en a peut se ramener à celui de $h \mapsto f(a+h)$ en 0. Signe de f au voisinage de a.

Contenus	Capacités & Commentaires
Développement limité en 0 d'une fonction paire, impaire.	
Caractérisation de la dérivabilité par l'existence d'un développement limité à l'ordre 1.	
Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit, quotient.	On privilégie la factorisation par le terme prépondérant pour prévoir l'ordre d'un développement. Les étudiants doivent savoir déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une composée, mais aucun résultat général n'est exigible.
Primitivation d'un développement limité *(admis à ce stade)*.	
Formule de Taylor-Young : pour f de classe $\mathscr{C}^n$, développement limité à l'ordre n en 0 de $h \mapsto f(a+h)$.	
Développement limité à tout ordre en 0 de exp, sin, cos, sh, ch, $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$, Arctan.	
Développement limité à l'ordre 3 en 0 de tan.	
Application des développements limités à l'étude locale d'une fonction.	Calculs d'équivalents et de limites, position relative d'une courbe et de sa tangente, détermination d'asymptotes, exemples de développements limités d'une fonction réciproque.
Condition nécessaire, condition suffisante à l'ordre 2 pour un extremum local en un point intérieur.	

Questions de cours possibles

- La démonstration d'une propriété parmi les suivantes :
  - ▷ Un polynôme non nul est scindé sur $\mathbb{K}$ si et seulement si la somme des multiplicités de ses racines distinctes dans $\mathbb{K}$ est égale au degré du polynôme.
  - ▷ Tout polynôme non nul est le produit d'un scalaire par un produit de polynômes irréductibles.
  - ▷ Si $f(x) \underset{x\to a}{=} o(g(x))$ alors $f(x) \underset{x\to a}{=} O(g(x))$ **ET** Si $f(x) \underset{x\to a}{\sim} g(x)$ alors $f(x) \underset{x\to a}{=} O(g(x))$
  - ▷ Unicité des coefficients d'un développement limité.
  - ▷ Troncature d'un développement limité.
  - ▷ Développements limités à l'ordre $n \in \mathbb{N}$ en 0 de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ et de exp.
- Un énoncé d'une proposition, d'un théorème ou d'une définition.

Prochain programme

Tout le chapitre d'analyse asymptotique et début du chapitre sur les espaces vectoriels & applications linéaires