CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Analyse asymptotique : cas des fonctions	
Relations de comparaison : cas des fonctions	
Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence en un point a de $\mathbb{R}$ ou $a=\pm\infty$. Lien entre ces relations.	Notations $$f(x) \underset{x\to a}{=} O(g(x)),\ f(x) \underset{x\to a}{=} o(g(x)),\ f(x) \underset{x\to a}{\sim} g(x).$$ La relation $f(x) \underset{x\to a}{=} o(g(x))$ est définie à partir du quotient $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ sous l'hypothèse que la fonction g ne s'annule pas localement. Pour la relation $f(x) \underset{x\to a}{\sim} g(x)$, on donne les deux formes $\dfrac{f(x)}{g(x)} \underset{x\to a}{\longrightarrow} 1$ et $f(x) \underset{x\to a}{=} g(x)+o(g(x))$, en insistant sur l'intérêt de la seconde dans les calculs. Pour mener une étude locale de f au voisinage de $a\neq 0$, on étudie $f(a+h)$ pour $h\to 0$. Traduction à l'aide du symbole o des croissances comparées de $\ln^\beta(x)$, x^α, $e^{\gamma x}$ en $+\infty$, de $\ln^\beta(x)$, x^α en 0.
Règles usuelles de manipulation des équivalents et des symboles o et O. Obtention d'un équivalent par encadrement : si les fonctions réelles f, g, h vérifient $f\leqslant g\leqslant h$ et si $f(x) \underset{x\to a}{\sim} h(x)$, alors $g(x) \underset{x\to a}{\sim} f(x)$. Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.	
Développements limités	
Développement limité à l'ordre n d'une fonction en un point. Unicité des coefficients, troncature.	Le développement limité à l'ordre n de f en a peut se ramener à celui de $h\mapsto f(a+h)$ en 0. Signe de f au voisinage de a.
Développement limité en 0 d'une fonction paire, impaire. Caractérisation de la dérivabilité par l'existence d'un développement limité à l'ordre 1.	
Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit, quotient.	On privilégie la factorisation par le terme prépondérant pour prévoir l'ordre d'un développement. Les étudiants doivent savoir déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une composée, mais aucun résultat général n'est exigible.
Primitivation d'un développement limité *(admis à ce stade)*. Formule de Taylor-Young : pour f de classe $\mathscr{C}^n$, développement limité à l'ordre n en 0 de $h\mapsto f(a+h)$. Développement limité à tout ordre en 0 de exp, sin, cos, sh, ch, $x\mapsto\ln(1+x)$, $x\mapsto\dfrac{1}{1-x}$, $x\mapsto(1+x)^\alpha$, Arctan. Développement limité à l'ordre 3 en 0 de tan.	
Application des développements limités à l'étude locale d'une fonction.	Calculs d'équivalents et de limites, position relative d'une courbe et de sa tangente, détermination d'asymptotes, exemples de développements limités d'une fonction réciproque.
Condition nécessaire, condition suffisante à l'ordre 2 pour un extremum local en un point intérieur.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Espaces vectoriels	
Structure de $\mathbb{K}$-espace vectoriel. Espace vectoriel des fonctions d'un ensemble dans un espace vectoriel. Combinaison linéaire d'une famille finie de vecteurs.	Espaces $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Espace $\mathbb{K}^\Omega$, cas particulier $\mathbb{K}^\mathbb{N}$.
Sous-espaces vectoriels	
Sous-espace vectoriel : définition, caractérisation.	Sous-espace nul. Droite vectorielle. Plan vectoriel de $\mathbb{R}^3$. Sous-espace $\mathbb{K}_n[X]$ de $\mathbb{K}[X]$.
Intersection d'une famille de sous-espaces vectoriels. Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs.	Notation $\mathrm{Vect}(x_i)_{i\in I}$. Tout sous-espace vectoriel contenant les x_i contient $\mathrm{Vect}(x_i)_{i\in I}$.
Somme de deux sous-espaces	
Somme de deux sous-espaces.	
Somme directe de deux sous-espaces. Caractérisation par l'intersection.	La somme $F+G$ est directe si la décomposition de tout vecteur de $F+G$ comme somme d'un élément de F et d'un élément de G est unique.
Sous-espaces supplémentaires.	On incite les étudiants à se représenter des espaces supplémentaires par une figure en dimension 2 et 3.

Questions de cours possibles

- La démonstration d'une propriété parmi les suivantes :
  - ▷ Si $f(x) \underset{x\to a}{=} o(g(x))$ alors $f(x) \underset{x\to a}{=} O(g(x))$ **ET** Si $f(x) \underset{x\to a}{\sim} g(x)$ alors $f(x) \underset{x\to a}{=} O(g(x))$
  - ▷ Unicité des coefficients d'un développement limité.
  - ▷ Troncature d'un développement limité.
  - ▷ Développements limités à l'ordre $n\in\mathbb{N}$ en 0 de $x\mapsto \frac{1}{1-x}$ et de exp.
  - ▷ Caractérisation des sous-espaces vectoriels.
  - ▷ L'intersection de deux sous-espaces vectoriels de E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel est un sous-espace vectoriel de E.
- Un énoncé d'une proposition, d'un théorème ou d'une définition.

Prochain programme

Espaces vectoriels & applications linéaires