Dénombrement

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Cardinal d'un ensemble fini	
Cardinal d'un ensemble fini.	Notations $\|A\|$, $\mathrm{Card}(A)$. Tout fondement théorique des notions d'entier naturel et de cardinal est hors programme.
Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité. Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.	
Opérations sur les cardinaux : union disjointe ou quelconque, complémentaire, différence, produit cartésien. Cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un autre. Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.	La formule du crible est hors programme.
Listes et combinaisons	
Nombre de p-listes (ou p-uplets) d'éléments distincts d'un ensemble de cardinal n, nombre de permutations d'un ensemble de cardinal n.	Nombre d'applications injectives d'un ensemble de cardinal p dans un ensemble de cardinal n.
Nombre de parties à p éléments (ou p-combinaisons) d'un ensemble de cardinal n.	Démonstration combinatoire des formules de Pascal et du binôme.

Déterminants

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base	
Si E est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension n et si e est une base de E, il existe une unique application $\det_e : E^n \to \mathbb{K}$ linéaire par rapport à chaque variable, alternée, et vérifiant $\det_e(e) = 1$. Si $f : E^n \to \mathbb{K}$ est linéaire par rapport à chaque variable, alternée, alors elle est un multiple de $\det_e$.	La démonstration de ce théorème et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme.
En dimension 2 et 3, expression du déterminant dans une base en fonction des coordonnées.	Dans $\mathbb{R}^2$ (resp. $\mathbb{R}^3$), interprétation du déterminant dans la base canonique comme aire orientée (resp. volume orienté) d'un parallélogramme (resp. parallélépipède).
Comparaison, si e et e' sont deux bases, de $\det_e$ et $\det_{e'}$. La famille $(x_1, \dots, x_n)$ est une base si et seulement si $\det_e(x_1, \dots, x_n) \neq 0$.	
Déterminant d'un endomorphisme	
Déterminant d'un endomorphisme.	
Déterminant d'une composée.	Caractérisation des automorphismes.
Déterminant d'une matrice carrée	
Déterminant d'une matrice carrée.	Caractère n-linéaire alterné du déterminant par rapport aux colonnes.
Déterminant d'un produit.	Relation $\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$.

Contenus	Capacités & Commentaires
Caractérisation des matrices inversibles. Déterminant de l'inverse.	
Déterminant d'une transposée.	La démonstration est hors programme.
Calcul des déterminants	
Effet des opérations élémentaires.	
Développement par rapport à une ligne ou une colonne.	La démonstration n'est pas exigible. La comatrice est hors programme.
Déterminant d'une matrice triangulaire.	

Questions de cours possibles

- La démonstration d'une propriété parmi les suivantes :
  - ▹ Cardinal d'une union disjointe de deux ensembles finis.
  - ▹ Nombre de p-arrangements d'un ensemble fini à n éléments.
  - ▹ Démonstration combinatoire de la formule de Pascal.
  - ▹ La famille $(x_1, \dots, x_n)$ est une base de E (un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$) si et seulement si $\det_e(x_1, \dots, x_n) \neq 0$ (où e est une base de E).
  - ▹ Caractérisation des automorphismes à l'aide du déterminant (et déterminant de la réciproque).
  - ▹ Déterminant d'une matrice triangulaire.
- Un énoncé d'une proposition, d'un théorème ou d'une définition.

Prochain programme

Déterminants ; Probabilités sur un univers fini.