

Déterminants

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base	
Si E est un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension n et si e est une base de E , il existe une unique application $\det_e : E^n \rightarrow \mathbb{K}$ linéaire par rapport à chaque variable, alternée, et vérifiant $\det_e(e) = 1$. Si $f : E^n \rightarrow \mathbb{K}$ est linéaire par rapport à chaque variable, alternée, alors elle est un multiple de $\det_e$.	La démonstration de ce théorème et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme.
En dimension 2 et 3, expression du déterminant dans une base en fonction des coordonnées.	Dans $\mathbb{R}^2$ (resp. $\mathbb{R}^3$), interprétation du déterminant dans la base canonique comme aire orientée (resp. volume orienté) d'un parallélogramme (resp. parallélépipède).
Comparaison, si e et e' sont deux bases, de $\det_e$ et $\det_{e'}$. La famille $(x_1, \dots, x_n)$ est une base si et seulement si $\det_e(x_1, \dots, x_n) \neq 0$.	
Déterminant d'un endomorphisme	
Déterminant d'un endomorphisme. Déterminant d'une composée.	Caractérisation des automorphismes.
Déterminant d'une matrice carrée	
Déterminant d'une matrice carrée.	Caractère n -linéaire alterné du déterminant par rapport aux colonnes.
Déterminant d'un produit. Caractérisation des matrices inversibles. Déterminant de l'inverse.	Relation $\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$.
Déterminant d'une transposée.	La démonstration est hors programme.
Calcul des déterminants	
Effet des opérations élémentaires. Développement par rapport à une ligne ou une colonne.	La démonstration n'est pas exigible. La comatrice est hors programme.
Déterminant d'une matrice triangulaire.	

Probabilités sur un univers fini

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Univers, événements	
Lien entre vocabulaire ensembliste et vocabulaire des probabilités. et $(X \in A)$.	On se limite au cas d'un univers fini. Événement élémentaire (singleton), système complet d'événements, événements disjoints (ou incompatibles).
Espaces probabilisés finis	
Probabilité sur un univers fini.	Espace probabilisé fini (Ω, P) .

Une distribution de probabilités sur un ensemble E est une famille d'éléments de $\mathbb{R}^+$ indexée par E et de somme 1.

Probabilité uniforme.

Probabilité de la réunion ou de la différence de deux événements, de l'événement contraire. Croissance.

Une probabilité P sur Ω est déterminée par la distribution de probabilités $(P(\{\omega\}))_{\omega \in \Omega}$.

La formule du crible est hors programme.

Probabilités conditionnelles

Si $P(B) > 0$, la probabilité conditionnelle de A sachant B est définie par la relation $P(A|B) = P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

L'application P_B est une probabilité.

Formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes.

Par convention, $P(A|B)P(B) = 0$ lorsque $P(B) = 0$.

Événements indépendants

Les événements A et B sont indépendants si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Famille finie d'événements indépendants.

Si A et B sont indépendants, A et $\bar{B}$ le sont aussi.

Si $P(B) > 0$, l'indépendance de A et B s'écrit $P(A|B) = P(A)$.

L'indépendance deux à deux n'implique pas l'indépendance.

Extension au cas de n événements.

Questions de cours possibles

- La démonstration d'une propriété parmi les suivantes :
 - ▷ La famille $(x_1, \dots, x_n)$ est une base de E (un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension $n \in \mathbb{N}^*$) si et seulement si $\det_e(x_1, \dots, x_n) \neq 0$ (où e est une base de E).
 - ▷ Caractérisation des automorphismes à l'aide du déterminant (et déterminant de la réciproque).
 - ▷ Déterminant d'une matrice triangulaire.
 - ▷ Probabilité d'une union de deux événements.
 - ▷ Une probabilité conditionnelle est une probabilité.
 - ▷ Caractérisation de l'indépendance à l'aide des probabilités conditionnelles.
- Un énoncé d'une proposition, d'un théorème ou d'une définition.

Prochain programme

Probabilités sur un univers fini ; Espaces préhilbertiens réels.
