

Merci

Lisa

Mastrolillo

Détente de Joule-Gay-Lussac pour un gaz

1. * Pour R.

Soit l'équation d'état d'un G-P : $PV = nRT$

$$\Leftrightarrow R = \frac{PV}{nT}$$

$$[R] = \frac{[P][V]}{[n][T]} = \frac{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2} \cdot L^3}{N \cdot \sigma}$$

$$\text{donc } [R] = [E] \cdot \sigma^{-1} \cdot N^{-1}$$

donc R s'exprime en $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

P: force surfacique
donc $[P] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$

* Pour b

D'après l'équation d'état d'un gaz de Van der Waals $(P + \frac{a}{V^2})(V - b) = \frac{RT}{n}$
donc b est homogène à un volume. $[b] = L^3$
b peut s'exprimer en $L, m^3 \dots$

* Pour a

De même, $(\frac{a}{V^2})$ doit être homogène à une pression.

$$[P] = \frac{[a]}{[V]^2} \quad [a] = [P][V]^2 = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2} \cdot L^6 = [E] \cdot L^3$$

donc a peut s'exprimer en $J \cdot m^3$

* Pour $C_{v,m}$

D'après l'expression de l'énergie interne d'un gaz de VdW (1 mol),
 $(nC_{v,m}(T - T_0))$ est homogène à une énergie.

$$[C_{v,m}] = \frac{[E]}{[n][T]} = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{N \cdot \sigma}$$

donc $C_{v,m}$ s'exprime
en $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

2. Système : {gaz} fermé, calorifugé

D'après le premier principe, $\Delta U = Q_{1 \rightarrow 2} + W_{1 \rightarrow 2}$

Or $Q_{1 \rightarrow 2} = 0$ car transformation adiabatique

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 -p_{ext} dV = 0 \quad \text{car le compartiment } V_2 \text{ est vide}$$

il n'y a pas de pression extérieure

Donc $\Delta U = 0$.

D'après l'expression de l'énergie interne de VdW,

$$\Delta U = U_2 - U_1 = nC_{v,m}(T_2 - T_1) - n^2 a \left(\frac{1}{V_{tot}} - \frac{1}{V_1} \right) = 0$$

$$\text{donc } T_2 - T_1 = \frac{a}{C_{v,m}} \left(\frac{1}{V_1 + V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = -6,42 \times 10^{-4} K$$

$$\text{donc } T_2 - T_1 < 0 \Leftrightarrow T_2 < T_1$$

$$T_2 = 292,99 \dots K \approx T_1$$

C'est une détente donc la pression diminue donc
D'après l'équation d'état, la température diminue.

$$3. \Delta S_{(T,V)} = n C_{v,m} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + n R \ln \left(\frac{V_{\text{tot}} - nb}{V_1 - nb} \right)$$

$$= 28,5 \ln \left(\frac{292,9}{293} \right) + 8,314 \ln \left(\frac{30 - 4,29 \times 10^{-5}}{12 - 4,29 \times 10^{-5}} \right)$$

$$\Delta S = 7,61 \text{ J.}$$

Bilan entropique

$$\Delta S = \delta S_e + \delta S_c = \frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{T_{\text{surf}}} + \delta S_c$$

Or, la transformation est adiabatique donc $\Delta S = \delta S_c > 0$
la transformation est irréversible.

4. Dans le cas d'un gaz parfait,

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T = W_{1 \rightarrow 2} + Q_{1 \rightarrow 2} = 0 \quad (\text{comme question 2})$$

donc $\frac{3}{2} n R \Delta T = 0 \Leftrightarrow T_2 = T_1.$

La réaction est isotherme.