

# I Station de charge d'une brosse à dents électrique

La figure 9 présente une station de charge par induction d'une brosse à dents électrique. Le modèle testé bénéficie d'un indice de protection IP67 le protégeant des effets de l'immersion jusqu'à un mètre. Il n'est pas démontable, le circuit électrique alimentant la bobine primaire (1) est totalement inclus dans une résine blanche empêchant d'accéder à ses caractéristiques. Les seules mesures possibles sont réalisées aux bornes du bobinage secondaire (2) situé à la base de la brosse à dents.



Figure 9 Station de charge

## IV.A – Conversion alternatif BF-continu

La station de charge est raccordée au réseau électrique local (le « secteur ») basse tension qui délivre une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace 230 V à la fréquence 50 Hz. On applique cette tension  $e(t) = E \sin(\omega t)$

à l'entrée d'un pont redresseur à quatre diodes qu'on supposera idéales (figure B du document réponse). Cette sous-partie IV.A propose l'étude d'un circuit électrique pouvant alimenter le bobinage primaire.

Q 30. Calculer  $E$ .

Q 31. Représenter les quatre diodes  $D_1$  à  $D_4$  sur la figure B du document réponse afin que le signal  $s_1(t)$  soit un redressement double alternance du signal  $e(t)$ .

La figure C du document réponse représente le spectre du signal  $s_1(t)$  auquel il manque sa valeur moyenne.

Q 32. Ajouter cette composante moyenne sur le spectre de la figure C en justifiant votre réponse.

Q 33. Quelle est la valeur de la fréquence  $f_1$  de la composante fondamentale du signal  $s_1(t)$  ?

Afin d'obtenir une tension quasiment constante, on peut placer une cellule  $LC$  en sortie du pont de diodes (figure B). Le taux d'ondulation du signal de sortie est défini par  $\tau_o = \frac{\Delta s_2}{\langle s_2 \rangle}$  où  $\langle s_2 \rangle$  est la valeur moyenne temporelle de  $s_2(t)$  et  $\Delta s_2$  la tension crête à crête.

Q 34. En prenant  $L = 100\text{mH}$ , comment doit-on choisir  $C$  afin que le taux d'ondulation de  $s_2(t)$  soit inférieur à 5 % ?

## IV.B – Conversion continu-alternatif HF

La tension continue générée précédemment peut être convertie en un signal alternatif de haute fréquence à l'aide d'un onduleur. La structure la plus simple est celle d'un onduleur de tension monophasé « pleine onde » (figure D du document réponse). Les commutateurs commandés  $K_1$  à  $K_4$  sont considérés idéaux et fonctionnent de manière périodique à la fréquence  $f_0 = 1/T_0$ .

Q 35. Remplir le tableau de la figure E avec l'état de fonctionnement de chaque commutateur et écrire la valeur de  $u_1(t)$  sur chaque demi-période.

Q 36. Écrire l'équation différentielle vérifiée par  $i(t)$  sur chaque demi-période.

Q 37. Déterminer la valeur maximale  $i_{\max}$  de  $i(t)$  en fonction de  $E$ ,  $r$  et du paramètre  $\alpha = \exp\left(-\frac{rT_0}{2L}\right)$ .

Q 38. Sur un même graphe, tracer les chronogrammes de la tension  $u_1(t)$  et du courant  $i(t)$  traversant la charge inductive dans le cas où  $L/r = T_0/4$ .

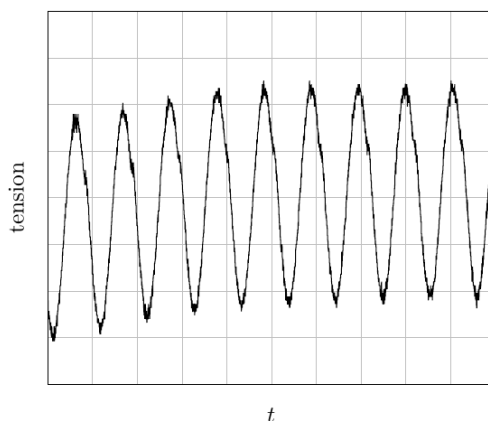
Q 39. Comment, en ordre de grandeur, doit-on choisir le rapport  $r/L$  afin d'avoir un courant  $i(t)$  le plus proche possible d'un courant sinusoïdal sans trop perdre en amplitude ?

## IV.C – Couplage par induction

L'accumulateur de la brosse à dents est de type nickel-hydrure métallique Ni – MH. Ses caractéristiques sont « 1,2 V ; 2000 mA·h ». Pour une meilleure longévité de l'accumulateur, le fabricant préconise un courant de charge de 200 mA.

Q 40. Sachant que le rendement de charge est d'environ 70 %, combien de temps dure une charge complète d'un accumulateur initialement totalement déchargé ?

Une bobine test est placée sur la station de charge. Elle est constituée d'un enroulement de 50 spires de fil de cuivre de 0,22 mm de diamètre sur un cylindre de 20 mm de diamètre. On visualise à l'oscilloscope la tension aux bornes de cette bobine (figure 10).



**Figure 10** Enregistrement  
(25  $\mu\text{s}/\text{div}$  et 50 mV/div)

**Q 41.** Déterminer numériquement la fréquence  $f_0$  du signal alternatif généré lors de la conversion continu-alternatif HF ? Pourquoi est-il important que cette fréquence soit plus élevée que celle délivrée par le secteur ?

**Q 42.** Expliquer pourquoi il n'est pas intéressant de travailler à très haute fréquence (au voisinage du MHz par exemple). La conductivité du métal dont est faite la bobine est de l'ordre de  $6 \times 10^7 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$ .

### Données et formulaire

#### *Épaisseur de peau dans un métal*

L'épaisseur de peau  $\delta$ , définie par la relation ci-dessous, détermine, en première approximation, l'épaisseur de la couche où se concentre le courant dans un conducteur :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \sigma \pi f}}$$

où  $\sigma$  désigne la conductivité du métal considéré et  $f$  la fréquence du courant.

## II Etude de la Motorisation de la foreuse du robot Philae

Le robot Philae avait notamment pour mission de forer le sol de la comète sur une profondeur de 40 cm. Il n'a pu réaliser pleinement cette partie de sa mission car le site sur lequel il s'est finalement posé après trois rebonds était trop incliné. Il a cependant pu faire de très nombreuses mesures dont l'analyse permettra de mieux comprendre la formation du système solaire. Dans cette partie nous allons étudier les caractéristiques techniques du moteur de sa foreuse. Il s'agit d'un moteur synchrone associé à un onduleur de tension. Cette structure permet de concevoir un dispositif robuste de forte puissance, délivrant un fort couple et présentant une bonne durée de vie, toutes ses qualités étant ici nécessaires. Afin de simplifier l'étude, les pertes mécaniques ainsi que les pertes fer de ce moteur synchrone seront négligées. Finalement, le moteur sera assimilé à une machine synchrone diphasée dont les deux enroulements statoriques sont identiques.

### III.A. — Essais préalables

L'inducteur du moteur synchrone de la foreuse de Philae est à aimants permanents et possède 8 pôles, soit 4 paires de pôles.

Chaque bobinage du stator possède une résistance de  $0,03 \Omega$ .

L'intensité nominale du courant dans un enroulement du stator est  $I_N = 155 \text{ A}$ . Pendant une durée limitée, elle peut atteindre la valeur maximale  $I_M = 185 \text{ A}$ .

La machine est étudiée en convention récepteur.

Le modèle équivalent à une phase de l'induit est représenté sur la figure 3. Les tensions et courants sont supposés sinusoïdaux de pulsation  $\omega = 2\pi f$ . Afin de déterminer les paramètres du modèle, divers essais ont été effectués :

- Essai n°1 : sur un banc d'essais, on a entraîné la machine synchrone à vide par l'intermédiaire d'un moteur auxiliaire à la vitesse  $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ . Aux bornes d'une phase, on a mesuré une tension simple de  $57 \text{ V}$ .
- Essai n°2 : avec une alimentation électrique appropriée, on a effectué un essai de la machine en moteur à  $1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  pour lequel  $\psi = 0$ ,  $I = I_M = 185 \text{ A}$ , et  $V = 72 \text{ V}$ .

□ 16 — On admet qu'en régime permanent de vitesse, la condition de synchronisme pour un moteur possédant  $p$  paires de pôles s'écrit  $\omega = p\Omega$ , où  $\Omega$  désigne la vitesse de rotation du rotor en  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Déterminer la fréquence des tensions statoriques quand  $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

□ 17 — Représenter le diagramme vectoriel relatif à l'essai n°2. La résistance  $R$  n'étant pas négligée, en déduire la valeur de  $L$ .

□ 18 — La valeur efficace de la force contre-électromotrice  $E$  a pour expression  $E = \Phi_0\omega$ . Quelle est l'unité de la constante  $\Phi_0$ ? Que représente-t-elle? De quels paramètres de la machine dépend-elle? Montrer que  $E = A\Omega$ , où  $A$  est une constante dont on précisera l'expression et la valeur numérique.

Dans toute la suite on négligera la chute de tension ohmique ainsi que les pertes par effet Joule dans les circuits statoriques.

□ 19 — Tracer un diagramme vectoriel représentatif d'un point de fonctionnement quelconque dans le cas où  $0 < \psi < \frac{\pi}{2}$ . En déduire une relation entre  $V$ ,  $E$ ,  $\varphi$  et  $\psi$ .

□ 20 — Déterminer l'expression de la puissance électrique absorbée par le moteur  $P_a$  en fonction de  $V$ ,  $I$  et  $\varphi$  puis en fonction de  $E$ ,  $I$  et  $\psi$ . Quelle relation existe-t-il entre cette puissance électrique  $P_a$  et la puissance mécanique électromagnétique  $P_m$  reçue par le rotor?

□ 21 — Exprimer le couple électromagnétique  $C$  développé par le moteur en fonction de  $A$ ,  $I$  et  $\psi$ . Pour une intensité efficace  $I$  donnée, que doit-on faire pour maximiser le couple développé par la machine? De quelle unique variable le couple dépend-il alors? A quel autre moteur ce fonctionnement fait-il penser?

□ 22 — On se placera sur un point de fonctionnement à  $\psi = 0$ ,  $I = I_N$ , et  $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ . Que vaut le moment du couple  $C$  développé par le moteur? Représenter le diagramme vectoriel représentatif du fonctionnement. Placer les vecteurs représentatifs des complexes  $\underline{E}$ ,  $\underline{V}$ ,  $\underline{I}$ . En déduire les expressions de  $V$  et  $\varphi$ . Calculer leurs valeurs numériques correspondantes. On pourra considérer que  $\frac{1}{\sqrt{3}} \simeq \frac{1}{2}$ .

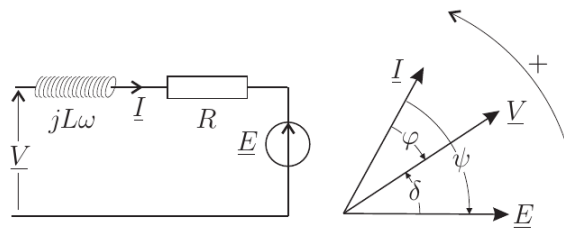


FIG. 3 – Schéma électrique et diagramme vectoriel d'une phase du moteur.

**III.B. — Etude simplifiée de la logique de commande MLI**

Le moteur est alimenté par un onduleur à commande MLI (Modulation de Largeur d'Impulsion). Nous simplifierons l'étude de l'onduleur par le schéma monophasé de la partie gauche de la figure 4.

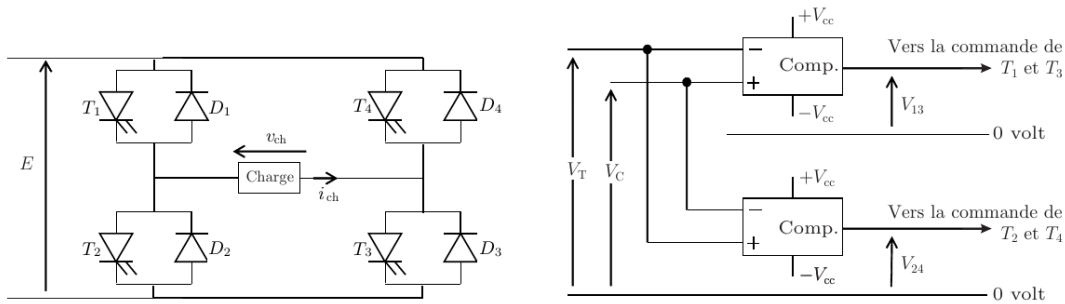


FIG. 4 – Schéma de l'onduleur (à gauche) et de son circuit de commande (à droite)

Les deux comparateurs à base d'ALI supposés idéaux sont alimentés entre  $+V_{cc}$  et  $-V_{cc}$ . La tension de sortie de ces deux comparateurs commute entre  $+V_{cc}$  et  $-V_{cc}$ . Lorsque la tension de sortie d'un comparateur est au niveau  $+V_{cc}$ , les interrupteurs associés sont commandés à la fermeture ; quand cette tension est au niveau  $-V_{cc}$ , les interrupteurs associés sont commandés à l'ouverture. Les tensions  $V_T$  et  $V_C$  sont définies sur la partie droite de la figure 4 représentant le circuit de commande de l'onduleur. Leurs chronogrammes sont représentés sur la figure 5.

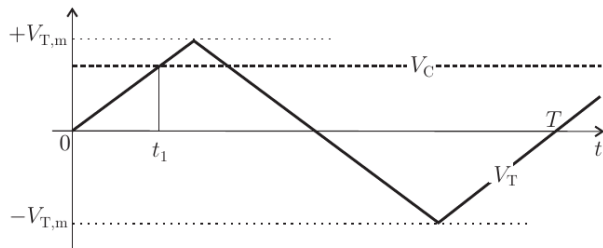


FIG. 5 – Chronogrammes des tensions  $V_T$  et  $V_C$ .

▣ **23** — Représenter sur la copie en concordance des temps les signaux  $V_T$ ,  $V_C$  ainsi que les chronogrammes de  $V_{13}$  et  $V_{24}$ . Calculer la date  $t_1$  en fonction de  $T$ ,  $V_C$  et  $V_{T,m}$ .

▣ **24** — En déduire l'allure de la tension  $v_{ch}(t)$ . Déterminer l'expression du rapport cyclique  $\alpha$  de la tension  $v_{ch}(t)$  en fonction de  $V_C$  et  $V_{T,m}$ . Quel inconvénient présente ce type de commande ?

La commande réelle permet d'alimenter le moteur avec une tension dont la forme est représentée sur la figure 6. Les angles  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$  compris dans l'intervalle  $[0, \frac{\pi}{2}]$  et représentés sur la figure 6 sont fixés, les suivants, situés dans les intervalles  $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ ,  $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$  et  $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$  s'en déduisent par symétrie.

▣ **25** — Exprimer la valeur efficace  $V_{ch}^{eff}$  de la tension  $v_{ch}(t)$  en fonction des angles  $\alpha_{i=1,\dots,6}$  et de la tension  $E$ .

Si l'on note  $f$  la fréquence du fondamental de  $v_{ch}(t)$ , la commande MLI permet de faire en sorte que  $\frac{V_{ch}^{eff}}{f} = cte$  et d'éliminer les harmoniques de tension les plus gênants.

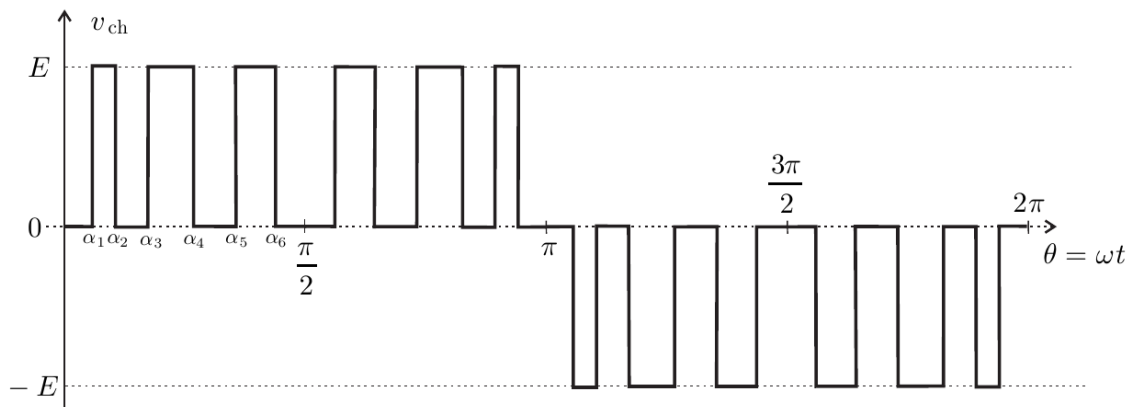


FIG. 6 – Commande réelle d'alimentation

□ **26** — Les symétries du signal  $v_{ch}$  permettent d'établir que seuls les harmoniques de rangs impairs figurent dans son spectre. Donner l'allure de ce spectre en précisant les positions des quatre premiers harmoniques. Montrer qualitativement que les 6 paramètres  $\alpha_{i=1,\dots,6}$  de la commande MLI permettent d'ajuster d'une part la valeur efficace de  $V_{ch}^{eff}$  et d'autre part de faire en sorte que le premier harmonique d'amplitude non nulle ne soit que d'ordre 13.

**III.C. — Etude d'une commande MLI numérique, précalculée**

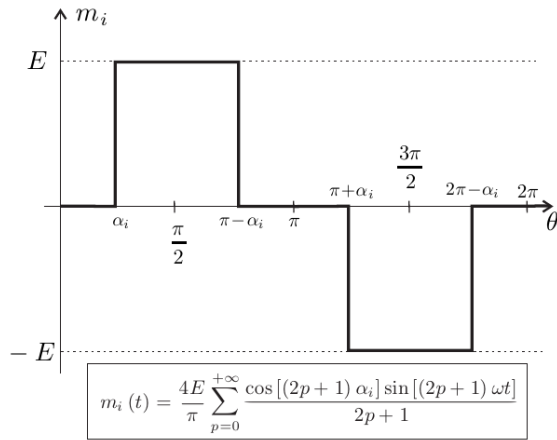


FIG. 7 – Signal de base.

Pour chaque angle  $\alpha_{i=1,\dots,6}$  prédéterminé par un calculateur, on fabrique un signal de base noté  $m_i(t)$  dont le chronogramme et la décomposition de Fourier sont donnés sur la figure 7. Ces signaux de base permettent de reconstruire la tension d'alimentation du moteur.

□ **27** — Représenter sur un même graphe les signaux  $m_1$  et  $m_2$  en fonction de  $\theta$  puis en déduire le graphe de  $m_1 - m_2$  en fonction de  $\theta$ . En déduire l'expression de la tension  $v_{ch}(t)$  de la figure 6 en fonction des signaux de base  $m_{i=1,\dots,6}(t)$ .

□ **28** — Déterminer la relation que doivent vérifier les angles  $\alpha_i$  afin que l'on puisse éliminer l'harmonique d'ordre 5 dans le spectre de  $v_{ch}$ .

**III.D. — Utilisation de la technique de surmodulation**

On réalise un découpage de la commande MLI à fréquence élevée  $f_d$  devant la fréquence  $f$  de cette commande :  $f_d \gg f$ . Par exemple, pour une fréquence  $f = 50$  Hz, on prendra  $f_d = 1$  kHz. On note  $\eta$  le rapport cyclique de la tension de découpage  $D(t)$  et l'on donne sa décomposition de Fourier  $D(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin[k\omega_d t + \phi_k]$ . Les signaux découpé et de découpe sont représentés sur la figure 8.

□ **29** — Exprimer  $A_0$  en fonction de  $\eta$ .

□ **30** — Déterminer l'expression de la valeur instantanée  $v_{ch,F}^*(t)$  du fondamental de  $v_{ch}^*(t) = v_{ch}(t) \times D(t)$ . En déduire l'expression de sa valeur efficace  $V_{ch,F}^{*,eff}$  en fonction de  $E$ ,  $\eta$  et des angles  $\alpha_{i=1,\dots,6}$ .

□ **31** — Quel est l'intérêt d'utiliser cette technique de surmodulation ?

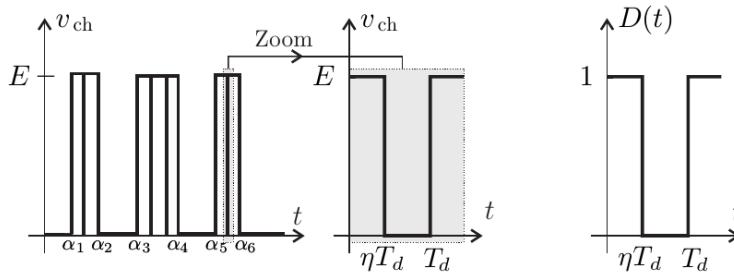
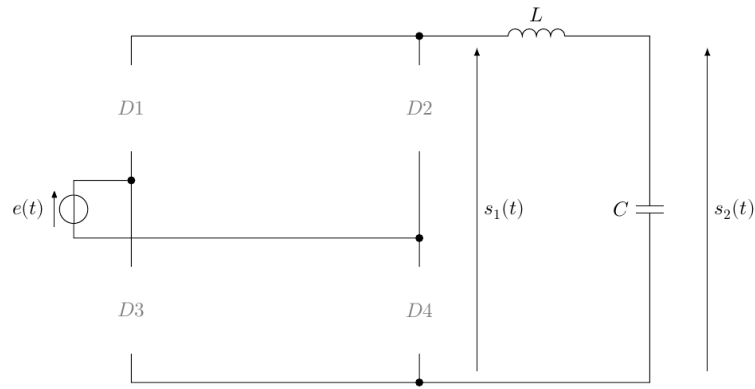


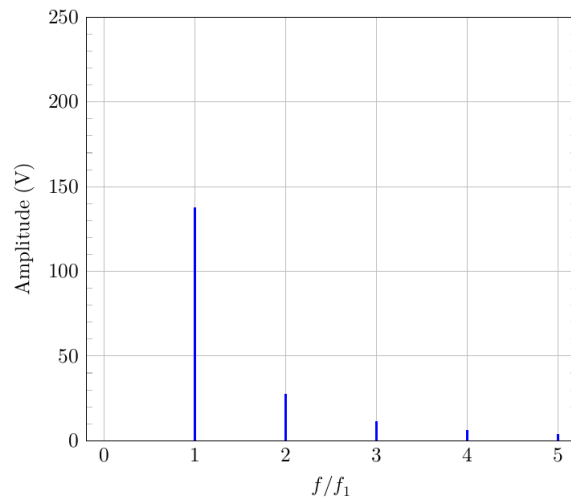
FIG. 8 – Découpage de la commande MLI (à gauche) et signal de découpe (à droite)

□ **32** — Représenter l'allure du spectre du signal  $v_{ch}^*(t)$  correspondant à la tension d'alimentation du moteur de la foreuse. Conclure.

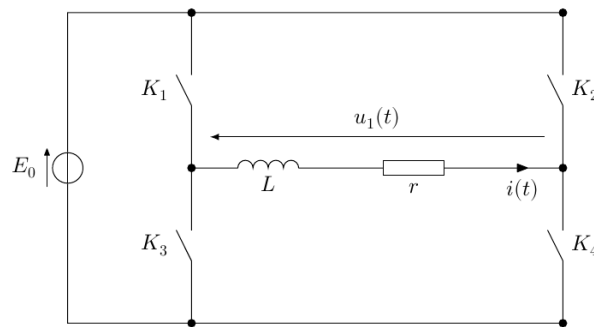
# ANNEXE



**Figure B** Redresseur PD2 avec filtrage par cellule LC



**Figure C** Spectre d'amplitude du signal  $s_1(t)$  de fréquence  $f_1$



**Figure D** Onduleur pleine onde

	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$u_1(t)$
$0 < t < T_0/2$	fermé				
$T_0/2 < t < T_0$					

**Figure E**