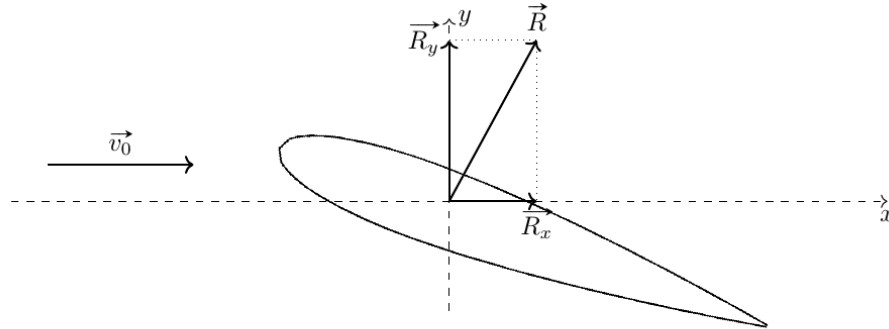


## Centrale PSI 2020

## I. L'Airbus A320 en vol

## A – Éléments de description d'une aile

- 1°) La portance  $\vec{R}_y$  et la traînée  $\vec{R}_x$  de l'aile sont respectivement perpendiculaire et colinéaire à la vitesse de l'air à grande distance en amont de l'avion :



- 2°) À pente et assiette nulles, on a  $\alpha = \beta = 3^\circ$ . Le mouvement de l'avion est rectiligne et uniforme donc son accélération est nulle. Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, il subit l'action du poids, de la poussée, de la traînée et de la portance aérodynamiques exercées par l'air (supposé immobile dans le référentiel terrestre).

Le mouvement étant horizontal, la traînée est également horizontale et la portance est verticale. En n'oubliant pas qu'il y a deux ailes, on projette l'équation du mouvement :

$$0 = -F + \rho S C_x v_0^2 \quad \text{et} \quad 0 = -mg + \rho S C_y v_0^2$$

- 3°) La deuxième équation fournit la vitesse  $v_0$ . On lit  $C_x \approx 2 \times 10^{-2}$  et  $C_y \approx 0,4$  pour  $\alpha = 3^\circ$ . Il vient, en assimilant la surface portante d'une aile à  $S = 3 \times 12 \text{m}^2$  :

$$v_0 = \sqrt{\frac{mg}{\rho S C_y}} \implies v_0 = 1,8 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

On en déduit la poussée totale :

$$F = \rho S C_x v_0^2 = mg \frac{C_x}{C_y} \implies F = 2,9 \times 10^4 \text{ N.}$$

*Remarque : la valeur numérique de F dépend énormément de la valeur lue pour  $C_y$ .*

## B – Rôle des ailes

*Remarque :* c'est dans cette partie qu'on exploite la relation de Bernoulli à travers le coefficient  $K_p$ . Les effets de la pesanteur sont implicitement négligés (pas illogique compte tenu de la différence d'altitude assez faible entre l'intrados et l'extrados) mais il faudrait estimer le nombre de Reynolds pour vérifier si l'écoulement est turbulent ou non. À la louche, je propose de l'estimer pour une épaisseur d'aile de l'ordre de 0,5 m. Avec les données de l'énoncé et la vitesse trouvée plus haut, je trouve  $Re \approx 6 \times 10^6$ .... L'écoulement est franchement turbulent.

D'autre part, la nature de l'écoulement dans la couche limite a un rôle prépondérant sur la portance. Le décrochement se produit quand la couche limite se décolle et que l'écoulement devient turbulent sur tout ou

partie de l'extrados. Si l'écoulement reste laminaire dans la couche limite, les effets de la viscosité y sont alors dominants et la relation de Bernoulli pose problème.

Usuellement, le coefficient  $K_p$  est défini de la façon suivante :  $K_p = \frac{P - P_0}{\frac{1}{2}\rho v_0^2}$  et ne fait pas appel à la relation de Bernoulli.

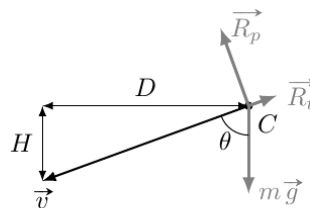
- 4°) D'après la définition de  $K_p$ , il vient  $P = K_p(P_t - P_0) + P_0$ , avec  $P_t = \text{Cte}$  d'après l'énoncé. Par conséquent, pour  $\alpha \neq 0$ , la pression sur l'extrados est plus faible que sur l'intrados. La résultante des forces de pression est donc globalement vers le haut (et vers la droite) et la force de portance n'est pas nulle.
- 5°) Les deux courbes sont confondues pour  $\alpha = 0$  car l'aile est symétrique. Donc la résultante des forces de pression est alors nulle et la portance aussi.
- 6°) Il ne peut y avoir de portance que si  $C_y > 0$ . D'autre part,  $C_y$  a une valeur maximale de l'ordre de 1,6. Pour un vol horizontal, il faut donc que la vitesse soit assez grande pour assurer la sustentation, car on a  $v^2 = \text{Cte}/C_y$ .
- 7°) En reprenant les résultats de la question 2, il vient

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{mg}{\rho S C_y^{\max}}}$$

- 8°) Par lecture de la courbe donnant  $C_y$ , il vient  $\alpha \approx 14^\circ$ .
- 9°) AN :  $v_{\min} = 92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .
- 10°) En phase d'atterrissage, on réduit la vitesse. Pour garder la sustentation, l'avion se cabre, mais il y a donc une limite à tout ça. Cependant, pour atterrir, il faut arrêter de voler ou de planer ! D'autre part, le vol n'est pas strictement horizontal lors d'un atterrissage.
- 11°) Que ce soit pour les becs ou les volets, on constate une augmentation de  $C_y^{\max}$  et de l'angle d'incidence pour lequel ce maximum se produit. L'avion se cabre donc davantage. L'effet des volets est bien plus important que celui des becs. Le maximum est à peu près multiplié par deux par rapport à une aile lisse. Avec les becs seuls, la vitesse minimale de sustentation est de  $92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  soit une vitesse de  $330 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . C'est un peu trop.
- Avec les volets seuls, cette vitesse minimale passe à environ  $240 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , ce qui permet de garder un peu de liberté sur l'assiette pour ajuster la vitesse.

## C – Le vol plané

- 12°) Un schéma : la trajectoire n'est plus horizontale



D'après la définition de la finesse  $f$ ,  $f = \frac{D}{H} = \tan(\theta)$ .

La trajectoire étant encore supposée rectiligne et uniforme, la résultante des actions est nulle. Par conséquent,

$$\begin{cases} R_t = mg \cos(\theta) \\ R_p = mg \sin(\theta) \end{cases} \implies \tan \theta = f = \frac{C_y}{C_x}$$

- 13°) Graphiquement,  $\theta$  est la pente d'une droite passant par l'origine et un point de la polaire de Eiffel. La finesse est alors maximale quand cette pente est maximale et que la droite devient tangente à la polaire.
- 14°) Par lecture de la figure 6, on trouve  $f_{\max} \approx \frac{1,2}{2,5 \times 10^{-2}} = 48$ .

- 15°) La distance horizontale maximale parcourue est alors de l'ordre de 48 km pour une hauteur de chute de 1 km.
- 16°) La réponse est plus ou moins dans la question. Il y a certainement augmentation de  $C_x$  et probablement une diminution de  $C_y$ . On peut penser que le fuselage participe davantage à la traînée qu'à la portance, par exemple.

## D – Quelques remarques

Le type d'aile envisagé est peu vraisemblable pour un avion de ligne. Les ailes symétriques sont utilisées pour des avions de voltige qui peuvent voler sur le dos. Pour un avion de ligne, on préfère des ailes dont le profil ressemble à la figure suivante :



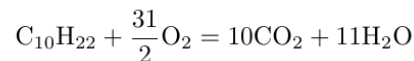
L'objectif est ainsi d'avoir une portance non nulle à incidence nulle.

Dans le cas d'une aile symétrique, le coefficient de portance devrait être nul à incidence nulle. La fonction  $C_y(\alpha)$  est alors une fonction impaire de  $\alpha$  et la fonction  $C_x(\alpha)$  devrait être une fonction paire de  $\alpha$  ce qui n'est pas le cas de la figure proposée dans le sujet. La polaire, elle, admet l'axe horizontal comme axe de symétrie.

## II. Turboréacteur double corps, avec soufflante, à flux séparés

- 17°) Il s'agit de calculer une «température de flamme» en réacteur isobare (la chambre de combustion est supposée isobare). La réaction est suffisamment rapide pour négliger, dans un premier temps, les transferts thermiques avec le monde environnant.

L'équation bilan de la réaction, pour une mole de décane, est la suivante :



Comme l'énoncé précise que la quantité d'air est juste suffisante, nous nous plaçons donc dans les conditions stœchiométriques. Ceci implique qu'il y a aussi 62 mol de  $\text{N}_2$  dans le mélange réactionnel.

Au cours de la réaction, la variation d'enthalpie du système est nulle. Nous passons donc par un état fictif intermédiaire pour décomposer en deux étapes :

- une première étape au cours de laquelle la réaction s'effectue de façon isobare et isotherme. La variation d'enthalpie est donc due seulement à la réaction et le milieu réactionnel a atteint sa composition finale.
- une seconde étape où il y a échauffement des produits seulement.

Après calculs, il vient

$$\Delta T_{\max} = \frac{-\Delta_r H^\circ}{10C_{Pm}^\circ(\text{CO}_2) + 11C_{Pm}^\circ(\text{H}_2\text{O}) + 62C_{Pm}^\circ(\text{N}_2)}$$

où  $\Delta_r H^\circ = 11\Delta_f H^\circ(\text{H}_2\text{O}) + 10\Delta_f H^\circ(\text{CO}_2) - \Delta_f H^\circ(\text{C}_{10}\text{H}_{22}) = -6345,1 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  d'après la loi de Hess.

*Remarque :* on se place dans l'approximation d'Ellingham puisqu'on suppose que l'enthalpie standard de réaction à 288 K est égale à l'enthalpie standard de réaction à 298 K.

AN :  $\Delta T_{\max} = 2476 \text{ K}$ .

*Remarque :* La température est nettement plus faible en réalité, car il y a un excès d'air par rapport au carburant.

- 18°) Hormis dans la chambre de combustion, l'évolution est adiabatique réversible et on va supposer que l'air se comporte comme un gaz parfait (sinon, on est bloqués). Par conséquent, à partir de  $PV^\gamma = \text{Cte}$ , on déduit

$$P_j^{1-\gamma} T_j^\gamma = P_i^{1-\gamma} T_i^\gamma \quad \implies \quad P_j = P_i \left( \frac{T_j}{T_i} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

19°) La soufflante agit déjà comme un compresseur isentropique (ce que l'énoncé ne précise pas) donc

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \implies T_2 = 288 \times 2^{2/7} = 351 \text{ K}$$

Le compresseur est « en série » avec la soufflante donc tout se passe comme si on passait directement de  $T_1$  à  $T_3$  avec un taux de compression égal à  $2 \times 13 = 26$ . En appliquant la même formule que précédemment,

$$T_3 = T_1 \left( \frac{P_3}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \implies T_3 = 288 \times 26^{2/7} = 731 \text{ K}$$

20°) Pour calculer  $T_5$ , il faut exploiter le fait que la soufflante, le compresseur et la turbine sont montés sur le même arbre et qu'il n'y a pas de pertes mécaniques. En fait, la turbine fournit juste la puissance nécessaire au fonctionnement de la soufflante et du compresseur. En faisant attention aux débits, il vient

$$D_m w_{1 \rightarrow 2} + D_{m1} w_{2 \rightarrow 3} + D_{m1} w_{4 \rightarrow 5} = 0 \implies (1 + \beta)(T_2 - T_1) + (T_3 - T_2) + (T_5 - T_4) = 0$$

Finalement, on a

$$T_5 = T_4 + (T_2 - T_3) + (1 + \beta)(T_1 - T_2) \implies T_5 = 648 \text{ K}$$

On en déduit la valeur de  $P_5$  :  $P_5 = 1,55 \text{ bar}$ .

21°) Dans la tuyère, il n'y a pas de pièces mobiles placées dans l'écoulement, donc  $w_{5 \rightarrow 6} = 0$ . En négligeant  $c_5$  devant  $c_6$ , il vient

$$c_6 = \sqrt{2C_p \text{ mass}(T_5 - T_6)}.$$

L'évolution de l'air dans la tuyère étant encore adiabatique réversible, il vient

$$T_6 = T_5 \left( \frac{P_6}{P_5} \right)^{2/7} \implies T_6 \approx 572 \text{ K}$$

Finalement, l'application numérique donne  $c_6 \approx 392 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

22°) Encore une évolution isentropique d'un gaz parfait :

$$T_7 = T_2 \left( \frac{P_7}{P_2} \right)^{2/7} \implies T_7 \approx 288 \text{ K}$$

La célérité vaut alors  $c_7 = \sqrt{2C_p \text{ mass}(T_2 - T_7)}$ , soit  $c_7 \approx 355 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Prenons comme surface de contrôle (ouverte) le turboréacteur dans son ensemble et notons la  $\mathcal{S}$ . Puis prenons comme système fermé le turboréacteur plus le gaz qui va rentrer dans la tuyère entre  $t$  et  $t + dt$ . On se place en régime permanent d'écoulement.

Le bilan de quantité de mouvement, projeté sur l'axe horizontal, s'écrit alors :

$$\begin{cases} p(t) & = p_{\mathcal{S}} + D_m c_1 \\ p(t + dt) & = p_{\mathcal{S}} + D_{m1} c_6 + D_{m2} c_7 \end{cases} \implies \frac{dp}{dt} \approx D_{m1} c_6 + D_{m2} c_7$$

en négligeant  $c_1$  devant  $c_6$  ou  $c_7$ .

Les actions mécaniques sont dues aux forces de pression, au poids et l'action de liaison qui maintient le turboréacteur fixe. Comme l'atmosphère est isobare, la résultante des forces pressantes est nulle. La composante horizontale de l'action de liaison s'oppose à la poussée du turboréacteur qui vaut donc

$$F = -D_{m1} c_6 - D_{m2} c_7$$

D'où le résultat de l'énoncé.

23°) On a  $D_m = (1 + \beta)D_{m1}$  donc  $|F| = D_m \frac{c_6 + \beta c_7}{1 + \beta}$ .

24°) On en déduit la poussée spécifique, qui est homogène à une vitesse :

$$F_s = \frac{c_6 + \beta c_7}{1 + \beta} \implies F_s = 3,6 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

25°) La poussée spécifique assurée par le flux chaud vaut

$$\frac{F_c}{|F|} = \frac{c_6}{c_6 + \beta c_7} \implies \frac{F_c}{|F|} = 16 \text{ percent}$$

26°) D'après les résultats précédents, il vient

$$D_m = \frac{(1 + \beta)|F|}{c_6 + \beta c_7} \implies D_m = 55,5 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

27°) En vol de croisière, les conditions de température et de pression ne sont pas identiques à celles des essais au sol. Par exemple, la masse volumique est plus faible en altitude, ce qui a tendance à diminuer le débit de masse donc la poussée.

De même, l'air atmosphérique n'est pas immobile. Par exemple, il est plus difficile de faire le trajet Paris - New York que le trajet retour à cause des courants - jets (qui vont d'ouest en est).

Tout ça pour dire qu'il est difficile de transposer les essais au sol aux conditions de vol réelles sans pour autant pouvoir affirmer que ce sera mieux ou moins bien !

### III. NOx et production de gaz à effet de serre

28°) Noter qu'on calcule l'enthalpie de réaction à 298 K alors que le sujet parle de l'oxydation du diazote à haute température. On prie pour que l'approximation d'Ellingham fonctionne bien.

D'après la loi de Hess, il vient  $\Delta_r H^\circ = 2\Delta_f H^\circ(\text{NO} = 180,8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

29°) Calculons la constante de réaction à 1450 K. On a

$$K = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^\circ}{RT}\right) \implies K = 6 \times 10^{-6}$$

La réaction est donc très peu avancée et on peut supposer en première approximation que la composition de l'air est encore de 20 % de  $\text{O}_2$  et 80 %, soit des fractions molaires  $x(\text{O}_2) = 0,2$  et  $x(\text{N}_2) = 0,8$ .

À l'équilibre, on a

$$K = \frac{x(\text{NO})^2}{x(\text{O}_2)x(\text{N}_2)} \implies x(\text{NO}) = \sqrt{x(\text{O}_2)x(\text{N}_2)K} \approx 10^{-3}$$

30°) D'après l'expression de l'enthalpie standard de réaction, la réaction est exothermique. Elle est donc défavorisée à haute température, d'un point de vue thermodynamique, mais la température d'inversion est d'environ 780 K. La constante d'équilibre à 400 K vaut environ  $2 \times 10^8$  donc la réaction est quantitative à cette température.

D'autre part, d'un point de vue cinétique, on peut avoir intérêt à travailler à une température assez élevée pour que la vitesse soit plus grande.

31°) Pour les deux expériences, la pente est voisine de 2. Par conséquent, la loi de vitesse par rapport à NO est de la forme  $v = \alpha[\text{NO}]^2$ .

À une abscisse donnée, par exemple à l'instant initial pour  $\ln([\text{NO}]) = 2,3$ , on a  $y_1 - y_2 = 0,917$ . Imaginons que l'ordre partiel par rapport à  $\text{O}_2$  vaut  $q$ . Cela signifie que

$$q \ln \frac{[\text{O}_2]_1}{[\text{O}_2]_2} = 0,914 \implies q \approx 1$$

Finalement, la loi de vitesse est de la forme  $v = k[\text{O}_2][\text{NO}]^2$ . On constate que les ordres partiels sont égaux aux coefficients stœchiométriques sans qu'on puisse en dire plus.

Avec les données numériques à  $t = 0$ , on trouve  $k = 4,5 \times 10^{-6} \text{ L}^2 \cdot \text{min}^{-1} \cdot \mu\text{mol}^{-2}$ .