

**PROBLEME 1 : cinétique chimique**

Le mercure, de numéro atomique 80, est situé dans la 12ème colonne et la 6ème période. Il possède 2 électrons de valence.

1. A quel groupe appartient l'élément Mercure. Quel est sa particularité physique ?
2. Quel(s) cation(s) peut-on envisager ? Justifier l'existence de  $Hg_2^{2+}$ .
3. Donner la formule de Lewis du calomel  $Hg_2Cl_2$ .

On s'intéresse à présent à la cinétique de la réaction de réduction de  $Hg^{2+}$  par  $Fe^{2+}$  :

$$2Fe^{2+} + 2Hg^{2+} = Hg_2^{2+} + 2Fe^{3+}$$

On supposera que la loi de vitesse suit la forme  $v = k[Fe^{2+}]^p [Hg^{2+}]^q$

On suit la réaction par spectrophotométrie avec différentes concentrations initiales  $[Fe^{2+}]_0$  et  $[Hg^{2+}]_0$ , on obtient les résultats suivants (le temps est mesuré en unités arbitraires u.a. non précisées) :

Expérience n°1 :  $[Fe^{2+}]_0 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ ,  $[Hg^{2+}]_0 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$

$t(\text{u.a.})$	0	1	2	3	$\infty$
$[Hg^{2+}]/[Hg^{2+}]_0$	1	0,50	0,33	0,25	0

Expérience n°2 :  $[Fe^{2+}]_0 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ ,  $[Hg^{2+}]_0 = 0,001 \text{ mol.L}^{-1}$

$t(\text{u.a.})$	0	1	2	4	$\infty$
$[Hg^{2+}]/[Hg^{2+}]_0$	1	0,66	0,45	0,20	0

- 4- Expliquer l'intérêt du choix  $[Fe^{2+}]_0 = [Hg^{2+}]_0$  dans la première expérience, et l'intérêt du choix  $[Fe^{2+}]_0 \gg [Hg^{2+}]_0$  dans la seconde.
- 5- Montrer que l'ordre global de la réaction est 2.
- 6- Montrer qu'on peut raisonnablement estimer que les ordres partiels vérifient  $p=q=1$ .

## PROBLEME 2 : récupération d'énergie sur une piste de discothèque

De nombreux systèmes de récupération d'énergie sont aujourd'hui utilisés pour alimenter des capteurs ou des petits dispositifs électroniques. Ces systèmes récupèrent de l'énergie de l'activité humaine, de la chaleur ambiante, de la lumière ou des vibrations. On étudie dans cette partie un système conçu et mis en œuvre par des ingénieurs néerlandais afin de récupérer de l'énergie issue de la danse, dans le contexte d'une discothèque (voir figure 1). Ce système a fait l'objet d'un brevet, publié en 2010 par l'entreprise Energy Floors<sup>®</sup>.



FIGURE 1 – Club Watt, Rotterdam (*Sustainable Dance Club BV<sup>®</sup>*).

La piste de danse est composée d'un réseau de modules surmontés de dalles mobiles, convertissant une partie de l'énergie cinétique des danseurs en énergie électrique. Cette énergie est ensuite utilisée pour éclairer, entre autres, une assemblée de diodes électroluminescentes (LED) multicolores situées sur les dalles et autour de la piste de danse (voir figure 2). Chaque module comprend également un système optique de miroirs permettant d'observer une multitude d'images de chaque LED, simulant un effet de « miroir infini ».

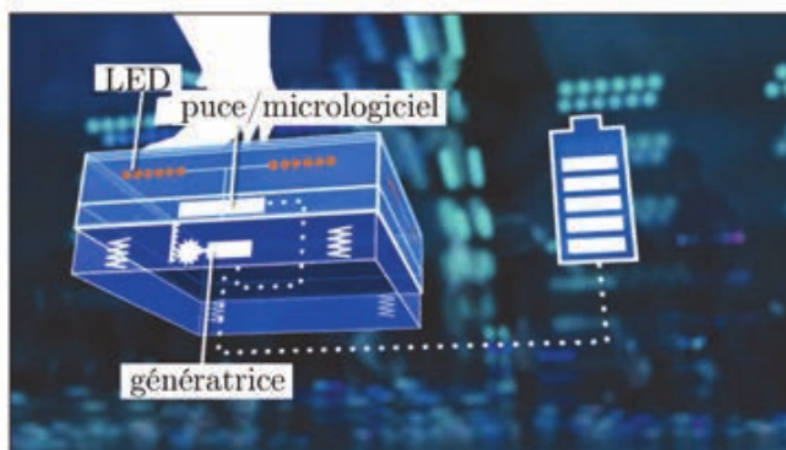


FIGURE 2 – Vue d'artiste du module récupérateur d'énergie (*Sustainable Dance Club BV<sup>®</sup>*).

## MODÉLISATION DE LA CONVERSION D'ÉNERGIE

### A / Mouvement de la dalle : mise en équation

Pour étudier le comportement mécanique du système récupérateur d'énergie, on se place à l'échelle d'un module unique, constitué d'une dalle de dimensions  $65 \text{ cm} \times 65 \text{ cm} \times 14,5 \text{ cm}$  suspendue par des ressorts mécaniques. Pour simplifier, on la modélise par une masse  $m$  reliée à un ressort équivalent de longueur à vide  $\ell_0$  et de constante de raideur  $k$ , ainsi qu'à un amortisseur mécanique (frottement fluide) de coefficient  $D > 0$  (voir figure 3). On note  $\vec{g} = -g \vec{e}_x$  le champ de pesanteur supposé uniforme.

La dalle est repérée par sa position  $x$  sur un axe vertical ascendant de vecteur unitaire  $\vec{e}_x$ , l'origine  $O$  étant liée au bâti. Son mouvement est étudié dans le référentiel terrestre  $\mathcal{R}$  supposé galiléen ; on note  $\vec{v} = \dot{x} \vec{e}_x$  son vecteur vitesse dans ce référentiel. Le déplacement linéaire vertical de la dalle est ensuite converti en mouvement de rotation par un engrenage de type pignon-crémaillère.

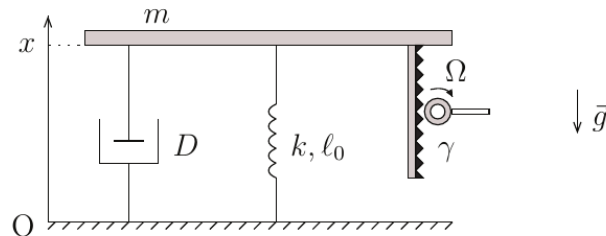


FIGURE 3 – Modèle mécanique de la dalle mobile : schéma et notations.

- A1.** Exprimer la force de rappel  $\vec{F}_r$  exercée par le ressort sur la dalle en fonction des données du problème.
- A2.** La dalle étant supposée au repos dans un premier temps, déterminer sa position d'équilibre  $x_{\text{eq}}$  en fonction de  $\ell_0$ ,  $k$ ,  $m$  et  $g$ . Vérifier l'homogénéité dimensionnelle et la pertinence physique de l'expression obtenue.

Un danseur de masse  $M$  monte sur la dalle : cette dernière se met alors en mouvement, avant de se stabiliser à une nouvelle position d'équilibre  $x'_{\text{eq}}$ .

- A3.** Exprimer littéralement  $x'_{\text{eq}}$ , puis l'affaissement de la dalle  $\delta = x_{\text{eq}} - x'_{\text{eq}}$ .

Le constructeur précise ci-dessous un critère de dimensionnement du ressort équivalent :

**Document 1.** *Human-powered small-scale generation system for a sustainable dance club*, IEEE Industry Applications Magazine, 2011 :

Although the dancer is aware that energy is generated from the dance floor, the dancing experience should only be disturbed a little. Therefore, only little movement (several millimeters) of the suspended floor is allowed, and a high spring<sup>a</sup> stiffness<sup>b</sup> has been selected to achieve this.

- a. ressort.  
b. raideur.

- A4.** En choisissant une valeur raisonnable pour  $M$  (adulte de corpulence moyenne), proposer une valeur de constante de raideur permettant de répondre en régime quasi-statique à la contrainte imposée.

On cherche à présent à décrire la dynamique du mouvement de la dalle. Outre son poids, la force de rappel du ressort et la force exercée par l'amortisseur mécanique, la dalle subit également :

- une force exercée par le danseur en mouvement, notée  $\vec{F}$  ;
- une force d'amortissement électromagnétique  $\vec{F}_\alpha = -\alpha\vec{v}$ , avec  $\alpha > 0$  ; on justifiera son expression dans la partie suivante.

**A5.** Après avoir posé  $X = x - x_{\text{eq}}$ , montrer que le mouvement de la dalle est régi par une équation différentielle de la forme

$$\ddot{X} + \left(\frac{D + \alpha}{m}\right)\dot{X} + a_0X = b_0$$

où on donnera les expressions de  $a_0$  et  $b_0$  en fonction de  $k$ ,  $m$  et  $F$ .

**A6.** Le système ainsi modélisé est-il linéaire ? Est-il stable ? Justifier la réponse.

## B / Puissance électrique reçue par les LED

Le mouvement de translation de la dalle, de vitesse  $\dot{x}(t)$ , entraîne la rotation de la roue dentée schématisée sur la figure 3. On admet que sa vitesse angulaire de rotation s'exprime  $\Omega = \gamma\dot{x}(t)$ , avec  $\gamma$  le rapport de transmission. L'énergie cinétique de la roue dentée est par la suite convertie en énergie électrique au moyen d'une génératrice, servant alors à éclairer un réseau de LED disposées sur la partie supérieure des dalles.

On modélise dans un premier temps la génératrice par l'association série d'une force électromotrice (fem)  $u = K_t\Omega$ , d'une résistance  $R$  et d'une inductance propre  $L$ . On s'intéresse à la puissance débitée par ce dipôle dans le réseau de LED, assimilé à une résistance de charge  $R_L$  (voir figure 4).

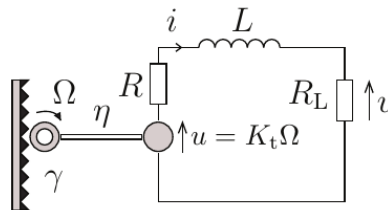


FIGURE 4 – Circuit électrique équivalent : schéma et notations.

- B1.** Donner sans démonstration l'expression de l'impédance complexe d'un conducteur ohmique de résistance  $R$ , puis d'une bobine idéale d'inductance propre  $L$  en fonction de la pulsation d'excitation du circuit  $\omega$ .
- B2.** La pulsation  $\omega$  étant celle imposée par les pas du danseur, estimer son ordre de grandeur.
- B3.** Sachant que  $R = 19,2 \Omega$ , justifier l'approximation proposée ci-dessous par le constructeur :

**Document 2.** *Human-powered small-scale generation system for a sustainable dance club*, IEEE Industry Applications Magazine, 2011 :  
As such, the armature winding inductance ( $L = 1,67 \text{ mH}$ ) has been neglected because of the low excitation frequency of the system.

**B4.** Dans le cadre de l'approximation précédente, exprimer la tension  $v$  aux bornes de la résistance  $R_L$  en fonction de  $u$ ,  $R$  et  $R_L$ .

**B5.** Dédurre de la question précédente que la puissance électrique instantanée  $P_L(t)$  reçue par le réseau de LED peut s'écrire

$$P_L(t) = A [K_t \gamma \dot{x}(t)]^2$$

avec  $A$  un facteur à exprimer en fonction de  $R$  et  $R_L$  uniquement.

La génératrice concède des pertes au cours de son fonctionnement. Son rendement est défini par

$$\eta = \frac{P_u(t)}{P_p(t)} \quad (0 < \eta < 1)$$

où  $P_u(t)$  et  $P_p(t)$  désignent respectivement la puissance instantanée fournie par la fem et la puissance instantanée prélevée par la génératrice à la dalle mobile.

**B6.** Exprimer  $P_u(t)$ , puis  $P_p(t)$  en fonction de  $K_t$ ,  $\gamma$ ,  $R$ ,  $R_L$ ,  $\dot{x}(t)$  et  $\eta$ .

**B7.** Justifier de manière argumentée que cette puissance prélevée se traduit, d'un point de vue de la dalle, par une force de frottement de la forme  $\vec{F}_\alpha = -\alpha \vec{v}$  (voir partie **A**), avec

$$\alpha = \frac{(K_t \gamma)^2}{\eta(R + R_L)}$$

**B8.** On donne  $\eta = 50\%$ ,  $K_t = 7,28 \cdot 10^{-2} \text{ N.m.A}^{-1}$ . En prenant  $R_L = 150 \Omega$  et  $\gamma = 2,2 \cdot 10^4 \text{ rad.m}^{-1}$ , calculer la valeur de  $\alpha$ . Sachant que  $D = 10 \text{ N.s.m}^{-1}$ , justifier le commentaire du constructeur reporté ci-dessous :

**Document 3.** *Human-powered small-scale generation system for a sustainable dance club*, IEEE Industry Applications Magazine, 2011 :

When energy is generated for lighting, the damping<sup>a</sup> of the system is determined by the dc generator and its electrical load. In that case, the mechanical damping may be neglected.

<sup>a</sup>. amortissement.

## SIMULATIONS, OPTIMISATION DES PARAMÈTRES

Durant les phases de conception du dispositif, des simulations numériques ont été réalisées dans le but d'optimiser la conversion d'énergie cinétique en énergie électrique, tout en respectant les exigences de puissance et de sécurité.

### D / Réponse indicielle

Dans cette partie, on impose à la dalle, initialement à sa position d'équilibre et immobile, un échelon de force  $F = F_0$  à partir de l'instant  $t = 0$ , et on cherche à quantifier la puissance fournie au réseau de LED. En utilisant les parties précédentes, l'équation du mouvement de la dalle peut être approchée par

$$\ddot{X} + \frac{\alpha}{m} \dot{X} + \frac{k}{m} X = \frac{F_0}{m}$$

où  $X = x - x_{\text{eq}}$  (voir partie **A**). Cette équation différentielle peut se mettre sous la forme canonique suivante :

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X = \omega_0^2 \frac{F_0}{k}$$

$$\text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{\sqrt{km}}{\alpha}$$

On donne la valeur des paramètres mécaniques :  $m = 35 \text{ kg}$ ,  $k = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}$ . On prendra numériquement  $\alpha = 3,0 \cdot 10^4 \text{ N.s.m}^{-1}$ .

**D1.** Préciser la dimension et la signification physique des quantités  $\omega_0$  et  $Q$ . Comment les nomme-t-on habituellement ?

**D2.** Exprimer la solution particulière de l'équation différentielle précédente.

Compte tenu des ordres de grandeur, on admet que la solution générale de l'équation différentielle peut s'écrire de façon approchée

$$X(t) \simeq \frac{F_0}{k} \left[ 1 - \frac{1}{1 - Q^2} \left( e^{-\omega_0 Q t} - Q^2 e^{-\omega_0 t / Q} \right) \right]$$

**D3.** Déterminer, en le justifiant, le type de régime transitoire d'évolution de  $X(t)$  parmi les adjectifs suivants : pseudo-périodique, critique, apériodique. Vérifier que cette solution satisfait aux conditions initiales précisées en début de partie.

**D4.** En déduire la loi d'évolution de la vitesse  $\dot{x}(t)$  de la dalle.

**D5.** Montrer finalement que dans le cadre du modèle développé à la question **B5**, la puissance électrique instantanée reçue par les LED s'écrit sous la forme

$$P_L(t) = K F_0^2 \left( e^{-\omega_0 Q t} - e^{-\omega_0 t / Q} \right)^2$$

avec  $K$  un facteur constant qu'on ne cherchera pas à déterminer.

**D6.** Dans l'expression de  $P_L(t)$ , une exponentielle converge beaucoup plus vite que l'autre : déterminer laquelle. Montrer alors qu'aux « temps longs »,  $P_L(t)$  décroît exponentiellement, selon un temps caractéristique  $\tau$  à exprimer en fonction de  $\omega_0$  et  $Q$ .

La figure 6, adaptée de la notice constructeur, représente l'évolution de la puissance électrique prédite (signal de sortie) sous l'effet de plusieurs échelons de force successifs d'intensité différente (signal d'entrée).

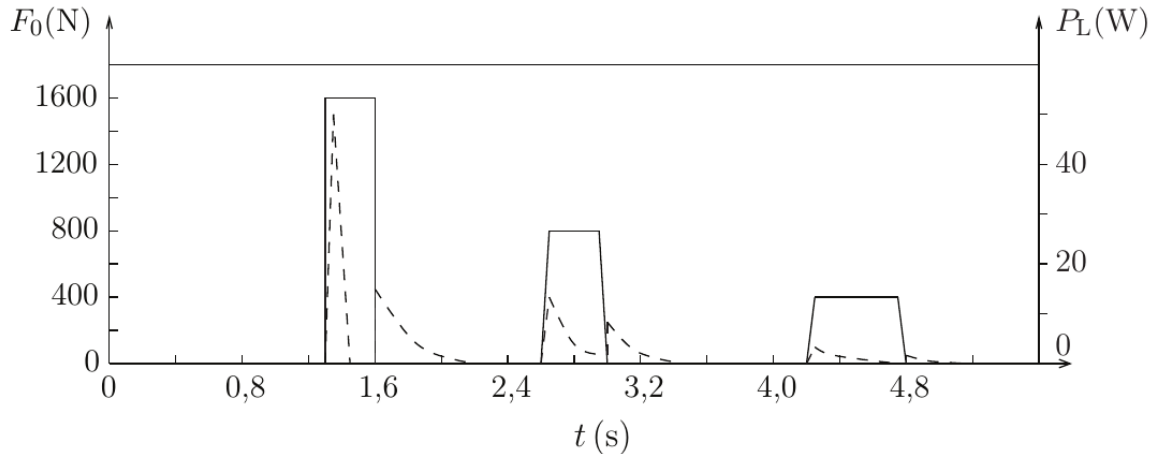


FIGURE 6 – Évolutions temporelles de la force et de la puissance électrique : simulations numériques (adapté de *Energy Floors*<sup>®</sup>).

**D7.** Associer chaque courbe (en trait plein, en pointillés) à la grandeur correspondante :  $F_0$ ,  $P_L$ . Indiquer les intervalles temporels pendant lesquels sont appliqués des échelons de force, ainsi que les valeurs de  $F_0$  associées.

Le constructeur précise :

**Document 4.** *Human-powered small-scale generation system for a sustainable dance club*, IEEE Industry Applications Magazine, 2011 :

Energy is both generated when the tile <sup>a</sup> moves downward due to the force applied by the dancer and when the tile moves upward due to the spring even when there is no contact with the dancer.

<sup>a</sup>. dalle.

**D8.** Ce commentaire est-il en cohérence avec la figure 6 ? Comment justifier que la puissance électrique tende vers zéro au bout d'un temps suffisamment long, même en présence d'une force appliquée non nulle ?

**D9.** Analyser l'influence de l'échelon de force  $F_0$  sur l'allure de  $P_L(t)$ , en lien avec la question **D5**.

**D10.** Le temps typique de décroissance  $\tau$  de la puissance électrique lors de l'application d'un échelon de force semble-t-il dépendre de  $F_0$  ? Estimer son ordre de grandeur, puis le comparer à la prédiction obtenue à la question **D6**.

## E / Forçage sinusoïdal

On teste à présent le système au plus proche de ses conditions réelles d'utilisation. Un expérimentateur danse sur la dalle et exerce sur elle une force  $\vec{F}$ , dont la norme est mesurée au moyen d'un capteur de force placé sur celle-ci (voir figure 7). Le signal obtenu montre qu'en dansant, l'expérimentateur reste à tout instant en contact avec la dalle. On modélise ce signal de manière approximative par l'équation

$$F(t) = F_0 + F_1 \cos(\omega t + \varphi)$$

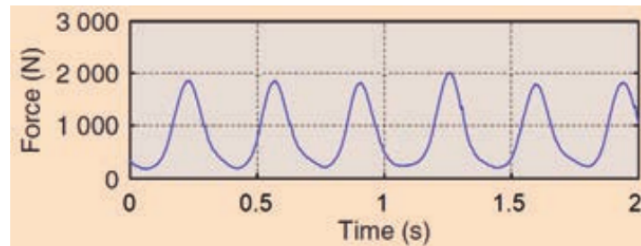


FIGURE 7 – Évolution expérimentale de la force  $F$  exercée par le danseur (de masse 83 kg) sur la dalle au cours du temps (*Energy Floors*<sup>®</sup>).

**E1.** Estimer la valeur des coefficients de modélisation  $F_0$ ,  $F_1$  et  $\omega$  pour le signal représenté sur la figure 7.

En redéfinissant  $X$  comme l'écart entre la position de la dalle et sa position d'équilibre atteinte lorsque le danseur est immobile, l'équation du mouvement de la dalle peut s'écrire

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X = \frac{F_1}{m} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{\eta(R + R_L)\sqrt{km}}{(K_t\gamma)^2}$$

On rappelle la valeur des paramètres mécaniques :  $m = 35$  kg,  $k = 1,5 \cdot 10^5$  N.m<sup>-1</sup>. En régime établi, la solution de cette équation différentielle est de la forme

$$X(t) = X_0 \cos(\omega t + \Psi)$$

On lui associe la grandeur complexe  $\underline{X}(t) = X_0 e^{i(\omega t + \Psi)}$  telle que  $X(t) = \mathcal{R}e(\underline{X}(t))$ .

**E2.** Déterminer l'expression de l'amplitude  $X_0$  des oscillations de la dalle en fonction de  $\omega_0$ ,  $Q$ ,  $m$ ,  $\omega$  et  $F_1$ .

**E3.** Exprimer l'amplitude de vitesse  $V_0$  de la dalle en fonction de  $X_0$  et  $\omega$ .

En utilisant les résultats des parties précédentes, il est possible de montrer (non demandé) que la moyenne temporelle de la puissance fournie aux LED s'exprime

$$\langle P_L \rangle = \frac{(\eta F_1 K_t)^2 R_L \gamma^2}{2K_t^4 \gamma^4 + 2\eta^2 km (R + R_L)^2 [(\omega/\omega_0) - (\omega_0/\omega)]^2}$$

Dans la suite, on s'intéresse à l'influence de l'un des paramètres suivants,  $\omega$ ,  $\gamma$  ou  $R_L$ , sur la puissance moyenne récupérée  $\langle P_L \rangle$ , les autres paramètres étant maintenus constants.



**E4.** Analyser les comportements asymptotiques de  $\langle P_L \rangle$  aux basses et aux hautes fréquences. Déterminer, littéralement puis numériquement, la pulsation  $\omega$  pour laquelle  $\langle P_L \rangle$  est maximale, ainsi que l'expression littérale de la puissance moyenne récupérée maximale notée  $\langle P_L \rangle_{\max}$ . Tracer alors l'allure qualitative de  $\langle P_L \rangle$  en fonction de  $\omega$ .

Ce système a été testé en 2015 dans l'émission scientifique télévisée *On n'est pas que des cobayes*, à l'occasion de la Fête de la Science. Deux équipes, composées chacune de deux danseurs et deux danseuses, s'affrontent sur la piste de danse, avec pour objectif de générer le maximum d'énergie électrique pendant une durée fixée (30 secondes environ) :

- l'équipe 1 danse sur un morceau de salsa, de tempo 115 battements.min<sup>-1</sup> ;
- l'équipe 2 danse sur un morceau de disco, de tempo 125 battements.min<sup>-1</sup>.

**E5.** En faisant l'hypothèse que les deux équipes ont même masse totale et dansent de la même façon, quelle équipe a selon vous gagné ce duel, en vous fiant aux résultats établis à la question précédente ?

Dans les questions suivantes, on considère que la pulsation  $\omega$  imposée par le danseur est fixée. Le graphique 3D ci-dessous, fourni par le constructeur, montre que la puissance de sortie dépend fortement du rapport de transmission  $\gamma$  et de la résistance de charge  $R_L$ .

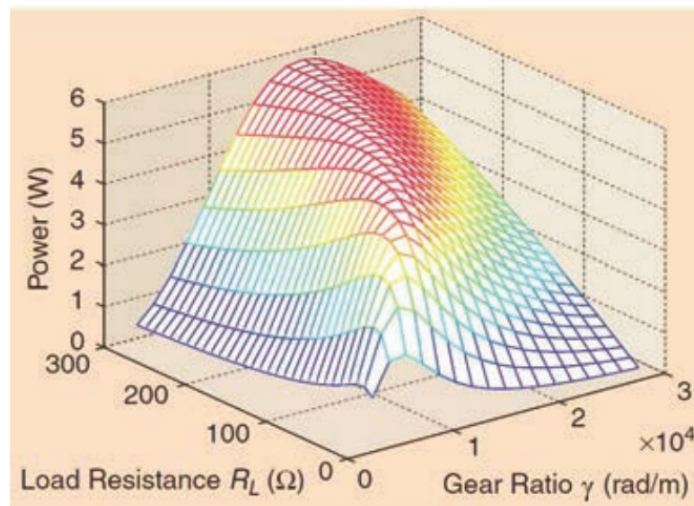


FIGURE 8 – Évolution de la puissance électrique de sortie en fonction du rapport de transmission et de la résistance de charge (*Energy Floors*<sup>®</sup>).

**E6.** En exploitant l'expression de la puissance moyenne donnée à la page précédente, tracer, en la justifiant, l'allure qualitative de  $\langle P_L \rangle$  en fonction de  $\gamma$ , les paramètres  $\omega$  et  $R_L$  étant fixés.

**E7.** De la même manière, tracer, en la justifiant, l'allure qualitative de  $\langle P_L \rangle$  en fonction de  $R_L$ , les paramètres  $\omega$  et  $\gamma$  étant fixés.

**E8.** Confronter vos prédictions d'évolution de  $\langle P_L \rangle$  en fonction de  $\gamma$  (question **E6**), puis en fonction de  $R_L$  (question **E7**) à la figure 8.

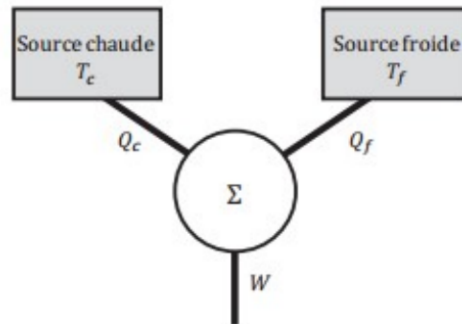
**E9.** Quel jeu de valeurs ( $\gamma, R_L$ ) proposeriez-vous pour dimensionner ce système ? Justifier.

## PROBLEME 3 : étude d'un réfrigérateur domestique

Les applications numériques seront faites avec 2 chiffres significatifs. Les feuilles "ANNEXES" sont à rendre en indiquant votre nom.

### A. Modélisation d'une machine réfrigérante ditherme

On représente schématiquement une machine ditherme comme ci-après.



On note :

$\Sigma$  : le fluide thermodynamique « caloporteur » ou « frigorigène »

$Q_c$ : le transfert thermique échangé par  $\Sigma$  avec la source chaude (température  $T_c$ ) au cours d'un cycle

$Q_f$ : le transfert thermique échangé par  $\Sigma$  avec la source froide (température  $T_f$ ) au cours d'un cycle

$W$ : le travail échangé par  $\Sigma$  avec l'extérieur au cours d'un cycle

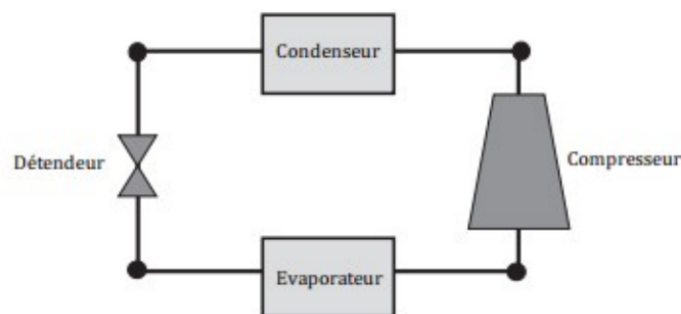
Ces grandeurs sont algébriques et leur signe est positif lorsque le système thermodynamique  $\Sigma$  les reçoit effectivement.

1. Indiquer le signe de  $Q_c$ ,  $Q_f$  et  $W$  lorsque la machine fonctionne en réfrigérateur. Justifier.
2. Définir l'efficacité  $e_f$  (aussi appelé coefficient de performance) d'une telle machine et montrer qu'elle est majorée par une efficacité maximale  $e_f^{max}$  dont on établira l'expression en fonction de  $T_c$  et  $T_f$ .

### B. Etude d'un cycle réfrigérant à compression de vapeur

Nous nous proposons d'étudier un cycle à compression de vapeur utilisé dans un réfrigérateur. La source chaude est la cuisine, de température  $T_c$ , la source froide est {l'armoire du réfrigérateur et son contenu} de température homogène  $T_f$ .

Un fluide frigorigène décrit le cycle schématisé ci-dessous.



Il y a des transformations suivantes :

De l'état 4 à l'état 1 :	évaporation à $T_{evap} = 0\text{ °C}$ puis surchauffe isobare jusqu'à $10\text{ °C}$ .
De l'état 1 à l'état 2 :	compression adiabatique dans le compresseur.
De l'état 2 à l'état 3 :	refroidissement isobare, liquéfaction isobare à $T_{cond} = 40\text{ °C}$ puis sous-refroidissement du liquide jusqu'à $30\text{ °C}$ .
De l'état 3 à l'état 4 :	détente isenthalpique du fluide.

On note  $h_i$ ,  $s_i$  et  $v_i$  respectivement l'enthalpie, l'entropie et le volume massiques du fluide dans l'état  $i$ .  
On note  $P_i$  et  $T_i$  respectivement la pression et la température du fluide dans l'état  $i$ .

Entre les états  $i$  et  $j$ , on note :

$\Delta_{ij}h$  la variation d'enthalpie massique du fluide (les notations utilisées pour d'autres variations de grandeurs d'état s'en déduisent)

$q_{ij}$  le transfert thermique massique reçu par le fluide

$w_{ij}$  le travail massique utile (ou indiqué) reçu par le fluide.

3. Annoter la **figure 1** du document annexe à rendre en plaçant les différents points correspondant aux états 1 à 4. Positionner la source chaude et la source froide. Indiquer par une flèche le sens du transfert thermique entre les sources et le fluide dans l'évaporateur et dans le condenseur.

### Cycle avec compression réversible

Dans un premier temps, on suppose que **la compression est adiabatique et réversible**. Elle conduit alors le fluide de l'état 1 à un état noté 2s.

4. Placer les points correspondant aux états 1, 2s, 3 et 4 dans le diagramme  $P(h)$  du fluide R134a en annexe (**figure 2a**).

(Remarque : le point 2' déjà placé sur le diagramme sert à la partie C, ne pas s'en préoccuper ici)

5. Remplir les colonnes représentant les états 1, 2s, 3 et 4 du **tableau 3** du document annexe à rendre.
6. Justifier que l'on ait choisi  $T_{evap} \leq T_f$  et  $T_{cond} \geq T_c$ .
7. Quelle hypothèse concernant le fluide sous-tend la modélisation des transformations  $4 \rightarrow 1$  et  $2s \rightarrow 3$  comme des isobares ?
8. En analysant les abaques de la **figure 2a**, indiquer si la vapeur sèche de R134a peut être assimilée à un gaz parfait entre les états 1 et 2s. Justifier.

### Cycle avec compression non réversible

La compression n'est en réalité pas réversible. Le compresseur est caractérisé par son rendement isentropique défini par :

$$\eta = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

Le rendement isentropique du compresseur est de 75 %.

Le cycle étudié est désormais  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ .

9. Déduire des valeurs de  $h_1$  et  $h_{2s}$  celle de  $h_2 - h_1$  et placer le point correspondant à l'état 2 sur la **figure 2a**. Tracer le cycle sur la **figure 2a** en utilisant un stylo de couleur.
10. Compléter la colonne 2 du **tableau 3** du document annexe.
11. On observe graphiquement que  $s_2 > s_{2s}$ . Justifier physiquement.

### Détermination de l'efficacité de la machine

12. Rappeler l'expression du premier principe de la thermodynamique lorsqu'il est appliqué à un système ouvert en régime stationnaire.

13. Justifier que l'on puisse négliger les variations d'énergie potentielle de pesanteur devant les variations d'enthalpie dans un réfrigérateur domestique. (Un calcul d'ordre de grandeur est attendu).

On cherche à évaluer l'ordre de grandeur de l'énergie cinétique massique maximale au cours du cycle.

14. En supposant que le champ de vitesse est uniforme sur une section droite  $S$  d'une canalisation dans laquelle le fluide circule, exprimer le débit massique du fluide  $D$  en fonction de  $S$ , de la vitesse  $V$  et du volume massique  $v$  du fluide.

15. En quel point du cycle le volume massique est-il maximal ? Justifier. On notera  $v^{max}$  sa valeur et on prendra  $v^{max} \approx 7.10^{-2} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$ .

16. En supposant que  $S$  garde la même valeur approximativement égale à  $1 \text{ cm}^2$  sur toute l'installation, déterminer la vitesse maximale du fluide au cours de l'écoulement. On prendra  $D = 1.10^{-2} \text{ kg.s}^{-1}$ .

17. Justifier alors qu'on puisse négliger les variations d'énergie cinétique massique du fluide au cours du cycle devant ses variations d'enthalpie massique.

18. Montrer que l'on peut exprimer l'efficacité du réfrigérateur en fonction des enthalpies massiques de différents points du cycle  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ .

19. Déterminer, à l'aide de données évaluées sur le graphique, l'efficacité du cycle réfrigérateur décrit par le fluide.

20. Déterminer la puissance thermique  $P_{th}^f$  extraite de la source froide et la puissance  $P$  du compresseur.

21. Pour quelle raison la vapeur est-elle surchauffée après son évaporation ?

22. Quel est l'intérêt de sous refroidir le liquide après la liquéfaction ? Pourquoi ce sous-refroidissement n'est-il pas réalisé jusqu'à une température plus basse ( $20 \text{ }^\circ\text{C}$  par exemple) ?

### C. Association réfrigérateur-congéléateur.

La plupart des réfrigérateurs domestiques sont associés à un congéléateur. Pour réaliser ce dispositif on peut modifier le cycle à compression précédent (décrit dans la partie B) en faisant passer le fluide dans deux évaporateurs successifs.

Le cycle modifié est décrit ci-dessous. L'état 4 est celui décrit dans la partie B.

De l'état 4 à l'état 4' : vaporisation isobare partielle dans le premier évaporateur (étape 4→4') au contact de l'intérieur du réfrigérateur

De l'état 4' à l'état 4'' : détente isenthalpique jusqu'à  $-20^\circ\text{C}$

De l'état 4'' à l'état 1' : évaporation à  $-20^\circ\text{C}$  dans le second évaporateur puis surchauffe isobare jusqu'à  $0^\circ\text{C}$ . Ces étapes se font au contact de l'intérieur du congéléateur.

De l'état 1' à l'état 2' : compression

De l'état 2' à l'état 3 : refroidissement, liquéfaction et sous-refroidissement isobares.

De l'état 3 à l'état 4 : détente isenthalpique

On souhaite que la puissance thermique extraite au cours de l'étape 4→4' soit la même que celle extraite au cours de l'étape 4''→1'.

24. Sur le diagramme  $P(h)$  du fluide R134a (*figure 2a*), placer le point correspondant à l'état 1' puis les points correspondant aux états 4' et 4'' en justifiant le positionnement de ces deux derniers.
25. Le point caractéristique de l'état 2' est déjà placé sur le diagramme. Représenter le cycle 3→4→4'→4''→1'→2'→3) avec une couleur différente de celles utilisées pour les cycles précédemment tracés).
26. Comment évolue la proportion de vapeur dans le fluide au cours de l'étape 4'→4'' ? Préciser en justifiant. Le calcul des proportions de vapeur n'est pas demandé, seule l'évolution doit être justifiée.
27. Que vaut l'efficacité globale de l'ensemble réfrigérateur-congéléateur ?

## ANNEXES à RENDRE avec la COPIE

Figure 1 :

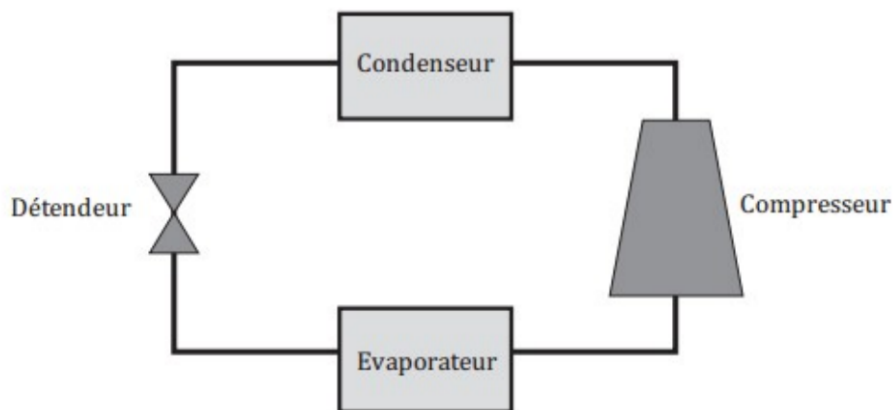


Tableau 3 :

point	1	2s	2	3	4	2'
P (bar)						10
T (°C)						80
Etat du fluide						Vapeur sèche
h (kJ.kg <sup>-1</sup> )						465

Figure 2a : La figure complète doit montrer 3 couleurs : une pour le cycle 1, 2s, 3, 4 ; une pour la portion 1, 2 ; une pour le cycle 3, 4, 4', 4'', 1', 2'.

