

Le Programme :

A la fin de ce programme, les démonstrations à connaître et à savoir refaire :

liste exhaustive.

Séries :

Théorèmes de Césaro, avec beaucoup d'applications.

Tous les théorèmes sur les séries positives.

Connaissance totale de l'harmonique et harmonique alternée.

Lien suite-série.

Convergence absolue.

Comparaisons séries intégrales , recherche d'équivalents.

Équivalences des restes ou des sommes partielles suivant les situations.

Théorème de d'Alembert.

Formule de Stirling (démonstration faite mais pas exigible).

Critère spécial des séries alternées, contrôle du reste.

On a croisé des séries de Bertrand, aucune théorie, que des exemples.

Produit de Cauchy .

Intégrales généralisées.

Le cadre du cours est celui des fonctions continues par morceaux.

- Théorèmes classiques, absolue convergence, domination , équivalence, positivité.

- Inégalité de Cauchy-Schwarz.

- Somme de Riemann.
 - Intégration généralisée sur un ouvert, exemples de Riemann.
 - Plusieurs exemples avec un double problème.
 - Changement de variable (stricte monotonie, bijection).
 - Intégration par partie.
 - Domaine de définition de la fonction Gamma.
-

Démonstrations exigibles :

- 1) Le lemme de Lebesgue.
 - 2) Séries de Riemann et théorèmes classiques.
 - 3) Equivalences des restes ou des sommes partielles suivant les situations.
 - 4) Critère spécial des séries alternées et ce qui va avec.
 - 5) Produit de Cauchy (séries réelles positives pour $3/2$).
 - 6) Produit de Cauchy (cas général),(liste des élèves par mail).
 - 7) Convergence et non-intégrabilité de $\frac{\sin(t)}{t}$ sur \mathbb{R}_*^+ .
 - 8) Pour une intégrale, l'absolue convergence entraine la convergence.
 - 9) Savoir démontrer que si les fonctions sont positives et équivalentes en "a" alors...
-

Savoir faire :

- 1) Savoir passer proprement à la limite pour l'équivalence des restes...
- 2) Utilisation des développements limités pour débloquer les situations.

- 3) Savoir faire un dessin au bon moment.
- 4) Connaitre les inégalités usuelles, Cauchy-Schwarz, $\ln(1 + x)$,...
- 5) Les faiblesses en développements limités sont marquantes...

Pour les colleurs : Je suis joignable pour toutes les clarifications.