

PROBLEME 1 : oscillateur (CCINP PSI 2003)

Première partie:

I.1.a L'admittance s'écrit  $\underline{Y}_p = \frac{1}{\underline{Z}_p} = jC_o\omega + \frac{1}{jL_s\omega + \frac{1}{jC_s\omega}} = \frac{\left(1 + \frac{C_o}{C_s}\right)\left(1 - L_s \frac{C_o \cdot C_s}{C_o + C_s} \omega^2\right)}{-j \frac{1}{C_s\omega} (1 - L_s C_s \omega^2)}$  soit une

impédance  $\underline{Z}_p = -j \frac{1}{(C_o + C_s)\omega} \cdot \frac{1 - L_s C_s \omega^2}{1 - L_s \frac{C_o \cdot C_s}{C_o + C_s} \omega^2} \Rightarrow C = C_o + C_s, \omega_s^2 = \frac{1}{L_s C_s}, \omega_p^2 = \frac{1}{L_s \cdot \frac{C_o \cdot C_s}{C_o + C_s}}$ .

I.1.b A.N.  $\omega_s = 5.10^4 \text{ rad.s}^{-1}$   $\omega_p = 5,017.10^4 \text{ rad.s}^{-1}$   $\frac{\omega_p - \omega_s}{\omega_s} = 3,3.10^{-3}$

I.1.c La puissance moyenne consommée serait dans ces deux cas nulle. Or le cristal piézoélectrique dissipe de l'énergie, et en fournit au milieu à l'extérieur.

I.2 Au voisinage de  $\omega_s$ , l'impédance de l'association série vaut  $R_s$ , soit  $10\Omega$ . Celle du condensateur  $C_o$  est  $3,3.10^5 \Omega$ . Cette dernière branche est donc négligeable.

I.3.1 On vérifie  $\underline{H} = \frac{V_s}{I_e} (\text{conv.}) = A$   $\underline{K} = -\frac{I_e}{V_s} = -\frac{1}{\underline{Z}_s}$

I.3.2 La condition de Barkhausen donne  $\underline{H}\underline{K} = -1 \Rightarrow A = \underline{Z}_s$

I.3.3 La relation précédente donne  $A_o = R_s$  à la pulsation  $\omega_s$ , soit une fréquence  $f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}}$ .

I.3.4 Le convertisseur courant-tension fournit plus d'énergie que n'en dissipe le résistor : l'amplitude d'oscillation va croître jusqu'à saturation.

Deuxième partie:

II.1 L'amplification du filtre passe-bande est nulle pour  $\omega \rightarrow 0$ .

II.2 Le filtre est linéaire: on a en sortie  $\underline{V}_s = \sum_{k=0}^{k \rightarrow \infty} \underline{F}(j\omega) \cdot \underline{V}_{e_k}$ . Le passe-bande a un facteur de qualité suffisamment grand pour n'avoir en sortie qu'une composante spectrale de valeur notable. D'après la courbe fournie; il s'agit du fondamental.

II.3 On a  $T = 5.50\mu\text{s} = 250\mu\text{s} \Rightarrow f_o = 4\text{KHz} \Rightarrow \omega_o = 2,5.10^4 \text{ rad.s}^{-1}$ . Cette première composante spectrale a une amplitude  $V_o \cdot \frac{2}{\pi} = 0,64\text{V}$  avec  $V_o=1\text{V}$ . L'amplitude de sortie étant de  $6\text{V}$ , on a

$$F_{\text{max}} = F(\omega = \omega_o) = F_o \Rightarrow F_o = \frac{6}{0,64} = 9,4.$$

II.4.a Intégrateur :  $\omega \gg \omega_o \Rightarrow \underline{F}(j\omega) \approx \frac{F_o}{jQ \frac{\omega}{\omega_o}} = \frac{V_s}{V_e} \Rightarrow \frac{dV_s(t)}{dt} = \frac{F_o \cdot \omega_o}{Q} V_e(t)$  soit  $Q = 4,9$ .

**PROBLEME 2 : ailette de refroidissement (centrale MP 2022)**

Q 1. Énoncer la loi de Fourier relative au vecteur densité de flux thermique  $\vec{j}_Q$  qui caractérise le phénomène de conduction thermique le long de l'ailette.

$$\vec{j}_Q = -\lambda \text{grad}(T)$$

Q 2. En réalisant un bilan de puissance thermique sur une tranche de longueur  $dx$  de l'ailette, montrer que la température suit l'équation différentielle

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2} T = -\frac{1}{\delta^2} T_a \quad \text{avec} \quad \delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}} \quad (1.1)$$

opère  $\Sigma$  f partie d'ailette entre  $x$  et  $x+dx$



1<sup>er</sup> principe sur  $\Sigma$  entre  $t$  et  $t+dt$ , en régime permanent:

$$d(\Phi_Q) = \Phi_Q + \delta \Phi_{\text{conv}} = \Phi_Q(x) - \Phi_Q(x+dx) - \Phi_{\text{conv}} dt$$

*0 en régime permanent* (pointing to  $d(\Phi_Q)$ )  
*0 en transformation isotherme* (pointing to  $\delta \Phi_{\text{conv}}$ )

$$d'au \quad \Phi_Q(x) dt - \Phi_Q(x+dx) dt - \Phi_{\text{conv}} dt = 0$$

$$\Phi_Q(x) S dt - \Phi_Q(x+dx) S dt - h(T(x) - T_a) S dt = 0$$

*2T\_a dx* (pointing to  $S dt$ )

$$- \frac{d\Phi_Q}{dx} dx \pi a^2 - 2T_a dx h (T(x) - T_a) = 0 \quad \text{(surface totale de } \Sigma)$$

*$\vec{j}_Q = -\lambda \frac{dT}{dx}$  en* (pointing to  $\frac{d\Phi_Q}{dx}$ )

$$\lambda \frac{dT}{dx^2} a - 2h (T(x) - T_a) = 0$$

$$\frac{dT}{dx^2} - \left(\frac{2h}{\lambda a}\right) T = -\frac{2h}{\lambda a} T_a$$

*1/δ²* (pointing to  $\frac{2h}{\lambda a}$ )

Q 3. Vérifier l'homogénéité de l'expression du paramètre  $\delta$  introduit dans la question précédente. Estimer sa valeur numérique dans le cas d'une ailette en silicium de rayon  $a = 1$  mm.

• d'une part, au début de  $\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{T}{\delta^2} = -\frac{T_a}{\delta^2}$

que  $\left[ \frac{d^2T}{dx^2} \right] = \left[ \frac{T}{\delta^2} \right]$

*dimension* (pointing to the equation)

$$\frac{\text{Ⓢ}}{\text{L}^2} = \frac{\text{Ⓢ}}{[\delta]^2} \quad \text{d'au} \quad [\delta] = L$$

• d'autre part,  $[\delta] = \sqrt{\frac{[da]}{[2h]}}$

or  $[\lambda] = \frac{[j_{\text{e}}]}{[g_{\text{r}} \cdot T]} = \frac{[j_{\text{e}}]}{\text{W} \cdot \text{L}^{-1}}$

$[h] = \frac{[j_{\text{e}}]}{\text{W}}$  car  $j_{\text{e},\text{ab}} = h(T(x) - T_a)$

donc  $\frac{[\lambda]}{[h]} = L$  d'où  $\frac{[da]}{[2h]} = L^2$  et d'où

$[\delta] = L$

AN  $\delta = 2 \text{ cm}$  par  $h = "h_r"$  (air renouvelé) en présence de ventilateurs cohérent.

(NB)  $\delta = 1,6 \text{ cm}$  avec 225.

Q 4. Expliciter les conditions aux limites que doit vérifier le champ de température  $T(x)$  en  $x = 0$  et en  $x = b$ .

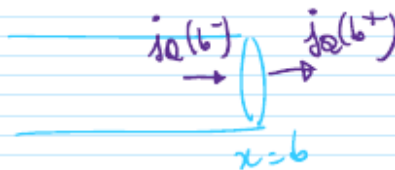
en  $x = 0$ , le contact parfait impose  $T(x=0) = T_d$

en  $x = b$ , l'énoncé est moins explicite sur la modélisation retenue.

• de plus, au regard de "Figure 2" plus bas,  $T(x=b)$  ne semble pas être imposée à  $T_a$  (car on voit que  $T(x=b)$  dépend de  $b/\delta$ ).

→ pas de "contact parfait" entre l'ailette et l'air en  $x = b$

→ utilisons alors la continuité du flux thermique:



→ dans le matériau / dans l'air à l'interface  
 $j_e(b^-) = j_e(b^+) \Rightarrow$  loi de Newton

$-\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=b^-} = h(T(x=b) - T_a)$

Q 5. En précisant les approximations effectuées, obtenir une expression analytique approchée de  $T(x)$  dans le cas où  $b \gg \delta$ . Vérifier la cohérence de cette expression avec la figure 2.

$\delta =$  "distance caractéristique d'atténuation de la température"

si  $b \gg \delta$  alors  $T(x)$  ne varie quasiment plus au voisinage de  $x = b$

d'où  $j_e(x = b^-) = -\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=b^-} \rightarrow 0$

d'où  $h(T(x=b) - T_a) \rightarrow 0$

d'où  $T(x=b) = T_a$  si  $b \gg \delta$

Revenons donc au problème :  $\frac{dT}{dx} - \frac{T}{\delta^2} = -\frac{T_a}{\delta^2}$  avec  $\begin{cases} T(0) = T_d \\ T(b) = T_a \end{cases}$

*équation homogène associée*  
 •  $\frac{dT}{dx} - \frac{T}{\delta^2} = 0$   
 • *équation caractéristique*  $r^2 - \frac{1}{\delta^2} = 0$   
 soit  $r = \pm \frac{1}{\delta}$   
 • donc  $T_{HOM} = A e^{-x/\delta} + B e^{x/\delta}$

*solution particulière recherchée sous forme de constante (car 2<sup>nd</sup> membre est)*  
 $\frac{dT_{PART}}{dx} - \frac{T_{PART}}{\delta^2} = -\frac{T_a}{\delta^2}$   
 donc  $T_{PART} = T_a$

donc  $T = T_{HOM} + T_{PART} = A e^{-x/\delta} + B e^{x/\delta} + T_a$

*condition limite*  
 $\begin{cases} T(x=0) = A + B + T_a = T_d \\ T(x=b) = A e^{-b/\delta} + B e^{b/\delta} + T_a \approx B e^{b/\delta} + T_a = T_a \end{cases}$  [ \* ]  
 *$b/\delta \gg 1$*

d'où [ \* ] donne  $B = 0$  et [ \* ] :  $A = T_d - T_a$

d'où :  $T(x) = (T_d - T_a) e^{-x/\delta} + T_a$

d'où  $\frac{T(b) - T_a}{T_d - T_a} = e^{-b/\delta}$  ; qui semble cohérent avec la trace de la figure 2 pour  $b/\delta = 10$ .

Q6. La figure 3 donne une représentation graphique de l'évolution de la résistance thermique d'une ailette cylindrique en fonction du rapport  $b/\delta$ , pour différents matériaux. Interpréter physiquement l'existence d'une valeur asymptotique de  $R_{th}$ , commune aux différents matériaux lorsque  $b \ll \delta$  ; justifier sa valeur numérique.

si  $b \ll \delta$ , on voit d'après la figure 2 (pour  $b/\delta = 0,1$ ) que  $T$  est uniforme dans la barre. Autrement dit le transfert thermique latéral est négligeable devant le transfert thermique à l'extrémité de l'aillette



(car  $\delta$  est la distance caractéristique d'atténuation de  $T$ , due au flux latéral i.e.  $b \ll \delta$  : le flux latéral impacte peu le champ de  $T$ )

d'où  $\phi = \phi_{lat} + \phi_s \approx \phi_s = hS(T(x=b) - T_a) \approx hS(T_d - T_a)$

d'où  $R_{th} \xrightarrow{b \ll \delta} \frac{T_d - T_a}{\phi} = \frac{1}{hS}$

D'où  $R_{th} \stackrel{def}{=} \frac{T_d - T_a}{\phi} = \frac{1}{h_r \delta}$

$\pi a^2$   $T(x)$  uniforme si  $b \ll \delta$

si la me dépend pas de la nature du métal/semi-conducteur (Si); ce que semblent suggérer les données à la fin de l'exercice, alors on a bien  $R_{th}$  indépendant du matériau lorsque  $b \ll \delta$

AV avec substitutions ( $h = h_r$ )

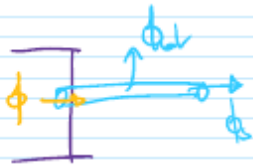
$R_{th} = \frac{1}{h_r \pi a^2} = 1 \cdot 10^3 \text{ K.W}^{-1}$

on retrouve la valeur du graphique.

Q 7. Retrouver, par le calcul, la valeur asymptotique de la résistance thermique  $R_{th}$  de l'ailette en silicium dans le cas où  $b \gg \delta$ .

si  $b \gg \delta$ , on a  $T(x) = (T_d - T_a) e^{-x/\delta} + T_a$

à  $\phi = \phi(x=0) = -\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} S = \frac{\lambda}{\delta} (T_d - T_a) S$



loi de Fourier

D'où  $R_{th} = \frac{\delta}{\lambda S} = 0,03 \cdot 10^3 \text{ K.W}^{-1}$

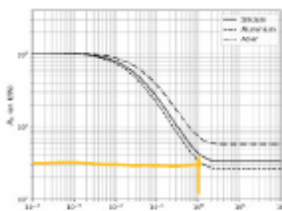
cohérent avec figure 3 quand  $b \gg \delta$   
 $= 3,4 \cdot 10^1 \text{ K.W}^{-1}$  avec 2CS.

Q 8. En pratique, les ailettes sont réalisées en aluminium et leur longueur est fixée à  $b = 2 \text{ cm}$ . En vous appuyant sur la figure 3, justifier ces choix, puis estimer le nombre d'ailettes (de rayon  $a = 1 \text{ mm}$ ) à associer à un microprocesseur dissipant une puissance thermique de 200 W pour que la température de ce dernier n'excède pas  $60^\circ\text{C}$  en régime stationnaire de fonctionnement. Commenter.

Pour l'Aluminium, on trouve  $\delta = 2 \text{ cm}$

et donc  $\frac{b}{\delta} = 1$

La figure 3 nous indique alors que



$R_{th} \approx 3,4 \text{ K/W} = \frac{T_d - T_a}{\phi}$

où  $\phi$  est la puissance évacuée par 1 ailette.

En, on a N ailettes et une puissance totale à évacuer

$\phi_{tot} = 200 \text{ W}$ ; on a  $\phi_{tot} = N \phi = N \cdot \frac{T_d - T_a}{R_{th}}$

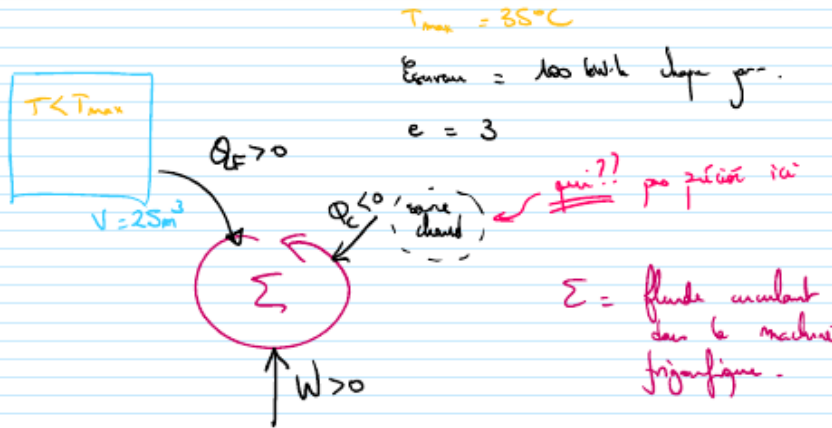
Si  $T_d < 60^\circ\text{C}$ , et en supposant  $T_a = 20^\circ\text{C}$

$$n = \frac{P_{\text{ref}} R_{\text{th}}}{T_d - T_a} > \frac{200 \times 30}{40} = 150$$

150 lettres paraissent nécessaires, ce qui semble être -  
Mais leur rayon étant de 1mm, c'est  
insupportable -

NB je suis obligé  
de mettre 30S  
ici alors que depuis  
le début, on a 1mm  
je travaillais avec  
1CS.  
On pouvait travailler  
avec 26S depuis le  
début aussi, ce qui  
aurait été meilleur  
compromis...

Q 9. La solution première de refroidissement de la salle repose sur l'utilisation d'un système de conditionnement d'air (parfois désigné « climatiseur » par abus de langage). Estimer le coût annuel, en euros, de cette solution en considérant que le système de conditionnement d'air fonctionne en permanence et que son efficacité — ou COP (Coefficient de Performance) — est égale à 3.



La pièce constitue donc ici la source froide de la machine frigorifique représentée ci-dessus.

Par définition  $e = \frac{Q_f}{W}$

Sur une année  $W^{\text{an}} = \frac{Q_f^{\text{an}}}{e} = \frac{365 \times E_{\text{chauffage}}}{e}$  en  
 faisant l'hypothèse qu'il faut évaluer toute l'énergie thermique  
 apportée par les radiateurs (de sorte que la température de la  
 pièce reste constante).

Soit un coût annuel  $ca = p \times W^{\text{an}} = 0,17 \times \frac{365 \times 100}{3} \text{€}$

prix kWh      en kWh

$ca = 2,126 \text{€}$

Q 10. L'air de la pièce est modélisé par un gaz parfait diatomique, à la pression atmosphérique et à la température  $T_{\text{max}}$ . Exprimer, puis évaluer numériquement, la masse volumique  $\rho_{\text{air}}$  de l'air dans ces conditions. En déduire le débit de masse d'air  $D_m$ , en  $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ , brassé par le ventilateur dans ces mêmes conditions.

loi de gaz parfait :  $PV = nRT = \frac{m}{M} RT$

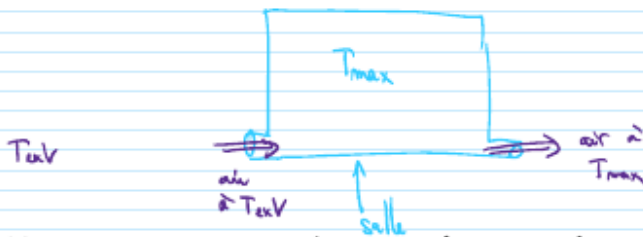
Donc  $\rho_{air} = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \quad \Rightarrow \quad M = 0,2 M_{O_2} + 0,8 M_{N_2} = 29 \text{ g/mol}$

d'air  $\rho_{air} = \frac{1,01 \cdot 10^5 + 29 \cdot 10^3}{8,31 \cdot (273 + 25)} \text{ kg/m}^3 = 1,1 \text{ kg/m}^3$

De plus  $\dot{D}_m = \rho_{air} \dot{D}_v = 0,94 \cdot 10^3 \text{ kg/h} = 0,26 \text{ kg/s}$

Q 11. À l'aide d'un modèle simple, estimer la période de l'année sur laquelle le système de free-cooling est fonctionnel. En déduire le gain annuel en euros obtenu grâce à l'installation du système de free-cooling dans cette salle informatique.

Modélisons le système "free-cooling" par de l'air à la température  $T_{ext}$  rentrant dans la salle (température  $T_{max}$ ) et sortant à la température  $T_{max}$  :



Le 1<sup>er</sup> principe appliqué sur l'air circulant donne

$\dot{D}_m (\Delta h + \Delta e + \Delta p) = P_{ch} + P_{p}$

*Annotations:*  
 -  $\Delta h$ : néglige si  $S_e = S_s$  (sections en entrée et sortie)  
 -  $\Delta e$ : néglige si altitude entrée et altitude sortie  
 -  $\Delta p$ : néglige si l'altitude de prise machine autres que la pompe.  
 -  $\oplus$  conservation  $\dot{D}_m$  en RP

d'air  $\dot{D}_m c_p (T_{max} - T_{ext}) = P_{ch}$

caro physique datalogique:  
 → chaque degré de liberté quadratique (5 par IP de boucle)  
 compte pour  $R/2$  dans  $C_v$ , molaires

$\Rightarrow C_{v,m} = \frac{5R}{2}$

$\Rightarrow C_{p,m} = C_{v,m} + R = \frac{7}{2} R$

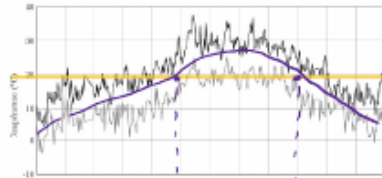
puissance thermique captée par l'air ...  
 ... et donc émise par le free cooling.

$$\Rightarrow \rho = \frac{7}{2 \cdot 11} R_u \text{ (massique)} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

or  $P_{th} = \frac{100 \text{ kW} \cdot \text{h}}{24 \text{ h}} = 4,2 \text{ kW}$  à examiner. ( $\Rightarrow \exists$  donc hypothèse possible obligatoirement)

d'où  $T_{max} - T_{ext}$  doit être supérieur à  $\frac{P_{th}}{\rho \cdot V} = 16^\circ\text{C}$ .

soit  $T_{ext} < 16^\circ\text{C}$



en travaillant avec la relation "contrôle de stabilité"

Donc pendant 8 mois : free cooling  $\text{cost} = p \cdot P_v \cdot \Delta t = 0,17 \cdot 0,06 \cdot 8 \times 30 \times 24 = 5,9 \text{ €}$   
 4 mois : conditionnement  $\text{cost} = \frac{2,1 \cdot 10^3}{3}$

soit  $\text{cost} = 0,8 \text{ k€}$

donc  $\frac{\text{cost (avec free cooling)}}{\text{cost (sans free cooling)}} = 0,4$  : ça rent le cap.

gain en euros = 1 k€



**PROBLEME 3 : élaboration d'un béton routier (CCINP MP 2020)**

Q32. L'équation-bilan attendue s'écrit  $\boxed{\text{SiO}_2(\text{s}) + 3\text{CaCO}_3(\text{s}) = \text{Ca}_3\text{SiO}_5(\text{s}) + 3\text{CO}_2(\text{g})}$ .

Q33. L'enthalpie standard de réaction se calcule en appliquant la loi de Hess :

$$\Delta H_{r1}^0 = -\Delta H_f^0(\text{SiO}_2) - 3 \times \Delta H_f^0(\text{CaCO}_3) + \Delta H_f^0(\text{Ca}_3\text{SiO}_5) + 3 \times \Delta H_f^0(\text{CO}_2).$$

AN :  $\boxed{\Delta H_{r1}^0 = 419 \text{ kJ.mol}^{-1}}$ .

Q34.

- a) L'entropie standard de réaction se calcule à partir des entropies molaires standard des espèces chimiques présentes dans le milieu :

$$\Delta S_{r1}^0 = -S^0(\text{SiO}_2) - 3 \times S^0(\text{CaCO}_3) + S^0(\text{Ca}_3\text{SiO}_5) + 3 \times S^0(\text{CO}_2)$$

AN :  $\boxed{\Delta S_{r1}^0 = 453,2 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}}$ .

- b)  $\Delta S_{r1}^0 > 0$  est cohérent avec la production d'un gaz pendant la réaction.

Q35.

- a) L'enthalpie libre standard de réaction se détermine à partir de l'enthalpie standard de réaction et de l'entropie standard de réaction :

$$\boxed{\Delta G_{r1}^0(T) = \Delta H_{r1}^0 - T \times \Delta S_{r1}^0 = 419 \times 10^3 - 453,2 \times T = 419 \times 10^3 \times \left(1 - \frac{T}{T_i}\right)}$$

- b) AN :  $\boxed{T_i = 925\text{K}}$ .

- c)  $\Delta H_{r1}^0 > 0$  signifie que la réaction est endothermique dans le sens direct. Elle est favorisée par de hautes températures.

- d) La constante d'équilibre est liée à l'enthalpie libre standard de réaction selon  $K^0(T) = e^{-\frac{\Delta G_{r1}^0(T)}{RT}}$ .

AN :  $\boxed{K^0(1700) = 6,3 \times 10^{10}}$ .

Q36. L'énergie nécessaire à la production d'une tonne de  $\text{Ca}_3\text{SiO}_5(\text{s})$  pur est  $Q_p = \Delta H_{r1}^0 \times \frac{m(\text{Ca}_3\text{SiO}_5)_\infty}{M(\text{Ca}_3\text{SiO}_5)}$ .

AN :  $\boxed{Q_p = 1,8 \times 10^9 \text{ J}}$ .

Q37. La réaction est supposée adiabatique et totale d'où

$$\Delta H = \Delta H_{\text{réaction}} + \Delta H_{\text{échauffement}} = 0$$

$$\Delta H_{\text{réaction}} = \Delta H_{r2}^0 \times n_0 \text{ avec } n_0 \text{ la quantité de matière initiale en méthane } \text{CH}_4$$

$$\Delta H_{\text{échauffement}} = (n(\text{CO}_2)_\infty \times C_{pm}(\text{CO}_2) + n(\text{H}_2\text{O})_\infty \times C_{pm}(\text{H}_2\text{O}) + n(\text{N}_2)_\infty \times C_{pm}(\text{N}_2)) \times (T_\infty - T_0)$$

d'après le tableau d'avancement,  $n(\text{CO}_2)_\infty = n_0$  ;  $n(\text{H}_2\text{O})_\infty = 2n_0$  et  $n(\text{N}_2)_\infty = 8n_0$ .

d'où l'expression de la température atteinte :

$$T_\infty = T_0 + \frac{-\Delta H_{r2}^0 \times n_0}{(C_{pm}(\text{CO}_2) + 2 \times C_{pm}(\text{H}_2\text{O}) + 8 \times C_{pm}(\text{N}_2)) n_0}$$

AN :  $\boxed{T_\infty = 2760 \text{ K}}$ .

Q38.

- a) La quantité de matière en  $\text{CO}_2$  produite correspond à celle liée produite lors de la réaction (1) et à celle engendrée par la réaction (2) dont on veut utiliser l'énergie thermique pour effectuer (1) :

$$n(\text{CO}_2)_{\text{tot}} = n(\text{CO}_2)_{(1)} + n(\text{CO}_2)_{(2)}$$

$$\text{avec } n(\text{CO}_2)_{(1)} = 3 \times n(\text{Ca}_3\text{SiO}_5) = 3 \frac{m(\text{Ca}_3\text{SiO}_5)}{M(\text{Ca}_3\text{SiO}_5)} = 1,3 \times 10^4 \text{ mol}$$

$$\text{et } Q_p = (C_{Pm}(\text{CO}_2) + 2 \times C_{Pm}(\text{H}_2\text{O}) + 8 \times C_{Pm}(\text{N}_2)) \times n(\text{CO}_2)_{(2)} \times (T_\infty - T_{(1)})$$

$$\text{soit } n(\text{CO}_2)_{(2)} = \frac{Q_p}{(C_{Pm}(\text{CO}_2) + 2 \times C_{Pm}(\text{H}_2\text{O}) + 8 \times C_{Pm}(\text{N}_2)) \times (T_\infty - T_{(1)})}$$

$$\text{avec } T_\infty = 2760 \text{ K et } T_{(1)} = 1700 \text{ K}$$

$$\text{soit } n(\text{CO}_2)_{(2)} = 5,1 \times 10^3 \text{ mol.}$$

Finalement, on obtient  $n(\text{CO}_2)_{\text{tot}} = 1,8 \times 10^4 \text{ mol}$  (environ 800 kg de  $\text{CO}_2$ ).

- b) La production de 4,6 milliards de tonnes de ciment par an s'accompagne d'environ 4 milliards de tonnes de  $\text{CO}_2$  par an.

## PROBLEME 4 : principe de route chauffante (CCINP MP 2020)

Q39.

- a) En régime stationnaire les résistances thermiques s'ajoutent lorsqu'elles sont traversées par le même flux. La résistance thermique du cylindre creux est donc  $\Gamma_1 = \int_C d\Gamma = \int_{r=R-e}^R \frac{1}{2\pi\lambda L} \frac{dr}{r}$  soit  $\Gamma_1 = \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{R}{R-e}$ .
- b) Le flux thermique conducto-convectif  $\Phi_{cc} = \iint_S \vec{J}_Q \cdot \vec{dS}$  à travers la surface intérieure  $S = 2\pi(R-e)L$  du cylindre creux est modélisé par la loi de Newton  $\Phi_{cc} = h(T_{\text{solide}} - T_{\text{fluide}})S$  ce qui permet de lui associer une résistance thermique d'expression  $\Gamma_2 = 1/hS$ .  
En supposant le régime stationnaire, les résistances thermiques s'ajoutent en série lorsqu'elles sont traversées par le même flux  $\Phi$  de sorte que  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$  soit  $\Gamma = \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{R}{R-e} + \frac{1}{h2\pi(R-e)L}$ .
- c) Soit  $G_l = 1/\Gamma L$ .  
AN :  $G_l = 6,9 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ .

Q40.

- a) Pour un fluide en écoulement stationnaire le premier principe de la thermodynamique s'écrit  $d(h + e_m) = \delta w' + \delta q$  pour une tranche de longueur élémentaire  $dz$ , avec  $\delta w'$  le travail mécanique autre que celui des forces de pression et  $\delta q$  le transfert thermique reçu par le fluide.
- b) En supposant l'écoulement lent et horizontal, la contribution mécanique massique  $e_m$  est négligeable devant l'enthalpie massique  $h$  d'une part. En négligeant la contribution visqueuse, en absence de pièce mobile et en supposant le tuyau rigide d'autre part, il reste  $dh = \delta q$ . Ainsi  $D_m dh = d\Phi$  où  $d\Phi = G_l dz (\theta_{\text{ext}} - \theta)$  et  $dh = Cd\theta$  dans un modèle de phase condensée idéale. En intégrant par variables séparées il vient  $D_m C \ln \frac{\theta_{\text{ext}} - \theta_e}{\theta_{\text{ext}} - \theta_s} = G_l L$  et finalement  $D_m = G_l L / C \ln \frac{\theta_s - \theta_{\text{ext}}}{\theta_e - \theta_{\text{ext}}}$ .  
AN :  $D_m = 0,043 \text{ kg.s}^{-1}$ .

Q41.

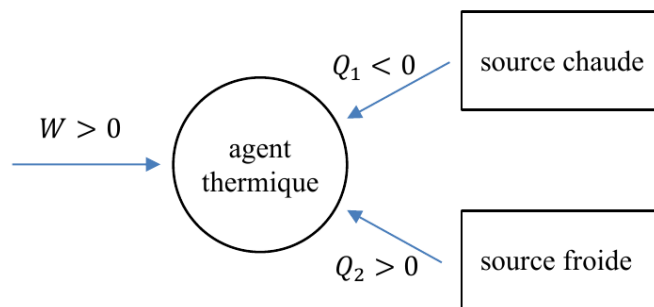
- a) La masse d'eau chauffée  $D_m t$  envoyée dans le réseau enfoui pendant la durée  $t$  représente le volume  $\mathcal{V} = D_m t / \mu$ .

AN :  $\boxed{\mathcal{V} = 111 \text{ m}^3}$ .

- b) Dans ce réseau le flux des pertes thermiques est  $\Phi' = \Gamma'(\theta_s - \theta_0)$  où  $\Gamma'$  désigne la résistance thermique du tuyau enfoui. L'énergie thermique perdue après la durée  $4t$  étant  $\Gamma'(\theta_s - \theta_0)4t$ , elle ne dépasse pas 1 % de sa valeur initiale si  $\Gamma'(\theta_s - \theta_0)4t \leq 0,99U_0$  où  $U_0 = U(t=0) = \mu\mathcal{V}\theta_s$  désigne l'énergie interne préalablement stockée si  $U(\theta=0) = 0$ . Dans le cas limite  $\Gamma'_m(\theta_s - \theta_0)4t = 0,99\mu\mathcal{V}\theta_s$  donc  $\Gamma'_m = 0,99D_m t \theta_s / 4(\theta_s - \theta_0)$ .

AN :  $\boxed{\Gamma'_m = 0,19 \times 10^6 \text{ K.W}^{-1}}$ .

Q42. Dans une pompe à chaleur ditherme un agent thermique prélève de l'énergie thermique  $Q_2$  à une source froide et en fournit  $Q_1$  à une source chaude, à condition de lui fournir de l'énergie mécanique  $W$  :



Q43. Le journaliste semble confondre pompe et pompe à chaleur. Dans le modèle de route chauffante étudié seule une pompe est nécessaire pour amener le fluide caloporteur du réseau enfoui au réseau de surface.