

PROBLEME 1 : oscillateur

Pour générer des ultrasons, on utilise une plaquette de matériau piézoélectrique dont deux faces opposées sont métallisées. On applique une tension périodique électrique, de fréquence f , entre les surfaces métallisées. Pour une certaine valeur de la fréquence f_0 , la plaquette rentre en résonance mécanique. Les vibrations de la plaquette (de même fréquence f_0) sont ensuite communiquées au fluide qui l'entoure et génèrent des ondes ultrasonores.

I. GENERATEUR D'ULTRASONS : OSCILLATEUR

On se propose d'étudier d'abord le comportement électrique de la plaquette piézoélectrique, assimilable au dipôle MN de la figure 1, puis de s'intéresser à la façon dont on peut réaliser, à l'aide de la plaquette, un oscillateur dans le domaine des fréquences ultrasonores.

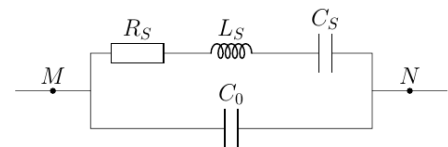


Figure 1

I.1) Etude simplifiée : on néglige d'abord les phénomènes dissipatifs (dissipation de puissance) représentés par la résistance R_s . Le schéma électrique équivalent de la plaquette piézoélectrique est alors celui de la figure 2.

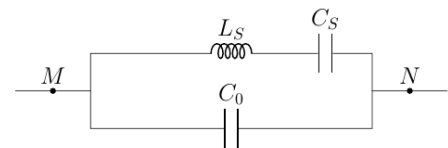


Figure 2

I.1.a) L'impédance Z_E de la plaquette est de la forme $Z_E = jX$. Montrer que X peut se mettre sous la forme

$$X = -\frac{1}{C\omega} \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_s^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}}$$

On précisera les valeurs des pulsations ω_s et ω_p et du coefficient C .

I.1.b) Pour la plaquette utilisée, les éléments du schéma électrique équivalent sont les suivants : $L_S = 1000$ H ; $C_S = 0,4$ pF ; $C_0 = 60$ pF. Donner les valeurs des pulsations ω_s et ω_p et de l'écart relatif $(\omega_s - \omega_p)/\omega_s$.

I.1.c) Quels phénomènes physiques empêchent l'impédance de prendre des valeurs nulle ou infinie ?

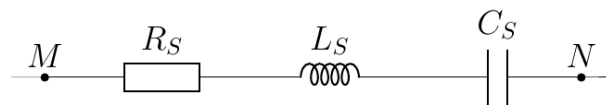


Figure 3

I.2) On prend en compte maintenant les phénomènes dissipatifs : on considère le montage de la figure 1 avec $R_s = 10 \Omega$. Montrer que compte-tenu des valeurs numériques, le schéma électrique équivalent se réduit, pour des fréquences voisines de $f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_S C_S}}$ au schéma simple de la figure 3 ($R_S L_S C_S$ série)

I.3) Oscillateur à résonance série.

On souhaite réaliser un oscillateur délivrant une tension sinusoïdale de fréquence f_s . Le montage de principe est celui de la figure 4. Z_S est l'impédance du circuit $R_S L_S C_S$ série. Le "convertisseur" est un convertisseur courant-tension idéal (impédances d'entrée et de sortie nulles, fonction de transfert $\underline{A} = \underline{V}_s / \underline{I}_e = A$ réelle).

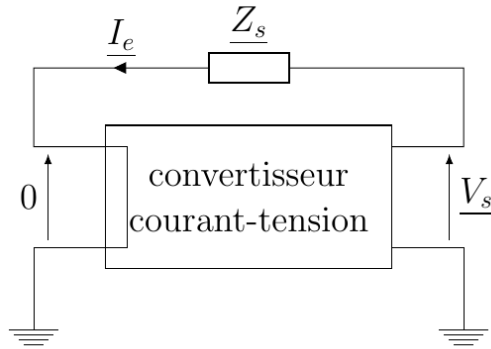


Figure 4

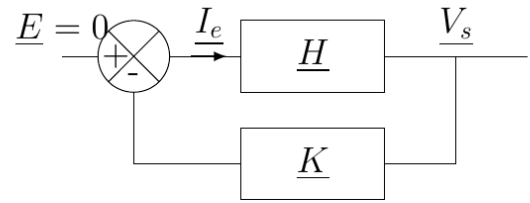


Figure 5

I.3.a) Le montage de la figure 4 peut être représenté par le système bouclé de la figure 5 pour lequel l'entrée E est nulle. Donner les expressions des fonctions de transfert \underline{H} (de la chaîne directe) et \underline{K} (de la chaîne de retour).

I.3.b) Quelle relation doivent vérifier \underline{H} et \underline{K} pour que le système bouclé fonctionne en oscillateur (I_e et V_s sinusoïdales) ?

I.3.c) Quelle relation existe alors entre A et Z_s ? Déterminer la valeur correspondante A_0 de A , ainsi que la fréquence d'oscillation.

I.3.d) Que se passe-t-il si $|A| > A_0$?

II. FILTRAGE D'UN SIGNAL SONORE

On quitte le domaine des ultrasons. Pour analyser les composantes fréquentielles d'un signal sonore (analyse des phonèmes du langage par exemple), on utilise un transducteur (microphone) qui convertit le signal en une tension v_e puis un filtre passe-bande qui extrait les composantes sinusoïdales de v_e de fréquences voisines d'une fréquence f_0 donnée. On note v_s la tension de sortie du filtre. Le filtre est un circuit linéaire dont la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{F} = \frac{v_s}{v_e} = \frac{F_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

On se propose de déterminer les caractéristiques F_0 , Q et ω_0 du filtre à partir des oscillogrammes obtenus en régime périodique pour une tension d'entrée v_e rectangulaire pour deux valeurs de fréquences. On rappelle la décomposition en série de Fourier de $v_e(t)$ dans le cas où $v_e(t)$ est périodique de période T avec :

— pour $0 < t < T/2$: $v_e(t) = V_0$

— pour $T/2 < t < T$: $v_e(t) = 0$

$$v_e(t) = \frac{V_0}{2} + \frac{2V_0}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin((2k+1)\omega_1 t) \quad \text{où } \omega_1 = \frac{2\pi}{T}$$

Première expérience (oscillogramme de la figure 7) :

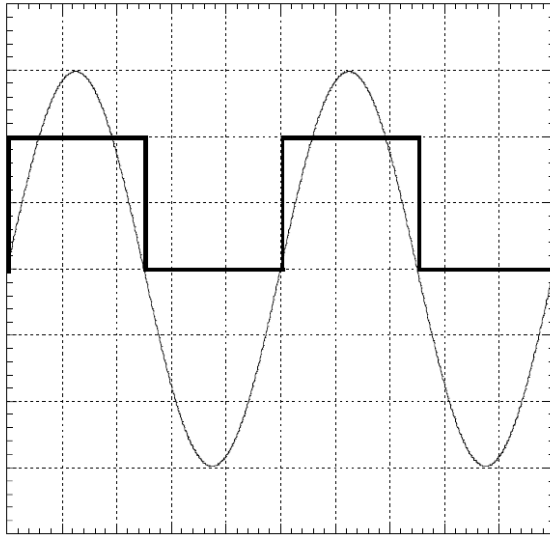


Figure 7

- voies 1 et 2 en position DC
- base de temps : 50 ps par carreau
- sensibilités :
 - voie 1 (en gras) : 0,5 V par carreau
 - voie 2 : 2V par carreau

Dans cette expérience :

- la tension v_s obtenue est quasi-sinusoidale
- si on augmente la fréquence de v_e par rapport à la valeur correspondant à cet oscillogramme, on constate que l'amplitude de v_s diminue
- si, par rapport à cette même fréquence, on diminue légèrement la fréquence de v_e , on constate que l'amplitude de v_s diminue également.

Deuxième expérience (oscillogramme de la figure 8) :

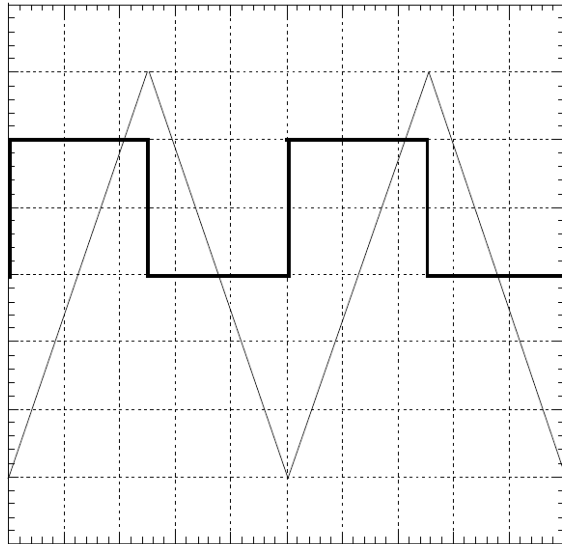


Figure 8

- voies 1 et 2 en position DC.
- base de temps : 5 ps par carreau
- sensibilités :
 - voie 1 (en gras) : 2V par carreau
 - voie 2 : 0,2V par carreau

Dans ce qui suit, on ne demande pas de calculs d'incertitudes mais les mesures devront être faites avec soin (tous

II.1) Pourquoi, dans chaque expérience, la tension de sortie v_s ne comporte-t-elle pas de composante continue contrairement à la tension d'entrée v_e ?

II.2) Première expérience : pourquoi peut-on obtenir une tension de sortie v_s quasi-sinusoidale alors que la tension v_e est rectangulaire ?

II.3) Déduire de l'oscillogramme de la première expérience et du commentaire qui l'accompagne :

- a) a pulsation ω_0
- b) la valeur de F_0 .

II.4) Dans la deuxième expérience, v_s est triangulaire alors que v_e est rectangulaire. Le filtre a un comportement intégrateur.

- a) Donner l'expression approchée de $\underline{F}(j\omega)$ dans le domaine de fréquence correspondant à la deuxième expérience.
- b) En utilisant l'oscillogramme de la deuxième expérience, déterminer, en justifiant précisément la méthode utilisée, le rapport $F_0\omega_0/Q$ (on se souviendra que la composante continue de v_e n'est pas intégrée!). En déduire la valeur de Q .

PROBLEME 2 : élaboration d'un béton routier

Données : Constante du gaz parfait $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Atome	Hydrogène H	Carbone C	Oxygène O	Silicium Si	Calcium Ca
Masse atomique ($\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)	1	12	16	28	40

Constituant	CO_2, gaz	$\text{CaCO}_3, \text{solide}$	$\text{SiO}_2, \text{solide}$	$\text{Ca}_3\text{SiO}_5, \text{solide}$
Enthalpie molaire de formation ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)	-393	-1 206	-910	-2 930
Entropie standard molaire ($\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	213,6	92,29	41,28	130,5

Constituant	N_2, gaz	O_2, gaz	$\text{H}_2\text{O}_{\text{gaz}}$	CH_4, gaz	CO_2, gaz
Capacité thermique molaire isobare standard ($\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	29,1	29,4	33,6	35,3	37,1

Consignes : on supposera l'enthalpie et l'entropie standards de réaction comme des grandeurs indépendantes de la température.

Une chaussée en béton dure plusieurs décennies de plus que son équivalent en asphalte. Elle nécessite moins d'entretien et de réhabilitation et sa surface rigide donne naissance à moins d'ornières ou nids de poule. Le béton est obtenu par mélange de ciment, d'eau, de sable et autres granulats. En usine, on produit du « clinker » qui, mis en poudre très fine avec des ajouts, constitue le ciment. Le ciment Portland est le plus utilisé au monde. Son « clinker » est fabriqué dans un four à 1 700 K par la réaction entre du calcaire CaCO_3 et de l'argile assimilée à de la silice SiO_2 . Il y a formation de gaz carbonique CO_2 .

Q32. Écrire le bilan réactionnel (réaction (1)) entre la silice et le carbonate qui engendre une mole du constituant solide principal du ciment, c'est-à-dire une mole de silicate de calcium Ca_3SiO_5 .

Q33. Calculer, à partir des données, l'enthalpie standard de réaction ΔH_{r1}^0 pour une mole de silicate formée.

Q34. a) Calculer, à partir des données, l'entropie standard de réaction ΔS_{r1}^0 pour une mole de silicate formé.

b) Commenter son signe.

Q35. a) En déduire que l'expression de l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta G_{r1}^0(T)$ peut s'écrire :

$$\Delta G_{r1}^0(T) = 419 \cdot 10^3 \left(1 - \frac{T}{T_i} \right).$$

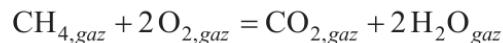
b) Quelle est la valeur de T_i ?

c) Commenter le choix industriel.

d) Évaluer la constante d'équilibre de la réaction (1) à 1 700 K.

Q36. Calculer l'énergie thermique nécessaire Q_p pour produire une tonne de ciment assimilé à du silicate de calcium pur (à 1 700 K, 1 bar).

Q37. Cette énergie thermique est apportée par la réaction (2), de combustion du méthane, supposée totale :



dont l'enthalpie standard de réaction vaut $\Delta H_{r2}^0 = -830 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ à 298 K.

Elle est réalisée sous 1 bar entre le méthane et l'air pris à 298 K dans les proportions stœchiométriques pour la réaction (2). L'air est considéré comme un mélange d'un volume de dioxygène O_2 et de quatre volumes de diazote N_2 . Calculer la température atteinte en supposant que l'énergie thermique de la combustion n'a pas le temps de s'évacuer et en supposant que les capacités thermiques molaires standards sont indépendantes de la température.

Q38. On veut utiliser l'énergie thermique fournie par le retour à 1 700 K des constituants engendrés par la réaction (2).

a) Quelle est la quantité n de dioxyde de carbone CO_2 produite par tonne de ciment ?

b) Commenter sachant que la production de ciment dans le monde représente 4,6 milliards de tonnes par an (aucun calcul supplémentaire n'est requis).

PROBLEME 3 : anémométrie à fil chaud

L'anémométrie à fil chaud est une technique permettant de mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide. Elle est basée sur l'influence de la vitesse d'écoulement du fluide sur le transfert thermique conducto-convectif d'un solide conducteur plongé dans ce fluide.

Le système le plus couramment utilisé est un petit fil cylindrique, d'un diamètre typique d_w de l'ordre de quelques micromètres, parcouru par un courant et donc chauffé par effet Joule.

Ce petit fil est fixé à des broches d'alimentation par l'intermédiaire d'une gaine d'adaptation qui permet notamment l'alimentation du fil et de fixer la longueur active du fil, notée L_w qui est ici de l'ordre de quelques millimètres.

Quelques valeurs numériques concernant certaines caractéristiques physiques du fil chaud sont rassemblées dans le tableau ci-dessous.

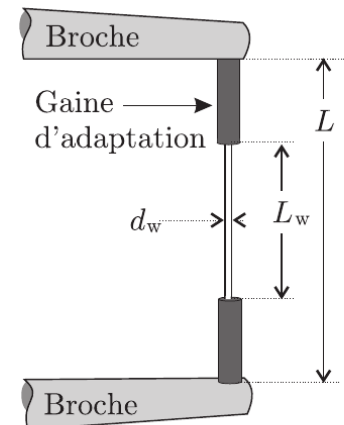


FIGURE 1 – Anémomètre

Matériau	Résistivité à 20°C : ρ_{20} [$\mu\Omega \cdot \text{cm}$]	Conductivité thermique : λ_w [$\text{W} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	Masse volumique : μ_w [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$] $\times 10^4$	Capacité thermique massique : c_w [$\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]
Tungstène	5,5	1,9	1,93	0,14
Platine	9,8	0,72	2,15	0,13
Platine-iridium	32	0,17	2,16	0,13

Les applications numériques seront réalisées avec au plus 2 chiffres significatifs.

I Étude énergétique de l'anémomètre

I.A Bilan d'énergie dans le fil chaud

Le fil conducteur (en tungstène par exemple) est parcouru par un courant électrique continu d'intensité I . Il est plongé dans un fluide en écoulement. On utilisera les notations suivantes :

- Caractéristiques du fil (que l'on repère avec l'indice « w » pour *wire* en anglais) : masse volumique μ_w , capacité thermique massique c_w , température T_w , résistivité (inverse de la conductivité) électrique ρ_w , conductivité thermique λ_w , longueur L_w et diamètre d_w .
- Caractéristiques du fluide (généralement de l'air que l'on repère lorsqu'il a ambiguïté avec l'indice « f » pour fluide) et de l'écoulement : masse volumique μ_f , viscosité η , température T_f , pression p_f , vitesse de l'écoulement \vec{V} . Ces caractéristiques sont supposées constantes pendant la mesure.

Si l'on note h le coefficient de transfert thermique conducto-convectif, la puissance thermique surfacique cédée par le fil au fluide à travers la surface S est donnée par la loi de Newton :

$$\frac{\delta \dot{Q}_f}{dS} = h(T_w - T_f) \quad (1)$$

On notera (Ox) l'axe du fil, ses extrémités étant situées en $x = -L_w/2$ et $x = +L_w/2$.

- – 1. Justifier que la résistance R_w s'exprime en fonction de ρ_w , L_w et d_w selon : $R_w = \frac{4\rho_w L_w}{\pi d_w^2}$.

En déduire la puissance \mathcal{P}_j dissipée par effet Joule dans le fil en fonction de ρ_w , L_w , d_w et I , puis la puissance volumique dissipée par effet Joule : $\mathcal{P}_v = \frac{d\mathcal{P}_j}{d\tau}$.

- – 2. Rappeler la loi de Fourier de la conduction thermique. Définir les grandeurs intervenant dans cette loi. On dit souvent qu'il s'agit d'une loi phénoménologique. Que cela signifie-t-il? La température est supposée homogène sur chaque section du fil d'abscisse x . Que peut-on en déduire?
Établir l'équation de diffusion thermique dans le cas d'un fil à la température $T(x,t)$ où seuls les transferts thermiques par conduction ont lieu.

On se place en régime permanent dans tout le reste de la partie I et on suppose la vitesse \vec{V} de l'écoulement uniforme et indépendant du temps. En plus des transferts thermiques par conduction, on prend en compte les transferts thermiques par conducto-convection et ceux provenant de l'effet Joule. Les transferts thermiques sont intégrés dans le terme conducto-convectif.

- – 3. Dans la loi de Newton (1), la grandeur h dépend de la vitesse \vec{V} de l'écoulement. Quelle est son unité? Expliquer qualitativement comment varie h en fonction de $V = \|\vec{V}\|$. Expliquer alors comment évolue T_w quand V augmente.
□ – 4. En effectuant un bilan énergétique sur un élément de volume de fil compris entre les abscisses x et $x + dx$, établir l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température $T_w(x,t)$.

La résistivité du fil dépend en fait de la température T_w de ce dernier. Expérimentalement, on mesure que si le fil est en contact avec un fluide à la température T_f , sa résistivité ρ_w vérifie la relation :

$$\rho_w = \rho_f [1 + \alpha (T_w - T_f)] \quad (2)$$

où ρ_f est sa résistivité à la température du fluide et $\alpha = 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ est un coefficient expérimental supposé constant. On note enfin $T_1(x) = T_w(x) - T_f$.

- – 5. Mettre l'équation obtenue à la question 4 sous la forme :

$$\frac{d^2 T_1(x)}{dx^2} + K_1 T_1(x) + K_2 = 0 \quad (3)$$

Exprimer les constantes K_1 et K_2 en fonction de l'intensité I et des caractéristiques du fil, du fluide et de l'écoulement. On montrera, en particulier, que $\alpha K_2 = K_1 + 4h/(\lambda_w d_w)$. Dans la plupart des anémomètres à fil chaud, K_1 est négatif. Déterminer la condition correspondante sur le coefficient conducto-convectif h . On se place dans ce cas dans toute la suite et on pose :

$$\ell_c = \frac{1}{\sqrt{|K_1|}}$$

On considère que le contact thermique assuré par les gaines d'adaptation entre les extrémités du fil et les broches de l'anémomètre (voir figure 1) se fait sans résistance thermique (contact parfait). Les broches et les gaines sont à la température T_f du fluide.

- – 6. Rappeler la définition d'une résistance thermique ainsi que son unité. Quelle est la conséquence d'un contact sans résistance thermique?
Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (3).
En tenant compte des conditions aux limites dans le problème et de sa symétrie, montrer que $T_1(x)$ s'exprime assez simplement à partir de la fonction cosinus hyperbolique. En déduire l'expression du profil de température $T_w(x)$ dans le fil de la sonde en fonction de x , ℓ_c , K_2 , T_f et L_w .

- – 7. Déterminer la puissance thermique \dot{Q}_g cédée par le fil à l'ensemble des *deux* gaines d'adaptation en fonction de ℓ_c , K_2 , L_w , λ_w et d_w .
- – 8. Montrer que la moyenne spatiale $\langle T_w \rangle$ de la température du fil s'écrit selon la relation

$$\langle T_w \rangle = T_f + K_2 \ell_c^2 \left[1 - \Lambda \tanh \left(\frac{L_w}{2\ell_c} \right) \right]$$

dans laquelle on précisera l'expression du paramètre Λ .

La figure 2 représente la distribution de température dans le fil chaud pour différentes valeurs du rapport $k = \frac{L_w}{2\ell_c}$. La fonction tracée est

$$f(y) = \frac{T_w - T_f}{\langle T_w \rangle - T_f} \quad \text{avec} \quad y = x/L_w$$

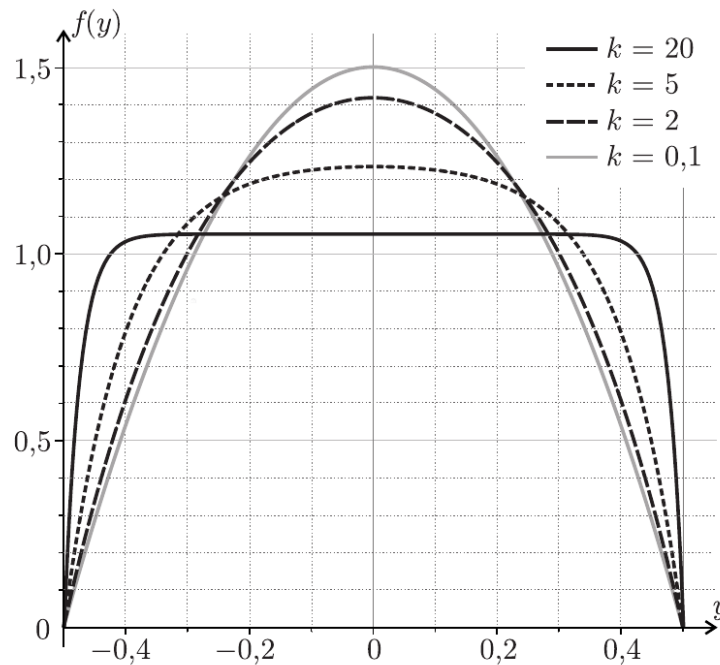


FIGURE 2 – Représentation graphique de la fonction $f(y)$ pour quatre valeurs du paramètre k .

- – 9. Pour un fil de tungstène de diamètre $d_w = 5 \mu\text{m}$, de longueur $L_w = 1,2 \text{ mm}$ et fonctionnant dans un régime de température T_w tel que $\ell_c = 30 d_w$, évaluer, en faisant les approximations pertinentes, la valeur numérique du coefficient

$$\xi = \frac{T_{w,\max} - T_f}{\langle T_w \rangle - T_f}$$

où $T_{w,\max}$ est la température maximale atteinte dans le fil. En exploitant la figure 2, commenter la valeur trouvée.

I.B Puissance thermique cédée au fluide

- – 10. Commenter les courbes de la figure 2. Quelle approximation peut-on faire quant à la température T_w dans le cas d'un fil long (on précisera ce que « long » signifie ici) ?

La résistivité ρ_w du fil est toujours supposée dépendre de la température du fluide avec lequel il est en contact selon la relation (2).

- – 11. Calculer la résistance $R_{w,\infty}$ d'un fil supposé long en fonction de sa résistance R_f à la température T_f , de α et des températures $\langle T_w \rangle$ et T_f .

Toujours dans le cadre d'un fil long, on fait l'hypothèse que la puissance thermique \dot{Q}_g cédée par le fil aux deux gaines d'adaptation est négligeable devant la puissance \dot{Q}_j dissipée par effet Joule le long du fil ou celle, notée \dot{Q}_f , correspondant aux échanges thermiques conducto-convectifs reçus par le fluide à l'interface entre le fil et le fluide.

- – 12. Déterminer, en régime permanent, l'expression de \dot{Q}_j en fonction de la différence $\langle T_w \rangle - T_f$.

Pour un fluide de viscosité η et de masse volumique μ_f , qui s'écoule à la vitesse V autour d'un obstacle fixe de taille caractéristique d_w , on définit le nombre de Reynolds $\mathcal{R}_e = \mu_f V d_w / \eta$. Il compare deux modes de transport au sein du fluide.

- – 13. Sachant que la viscosité η s'exprime en Pa · s déterminer la dimension de \mathcal{R}_e .

On définit par ailleurs le nombre de Nusselt, $\mathcal{N}_u = h d_w / \lambda_f$.

- – 14. Déterminer la dimension de \mathcal{N}_u et proposer une interprétation physique de cette quantité. Comment varie \mathcal{N}_u lorsque la vitesse V du fluide s'écoulant autour du fil augmente ?

On admet que le nombre de Nusselt vérifie la loi de King $\mathcal{N}_u = A + B \sqrt{\mathcal{R}_e}$ où A et B sont des constantes connues qui ne dépendent que de la nature du fluide en écoulement.

- – 15. En exploitant l'expression de $\langle T_w \rangle$ obtenue à la question 8 et les résultats de la question 5, montrer que dans le cas d'un fil long on peut écrire

$$\ell_c = \frac{d_w}{2} \theta^\nu \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{1}{\mathcal{N}_u} \frac{\lambda_w}{\lambda_f} \frac{R_{w,\infty}}{R_f}. \quad (4)$$

On précisera la valeur numérique de l'exposant ν .

- – 16. On considère de nouveau un fil de longueur L_w quelconque. Établir l'expression de la puissance thermique \dot{Q}_f associée au transfert conducto-convectif du fil vers le fluide.

On suppose que la relation (4) reste valable en ordre de grandeur pour un fil de longueur quelconque et que, de plus, le coefficient θ qu'elle fait intervenir est de l'ordre de l'unité pour toutes les mesures effectuées.

- – 17. En étudiant le rapport \dot{Q}_f / \dot{Q}_g , et sachant que dans le contexte d'étude $\mathcal{N}_u \simeq 10$ SI, justifier *a posteriori* que l'on puisse simplifier le problème en ne considérant pas les pertes dans les gaines d'adaptation sous l'hypothèse d'un fil long.

En utilisant le résultat de la question 12 et en supposant que l'on puisse appliquer la loi de King, montrer que, pour un fil long, la mesure de la vitesse V du fluide se ramène à une mesure de résistance. On déterminera l'expression de V en fonction *notamment* de $R_{w,\infty}$, R_f et I .

II Anémométrie à deux fils

On étudie à présent une autre technique qui utilise deux fils parallèles séparés par une distance ϵ comme représenté sur la figure 3 ci-dessous.

Cette technique est plus précise que la précédente car elle permet de faire deux mesures : la première n'utilise que le premier fil ; la seconde étudie la réponse induite par le premier dans le second.

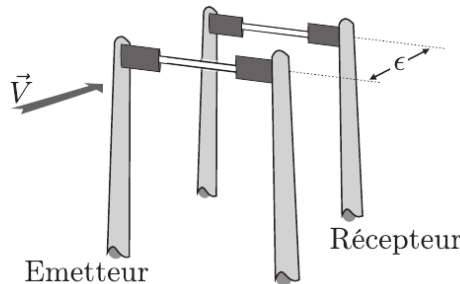


FIGURE 3 – Disposition des 2 fils.

- Le premier fil (l'émetteur, repéré par un indice e), froid initialement (c'est-à-dire à la température du fluide environnant T_f), est traversé par une impulsion électrique d'intensité $I = 1 \text{ A}$ et d'une durée τ de quelques μs , appelée « phase de chauffe », à l'issue de laquelle le fil s'est donc échauffé.

On fait ensuite passer dans l'émetteur un faible courant $I_0 = 1 \text{ mA}$, dont on négligera l'influence thermique, et on mesure la tension à ses bornes en fonction du temps. On obtient ainsi l'évolution de la résistance électrique $R_e(t)$ en fonction du temps et donc celle de sa température $T_e(t)$.

- Un second fil (le récepteur, repéré par un indice r) est placé parallèlement au premier, en aval dans l'écoulement du fluide (ici de l'air), à une distance $\epsilon = 0,5 \text{ mm}$ du premier. Sous l'action de l'écoulement, une trainée d'air chaud (zone échauffée du fluide par l'impulsion thermique de l'émetteur) va atteindre le récepteur.

L'acuité et la durée de cette trainée d'air chaud vue par le second fil vont dépendre notamment de la norme V de la vitesse de l'air.

Hormis leur température et donc leur résistance, les caractéristiques de ces deux fils sont supposées identiques à celles du fil utilisé dans la partie I.

On se concentre tout d'abord sur le fil émetteur de l'impulsion thermique afin d'étudier la première possibilité de mesure de la vitesse de l'écoulement. On néglige la conduction thermique dans le fil et entre le fil et les broches. On suppose donc, conformément à ce qui a été fait précédemment, que la température du fil est homogène et ne dépend que du temps, tout comme sa résistance toujours obtenue dans le cadre du modèle de résistivité résumé par la relation (2). Pendant la phase de chauffe, l'impulsion étant très brève, on négligera les pertes d'énergie dues à la convection de l'air autour du fil lors de cette phase. L'origine des temps $t = 0$ correspond au début de l'impulsion électrique.

- – 18. Montrer que, pendant la phase de chauffe, la température $T_e(t)$ vérifie une équation différentielle qui peut se mettre sous la forme

$$\frac{d(T_e - T_f)}{dt} + \frac{T_e - T_f}{\tau_1} = \frac{R_f I^2}{C} \quad (5)$$

où l'on exprimera la durée caractéristique τ_1 de montée en température et le paramètre C en fonction des paramètres du problème. Que représente C ?

- – 19. Résoudre cette équation en exprimant finalement $T_e(t)$ en fonction de t , T_f , α et τ_1 .
En déduire, en fonction de τ , τ_1 et α , l'expression de l'amplitude de l'impulsion thermique $\Delta T_{e,\max} = T_{e,\max} - T_f$ obtenue dans le fil émetteur après qu'il a été parcouru par l'impulsion de courant.
- – 20. Une fois l'impulsion terminée, i. e. pour $t > \tau$, le fil émetteur ne reçoit plus de courant qui le chauffe, il se refroidit par convection au contact thermique de l'air en mouvement. Déterminer la température de l'émetteur $T_e(t)$ durant cette phase dite de relaxation en fonction de t , τ , T_f , $\Delta T_{e,\max}$ ainsi que d'une nouvelle durée τ_2 caractéristique de cette phase de relaxation dépendant notamment de \mathcal{N}_u .

Sur la figure 4 ci-dessous le graphe de gauche indique l'allure de $T_e(t)$ mesurée lors des phases de chauffe et de relaxation au contact de deux écoulements de vitesse différente.

Sur cette même figure 4, le graphe de droite montre de façon plus quantitative en échelle semi-logarithmique, des relevés expérimentaux de la phase de relaxation pour différentes valeurs de la norme de la vitesse de l'écoulement.

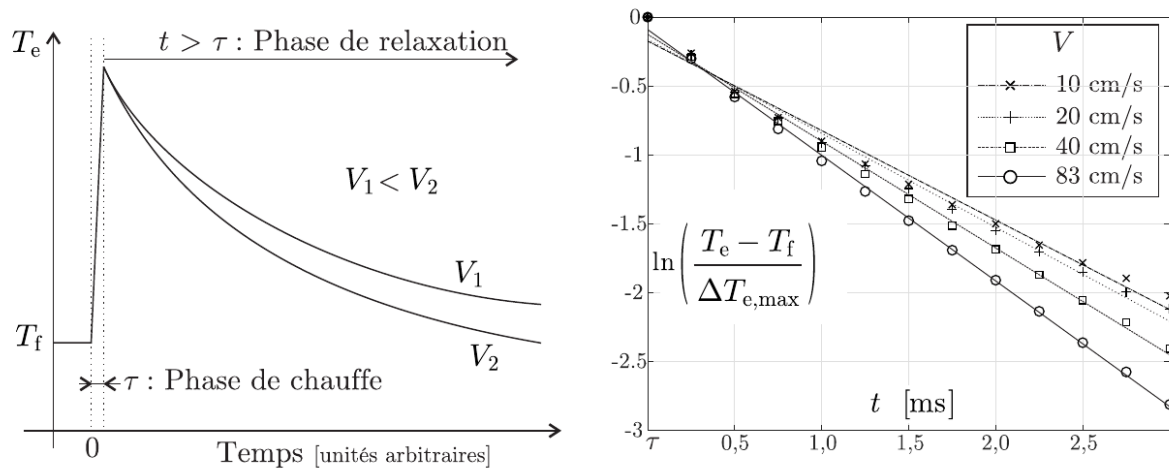


FIGURE 4 – Mesures au niveau de l'émetteur. Sur la figure de droite on a représenté les mesures et leurs différentes régressions linéaires.

- – 21. Pendant la phase de chauffe, on constate sur la partie gauche de la figure 4 que les deux courbes sont confondues. Quelle hypothèse émise plus haut ce résultat permet-il de confirmer ?
- – 22. Expliquer qualitativement comment l'analyse des courbes de la figure 4 permet une première mesure de la norme de la vitesse de l'écoulement du fluide.

L'air réchauffé par l'émetteur va être transportée par convection jusqu'au second fil, le récepteur. En alimentant ce dernier par un très faible courant $I_0 = 1$ mA, dont on peut toujours négliger l'influence thermique, on peut mesurer sa résistance et en déduire sa température.

Certains résultats expérimentaux sont rassemblés dans la figure 5 sur la page suivante¹.

1. Ils ont été collectés dans l'article « *Pulsed-wire technique for velocity measurements in natural convection flow – a numerical optimisation tool* », Grignon et al., 1998, International Journal of Heat and Mass Transfer, volume 41, p. 3121-3129.

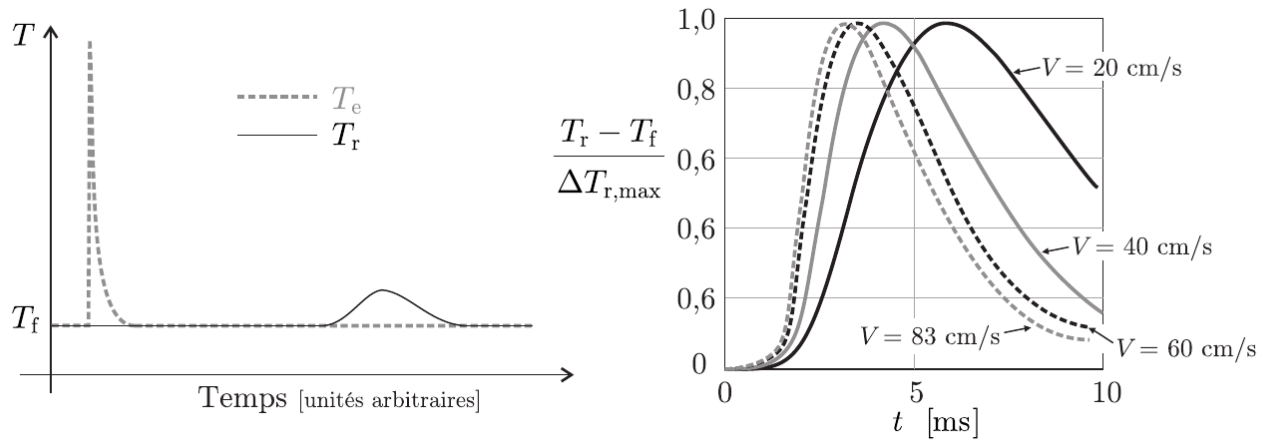


FIGURE 5 – Analyse des températures.

Sur la partie gauche de la figure 5, on a représenté avec les mêmes échelles de temps et d'amplitude l'allure typique des pics de températures relevés dans chacun des deux fils.

De façon plus quantitative, on a représenté sur la partie droite de cette même figure, le résultat des mesures de l'évolution de la fonction normalisée $(T_r(t) - T_f) / \Delta T_{r,\max}$ pour différentes valeurs de la norme de la vitesse de l'écoulement.

- – 23. Commenter les deux courbes de la partie gauche de la figure 5. Proposer des explications qualitatives pour les différents phénomènes que l'on peut observer.
- – 24. Expliquer qualitativement comment l'analyse des courbes de la figure 5 permet une seconde mesure de la norme de la vitesse de l'écoulement du fluide.