PROBLEME 1 : chimie

B1) $v = 2 + n - r - q - \varphi = 2$ si on fixe p, T on fixe l'éq. ~~si on fixait~~ x_{FeCl_3}

avec $n = 2$, $r = 1$, $q = 1$, $\varphi = 0$

B2)

	$2FeCl_{3(g)}$	$=$	$Fe_2Cl_{6(g)}$	$n_{tot\,gaz}$
$t=0$	n_0		0	n_0
$t>0$	$n_0(1-\alpha)$		$\frac{\alpha n_0}{2}$	$n_0\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$

$\alpha = \frac{2\xi}{n_0}$ $\quad \xi = \frac{\alpha n_0}{2}$

$M = x_{FeCl_3} M_{FeCl_3} + x_{Fe_2Cl_6} \underbrace{M_{Fe_2Cl_6}}_{= 2M_{FeCl_3}} = M_{FeCl_3}\left(x_{FeCl_3} + 2x_{Fe_2Cl_6}\right) = \frac{M_{FeCl_3}\left(1-\alpha+\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)^2}$

or $d = \frac{M}{M_{air}} = \frac{M_{FeCl_3}}{M_{air}} \frac{1}{1-\alpha/2} = \frac{5{,}6}{1-\alpha/2}$

B3) $\alpha_1 = 0{,}93 \quad \alpha_2 = 0{,}83$

B4) $K^\circ(T) = \frac{p_{Fe_2Cl_6}\, p^\circ}{p_{FeCl_3}^{\,2}} = \frac{n_{Fe_2Cl_6}}{n_{FeCl_3}^{\,2}} \frac{n_{tot}\, p^\circ}{\underset{= p^\circ}{p}} = \frac{\frac{\alpha}{2}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}{(1-\alpha^2)}$

B5) $K^\circ(T_1) = 50{,}8 \quad K^\circ(T_2) = 8{,}4$

B6) $\frac{d \ln K^\circ}{dT} = \frac{\Delta_r H^\circ}{RT^2} \Rightarrow \ln\left(\frac{K^\circ(T_2)}{K^\circ(T_1)}\right) = \frac{\Delta_r H^\circ}{R}\left[-\frac{1}{T}\right]_{T_1}^{T_2} = \frac{\Delta_r H^\circ}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$

$\Rightarrow \Delta_r H^\circ = -83{,}8\ kJ \cdot mol^{-1}$ $\quad \Delta_r H^\circ < 0$ la réaction est exothermique

rassurant car $K^\circ \downarrow$ avec T $\longrightarrow$

B7) $\Delta_r G^\circ = -RT \ln K^\circ = \Delta_r H^\circ - T\Delta_r S^\circ \Rightarrow \Delta_r S^\circ = \frac{\Delta_r H^\circ}{T_1} + R \ln K^\circ(T_1) = -87{,}0\ J \cdot K^{-1} \cdot m$

$\Delta_r S^\circ < 0$ logique car $\Delta_r \nu_{gaz} = -1 < 0$!

B8) $\Delta_r \nu_{gaz} = -1 < 0$ donc si $p \uparrow$, on déplace ds le sens direct $\xrightarrow{1}$

PROBLEME 2 : vidange d'un réservoir (E3A PSI 2014)

D/ Ecoulement parfait

D1. Les conditions pour appliquer la relation de Bernoulli (généreusement donnée) sont : Ecoulement parfait, stationnaire (ici, c'est plutôt quasi-stationnaire), incompressible et homogène. On peut ajouter qu'il ne faut pas qu'il y ait de dispositif actif, type pompe.

D2. Conservation de la masse donc du débit massique D_m=cte soit

$\rho V_A S_A = \rho V_B S_B$ soit $\boxed{V_A S_A = V_B S_B}$

D3. Si S_A ? S_B on a V_A = V_B. On déduit de la relation de Bernoulli, les pressions en A et B étant égales à P_0 : $\boxed{V_B = \sqrt{2gh}}$

D4 $V_B = V_A \dfrac{S_A}{S_B}$ or $V_A = -\dfrac{dh}{dt} \Rightarrow \sqrt{2gh} = -\dfrac{dh}{dt}\dfrac{S_A}{S_B}$. En séparant les variables et en intégrant entre 0 et T, on obtient : $\boxed{T = \dfrac{S_A}{S_B}\sqrt{\dfrac{2H}{g}}}$ soit avec H = 1m : $\boxed{T = 451s = 7\min 31s}$

E/ Prise en compte d'une perte de charge singulière

E1. En négligeant toujours V_A , on obtient : $\boxed{V_B = \sqrt{\dfrac{2gh}{1+K_C}}}$

E2. Méthode identique à D4 : $\boxed{T' = \sqrt{1+K_C}.T = 561s = 9\min 21s}$ Le temps de vidange augmente à cause de la viscosité du fluide, c'est normal.

F/ Prise en compte d'une perte de charge régulière

F1. Bilan de quantité de mouvement pour le {cylindre}. On est en régime stationnaire pour un système fermé, donc $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0} = \sum \vec{F}_{ext}$. Les forces sont rappelées dans l'énoncé : forces pressantes en C_1 et C_2 (les forces pressantes latérales s'annulent par symétrie), le poids et les forces visqueuses, soit en projection sur (Oz):

$0 = p_{C1}\pi r^2 - p_{C2}\pi r^2 - \rho g(z_2 - z_1)\pi r^2 + \eta \dfrac{dV}{dr} 2\pi r l$, d'où la relation de l'énoncé avec :

$\boxed{\alpha = \dfrac{1}{2\eta l}}$.

Supposons V(r)>0, il faut alors $\tilde{p}_{C1} > \tilde{p}_{C2}$. α> 0, la vitesse décroit avec r, elle est maximale au centre (r= 0) et nulle en r = a, par adhérence aux parois. Le signe de α est donc cohérent.

F2. Le terme $\alpha\left(\tilde{p}_{C1} - \tilde{p}_{C1}\right)$ ne dépend pas de r. En intégrant l'équation de la question précédente et en utilisant la condition liée à l'adhérence du fluide visqueux $V(a) = 0$, on obtient : $V(r) = \dfrac{\alpha\left(\tilde{p}_{C1} - \tilde{p}_{C2}\right)a^2}{2}\left(1 - \dfrac{r^2}{a^2}\right)$ soit $\boxed{V_{\max} = \dfrac{\alpha\left(\tilde{p}_{C1} - \tilde{p}_{C2}\right)a^2}{2}}$.

F3. $Q_V = \int V(r).dS = \int_0^a V(r).2\pi r\,dr = \frac{\pi a^2}{2} V_{\max}$ soit $\boxed{Q_V = \frac{\pi\alpha\left(\tilde{p}_{C1} - \tilde{p}_{C2}\right)a^4}{4}}$

F4. Par définition $Q_V = \pi a^2 V_{moy}$ d'où $\boxed{V_{moy} = \frac{V_{\max}}{2} = \frac{\alpha\left(\tilde{p}_{C1} - \tilde{p}_{C2}\right)a^2}{4}}$

F5. En utilisant la question précédente pour exprimer la perte de charge, on a :
$\Delta p_r = \frac{4V_{moy}}{\alpha a^2} = \frac{8\eta l V_{moy}}{a^2} = \lambda \frac{1}{2}\rho V_{moy}^2 \frac{l}{2a}$ d'après l'énoncé soit $\boxed{\lambda = \frac{32\eta}{a\rho V_{moy}}}$.

F6. $R_e = \frac{\rho V_{moy} d}{\eta}$ d'où $\boxed{\lambda = \frac{64}{R_e}}$.

F7. $R_e = 27.10^3$.

F8. $R_e > 2.10^3$, l'écoulement est dont turbulent et non laminaire, l'hypothèse est non valide, les calculs précédents non plus !

G/Remplissage du réservoir d'une voiture

G1.

$K_{total} = K_C(voirpartieE) + 2K_{Coudebrusque} + K_{pompe} + K_{coudearrondi} = 0,55 + 2*3/2 + 6 + 0,091 = \boxed{9,7}$

G2. $\Delta p_{s,tot} = K\frac{1}{2}\rho V_{moy}^2 = \boxed{83.10^3\,Pa} = 0,83 bar$

G3.Si on calcule λ à partir de la question F7, on trouve plutôt λ=1,2.10^{-3} ! En prenant celui de la question G3, on trouve $\Delta p_{r,tot} = \lambda\frac{1}{2}\rho V_{moy}^2 \frac{l}{2a} = \boxed{58.10^3\,Pa} = 0,58 bar$

G4. La section $S_B = \pi a^2$ est la même dans tout le circuit, la vitesse moyenne également (fluide incompressible). Le débit est donc : $Q_V = V_{moy}.S_B = 4,5.10^{-3} m^3/s$

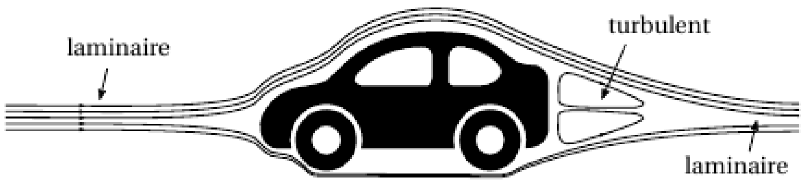
G5. En reprenant la formule de l'énoncé, on a :

$$P_e = \frac{P_u}{r} = \frac{Q_V}{r}\left(\frac{1}{2}\rho\left(V_E^2 - 0^2\right) + \rho g\left(z_E - z_A\right) + 0 + \Delta p_{r,tot} + \Delta p_{s,tot}\right) = \boxed{1,1 kW}$$

Ce qui parait être un ordre de grandeur cohérent.

PROBLEME 3 : aérodynamique d'une aileron (CCINP PSI 2019)

1. On précise ci-dessous les zones d'écoulement laminaire et turbulent.



▲ **Figure C1.** Nature de l'écoulement autour du véhicule.

Le coefficient de trainée aérodynamique est influencé par le **nombre de Reynolds** de l'écoulement ainsi que par la **forme de l'objet**.

2. Si on tient compte uniquement de la force de trainée comme source de dissipation de l'énergie, alors toute la puissance développée par le moteur sert à contrer la trainée, soit :

$$P = F_x \cdot v_{\max} = \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot \rho_0 \cdot v_{\max}^3, \quad (1)$$

soit :

$$\boxed{v_{\max} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot P}{C_x \cdot \rho_0 \cdot S}}.} \quad (2)$$

Application numérique.
$v_{\max} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 62,5 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 2,5}} \approx 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{3} \cdot \frac{200}{3}} \approx 10 \cdot \sqrt[3]{133} \approx 10 \cdot \sqrt[3]{125} \approx 50\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \approx \underline{180\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}}$.La valeur est raisonnable pour un véhicule de tourisme.

3. L'énergie obtenue par combustion de l'essence est proportionnelle à la quantité d'essence brulée, donc au volume. En première approximation, cette énergie est convertie en **énergie cinétique**, proportionnelle à V^2, donc $\underline{x = 2}$.
4. Le fluide étant en écoulement incompressible, il y a **conservation du débit volumique** en régime stationnaire. En outre, la section du tube de courant est constante, donc la vitesse se conserve, et donc $v_1 = v_2$ et $\mathrm{d}m_1 = \mathrm{d}m_2$.
5. La quantité de mouvement du système varie entre t et $t + \mathrm{d}t$ de :

$$\mathrm{d}\vec{p} = \left(\vec{p}_{A'B'CD} + \vec{p}_{CC'D'D}\right) - \left(\vec{p}_{AA'B'B} + \vec{p}_{A'B'CD}\right) \quad (3)$$

(il n'y a pas de dépendance temporelle car l'écoulement est stationnaire). On obtient par conséquent :

$$\mathrm{d}\vec{p} = \vec{p}_{CC'D'D} - \vec{p}_{AA'B'B} = \mathrm{d}m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1), \quad (4)$$

où l'on a posé $\mathrm{d}m = \mathrm{d}m_1 = \mathrm{d}m_2$. Or, $\mathrm{d}m = \rho_0 \cdot S_e \cdot v_1 \cdot \mathrm{d}t$, donc :

$$\mathrm{d}\vec{p} = \rho_0 \cdot S_e \cdot v_1 \cdot \mathrm{d}t \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1), \quad (5)$$

soit :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \rho_0 \cdot S_e \cdot v_1 \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)\,.} \qquad (6)$$

D'après la deuxième loi de Newton, $\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_{ext}$, avec $\vec{F}_{ext}$ la force exercée sur le tube de courant, soit finalement :

$$\boxed{\vec{F}_{ext} = \rho_0 \cdot S_e \cdot v_1 \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)\,.} \qquad (7)$$

6. On déduit de ce qui précède, en vertu de la troisième loi de Newton, que :

$$\boxed{\vec{F}_{air\to véhicule} = \rho_0 \cdot S_e \cdot v_1 \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)\,.} \qquad (8)$$

On projette suivant la direction verticale :

$$\boxed{F^{N}_{air\to véhicule} = -\rho_0 \cdot S_e \cdot v_1^2 \cdot \left(\sin(\alpha) + \sin(\beta)\right).} \qquad (9)$$

Quelles que soient les valeurs de α et β, la force plaque la voiture au sol, l'appui étant d'autant plus important que la vitesse est grande.

PROBLEME 4 : physique d'une éolienne (CCINP PSI 2013)

H32)L'air est supposé incompressible, le régime stationnaire donc les débits massique et volumique sont constants dans le tube de courant , on a donc $S_AV_A=S_BV_B=SV$.

H33)On applique la théorème de Bernoulli deux fois sur la ligne de courant x'x (en utilisant la symétrie de révolution), une fois en amont entre S_A et Σ_1, l'autre fois en aval entre S_B et Σ_2
On obtient : $P°+\rho V_A^2/2= P_1+\rho V^2/2$ et $P°+\rho V_B^2/2= P_2+\rho V^2/2$

H34)a)Projetée sur l'axe Ox, la somme des forces devient : $R_{12}=F+P_1S-P_2S$.
b)On applique maintenant (E_2) en projection sur x'x: $D_m(V-V)=0=R_{12}$.
c)Donc $F=(P_2-P_1)S$.
d)On reprend H33 et on obtient : $F=\rho S(V_B^2-V_A^2)/2$

H35)(E_2) projetée sur x'x, devient : $D_m(V_B-V_A)=F+0$ d'après l'énoncé. On peut rempalcer D_m par $D_m=\rho SV$ et $F=\rho SV(V_B-V_A)$.

H36)La comparaison des deux expressions de F donne (si V_B différent de V_A) : $2V=V_A+V_B$.

H37)Il n'y a aucun transfert thermique de l'extérieur vers le fluide, donc $P_{th}=0$. Le fluide est un gaz parfait, les forces intérieures sont nulles et donc elles ne travaillent, il n'y aura donc pas de variation de température, donc de variation de l'enthalpie massique.

38)On en déduit maintenant via (E_1) que $P_u=D_m(V_B^2-V_A^2)/2=-P_{éol}$.
En utilisant l'expression $D_m=\rho SV$ et l'expression de V, on obtient :
$P_{éol}=\frac{\rho S}{2}(V_A+V_B)(V_A^2-V_b^2)$

H39)On sort maintenant $P_{éol}=\frac{\rho S V_A^3}{2}(1+x)(1-x^2)$ qui atteint son maximum pour x=1/3.
On calcule $P_{max}=\frac{16}{27}\rho S V_A^3$.

H40)On peut évaluer $P_{max}\approx 2{,}8$MW. Il faudra donc 550 éoliennes de ce type pour remplacer une tranche de centrale nucléaire.