

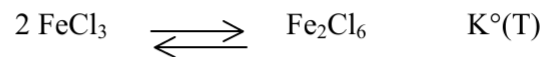
**PROBLEME 1 : chimie**

Masse molaire de quelques éléments en  $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

Élément	O	N	Fe	Cl
Masse molaire	16,00	14,00	55,85	35,50

**Etude thermodynamique de l'équilibre de dimérisation de  $\text{FeCl}_3$ .**

On étudie en phase gazeuse l'équilibre de dimérisation de  $\text{FeCl}_3$  de constante  $K^\circ$  à température donnée T.



**B.1-** Calculer la variance de cet équilibre. Interpréter la valeur obtenue.

On mesure à deux températures  $T_1 = 700 \text{ K}$  et  $T_2 = 800 \text{ K}$  et sous la pression standard  $P^\circ = 1 \text{ bar}$ , la densité du mélange gazeux. On obtient respectivement  $d_1 = 10,5$  et  $d_2 = 9,6$ .

On appelle  $\alpha$  le taux de dissociation de  $\text{FeCl}_3$  à l'équilibre. On rappelle que  $\alpha$  est le rapport de la quantité de matière dissociée sur la quantité de matière initiale.

On rappelle que la densité d'un mélange gazeux est donnée par la formule  $d = \frac{M}{29}$  où M est la masse molaire du mélange gazeux en  $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ , 29 étant approximativement la masse molaire de l'air en  $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

**B.2-** Montrer que  $d = \frac{5,6}{1 - \frac{\alpha}{2}}$ .

**B.3-** Calculer  $\alpha_1$  à 700 K et  $\alpha_2$  à 800 K.

**B.4-** Donner l'expression littérale de la constante  $K^\circ(T)$  en fonction des pressions partielles à l'équilibre en  $\text{FeCl}_3$  et  $\text{Fe}_2\text{Cl}_6$  puis en fonction de  $\alpha$ .

**B.5-** Calculer la constante  $K^\circ(T)$  aux deux températures.

**B.6-** Calculer l'enthalpie standard de la réaction  $\Delta_r H^\circ$  en la supposant indépendante de la température. La réaction est-elle endothermique ou exothermique ?

**B.7-** On suppose de même que  $\Delta_r S^\circ$  est indépendant de la température. Calculer  $\Delta_r S^\circ$ . Pouvait-on prévoir le signe de  $\Delta_r S^\circ$  a priori ? Justifier.

**B.8-** Quelle est l'influence d'une augmentation de température à pression constante sur l'équilibre ? Justifier.

PROBLEME 2 : physique des arbres

## Physique des arbres

Dans tout le problème, *exprimer* ou *déterminer* une grandeur signifie en donner une expression littérale. En revanche *calculer* une grandeur signifie en donner une valeur numérique avec au plus deux chiffres significatifs. Les vecteurs sont surmontés d'une flèche ( $\vec{g}$ ) dans le cas général ou d'un chapeau s'ils sont unitaires ( $\|\hat{u}_z\| = 1$ ).

Dans tout le problème le champ de pesanteur  $\vec{g} = -g\hat{u}_z$  est uniforme et le référentiel terrestre galiléen. Les données numériques utiles ainsi qu'un formulaire sont rassemblés en fin d'énoncé.

### I. — Physique du cavitron

En phase liquide, les molécules exercent entre elles des forces attractives (assurant entre autres la cohésion du liquide) qui permettent au liquide de supporter des forces de traction équivalentes à des pressions négatives.

La vie d'un arbre suppose une montée efficace de la sève (assimilée dans toute la suite à de l'eau) sur une hauteur qui peut atteindre quelques dizaines de mètres. Ceci conduit à l'existence de zones de pression négative, où l'état liquide de l'eau est métastable : sous l'effet d'une petite perturbation, des bulles de vapeur d'eau peuvent se former. Ceci se produit significativement lorsqu'un arbre subit un stress hydrique associant une forte évaporation (due à un fort ensoleillement) et une faible ressource en eau (due à des sols desséchés). La circulation de la sève est alors gênée par la formation de bulles de gaz au sein de l'écoulement. Pour tester quantitativement la sensibilité des espèces au stress hydrique, des chercheurs de l'INRA ont mis au point un dispositif appelé CAVITRON.

#### I.A. — Pressions négatives

□ 1 — Exprimer la pression  $p$  dans un arbre assimilé à une colonne d'eau verticale emprisonnée dans un tube fermé au sommet, supposée en équilibre mécanique sous l'effet des seules forces de pression et de pesanteur, en fonction de la masse volumique  $\rho_e$  de l'eau, de la cote  $z$  mesurée à partir du sol, de l'intensité de la pesanteur  $g$  et de la pression  $p_0$  imposée par l'atmosphère au niveau du sol via les racines. Calculer l'altitude  $z_m$  à partir de laquelle la pression devient négative. Commenter la valeur obtenue.

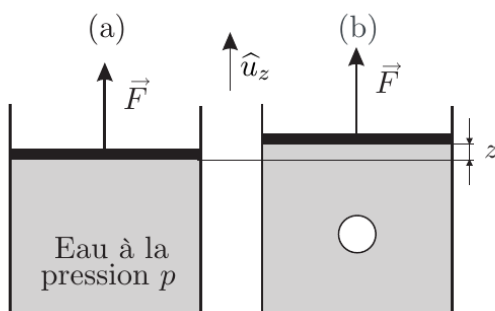


FIGURE 1 – Cylindre vertical

Pour les questions 2 à 5 on ne prendra en compte ni  $\vec{g}$  ni  $p_0$ . Sur la figure 1(a), on envisage un volume  $V$  d'eau en équilibre dans un cylindre d'axe  $(O, \hat{u}_z)$  et de section  $S$ , fermé par un piston de surface  $S$  et de masse nulle sur lequel un opérateur exerce lentement une force de traction  $\vec{F} = F\hat{u}_z$  avec  $F > 0$  et  $\hat{u}_z$  vertical ascendant.

□ 2 — Exprimer la pression dans l'eau en fonction de  $F$  et  $S$ . Quel est son signe ?

L'opérateur veut créer au sein de l'eau liquide, une bulle de vapeur d'eau sphérique de rayon  $r$  en tirant le piston sur une hauteur  $z$  et en maintenant la force  $\vec{F}$  constante 1(b). On néglige la quantité d'eau contenue dans la bulle devant  $V$ , ce qui revient à l'assimiler à une bulle de vide.

□ 3 — On considère le système constitué d'une bulle vide de rayon  $r$  et de l'interface qui la sépare de l'eau à la pression  $p$ . Exprimer le travail infinitésimal  $\delta W_p$  des forces de pression quand le rayon de la bulle passe de  $r$  à  $r + dr$ . En déduire l'expression de la contribution des forces pressantes à l'énergie potentielle  $E_p$  du système.

On admet qu'il convient d'ajouter à cette énergie potentielle une énergie potentielle de tension superficielle de la forme  $\gamma_e \Sigma$  où  $\Sigma$  est l'aire de l'interface entre l'eau liquide et l'eau vapeur et où la constante positive  $\gamma_e$  est le coefficient de tension superficielle de l'eau.

□ 4 — Montrer que l'énergie potentielle totale du système s'exprime sous la forme d'un polynôme de degré 3 en  $r$  dont on précisera les coefficients. Montrer qu'elle admet un maximum en  $r_c = -2\gamma_e/p$ . On pose  $x = r/r_c$  et  $E_a = E_p(r_c)$ . Calculer  $r_c$  et  $E_a$  pour  $p = -2,0$  MPa. Tracer la courbe  $\epsilon(x) = E_p(x)/E_a$  pour  $x \in [0,2]$ .

□ 5 — Ce modèle n'est évidemment valide que pour  $r < r_b$  où  $r_b$  est le rayon de la bulle que l'on considèrera égal à  $2r_c$ . Montrer que dans le cadre de ce modèle, l'état liquide sans bulle est un état d'équilibre stable mais qu'il n'est pas le plus stable : on dit qu'il est métastable. Quelle énergie faut-il apporter au système pour qu'il évolue spontanément vers l'équilibre le plus stable ? Quel est cet état ? Cette évolution est-elle envisageable si  $p = -2,0$  MPa ?

### I.B. — Conductance hydraulique

On envisage un écoulement d'eau, de masse volumique  $\rho_e$  et de viscosité dynamique  $\eta_e$ , dans un tuyau cylindrique d'axe  $(O, \hat{u}_x)$  horizontal, de longueur  $2R$  et de section circulaire de rayon  $a$ . Les faces d'entrée et de sortie de ce cylindre sont centrées sur les points  $A_1(x = -R)$  et  $A_2(x = R)$  de l'axe  $(O, \hat{u}_x)$  où l'on impose respectivement des pressions  $p_1$  et  $p_2$ . L'ensemble est représenté sur la figure 2(a). On repère un point  $M$  dans l'eau par ses coordonnées cylindriques  $(r, \theta, x)$  d'axe  $(O, \hat{u}_x)$ , avec  $-R < x < R$ ,  $0 < r < a$  et  $0 < \theta < 2\pi$ . Lorsque l'on impose une différence de pression  $p_1 - p_2$  positive et constante, un écoulement d'eau incompressible et stationnaire apparaît. Cet écoulement est décrit par un champ des vitesses  $\vec{v} = v(r, x) \hat{u}_x$  indépendant de  $\theta$  et un champ de pression  $p(x)$  indépendant de  $r$  et  $\theta$ .

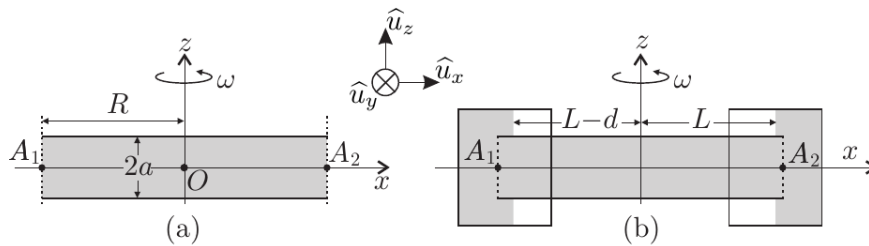


FIGURE 2 – Cylindre horizontal

Dans toute la partie **I.B**, on considère ce cylindre sans rotation, soit  $\omega = 0$ .

□ 6 — Montrer que  $v(r, x)$  est indépendant de  $x$ . On le notera  $v(r)$  dans la suite.

On s'intéresse au système fermé  $(\mathcal{S}_r)$  constitué du fluide compris à l'instant  $t$  dans le cylindre d'axe  $(O, \hat{u}_x)$  et de rayon  $r < a$ , entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$ . Le fluide situé au delà de  $r$  exerce sur la surface latérale de  $(\mathcal{S}_r)$  une force surfacique tangentielle de la forme :

$$\frac{d\vec{F}}{dS} = \epsilon \eta_e \frac{\partial v}{\partial r} \hat{u}_x \text{ où } \eta_e \text{ est la viscosité dynamique de l'eau et } \epsilon = \pm 1.$$

□ 7 — Indiquer, en justifiant qualitativement la réponse, le choix du signe de  $\epsilon$  correspondant à la situation étudiée. Exprimer la résultante des forces de viscosité sur  $(\mathcal{S}_r)$ . Justifier *sans calcul* que la quantité de mouvement du système  $(\mathcal{S}_r)$  est indépendante du temps. En déduire la relation :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2\eta_e}{r} \frac{\partial v}{\partial r}$$

Justifier le fait que  $\frac{dp}{dx}$  est une constante. En déduire l'expression de  $p(x)$  en fonction de  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $x$  et  $R$ .

On définit la conductance hydraulique  $G_H = \frac{D_V}{p_1 - p_2}$  du tuyau, où  $D_V$  est le débit volumique.

□ 8 — Déduire des questions précédentes l'expression de  $v(r)$  en fonction de  $r$ ,  $\eta_e$ ,  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $a$  et  $R$ . Exprimer  $G_H$  en fonction de  $\eta_e$ ,  $R$  et  $a$ .

□ 9 — Exprimer la vitesse moyenne  $\bar{v} = \frac{D_V}{\pi a^2}$  en fonction de  $a$ ,  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $R$  et  $\eta_e$ . Vérifier que la force de viscosité subie par la tranche d'eau située à l'instant  $t$  dans le tuyau entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$  s'écrit :

$$d\vec{F} = -8\pi\eta_e\bar{v}dx\hat{u}_x \quad (1)$$

□ 10 — Calculer  $\bar{v}$  et le nombre de REYNOLDS  $Re$  pour  $a = 0,02$  mm (rayon typique des canaux dans lesquels la sève s'écoule),  $p_1 - p_2 = 10^5$  Pa et  $R = 0,4$  m. Que peut-on en conclure sur la nature de l'écoulement ?

### I.C. — Le cavitron

Pour tester les effets du stress hydrique sur la conductance, on coupe une branche d'arbre quasi-rectiligne de longueur  $2R$  que l'on met en communication avec deux récipients contenant de l'eau, non représentés sur la figure 2(a), dans des conditions telles que la pression aux extrémités  $x = -R$  et  $x = +R$  de la branche vaut toujours  $p_1 = p(x = -R)$  et  $p_2 = p(x = +R)$ . On fait maintenant tourner l'ensemble autour de l'axe  $(O, \hat{u}_z)$  avec une vitesse angulaire  $\omega > 0$  constante et suffisamment élevée pour que la pesanteur soit négligeable dans l'écoulement. On assimile la branche à un unique canal cylindrique d'axe  $(O, \hat{u}_x)$  et de rayon  $a$  dans lequel s'écoule la sève toujours assimilée à de l'eau.

□ 11 — On étudie le mouvement de l'eau dans le référentiel  $(\mathcal{R}_b)$  solidaire de la branche. Soit une particule de fluide de masse  $dm = \rho_e d\tau$ , d'abscisse  $x$  et de vecteur vitesse  $v \hat{u}_x$  dans le référentiel  $(\mathcal{R}_b)$ . On admet que la rotation de la branche agit sur le mouvement de cette particule par l'intermédiaire de deux forces volumiques  $\vec{f}_{i,1} = \rho_e \omega^2 x \hat{u}_x$  et  $\vec{f}_{i,2} = -2\rho_e \vec{\omega} \wedge \vec{v}$ . Vérifier l'homogénéité de ces formules et représenter ces forces volumiques sur une figure dans deux cas d'abscisses opposées. Citer un exemple de la vie courante dans lequel la force  $\vec{f}_{i,1}$  peut être ressentie.

On adopte désormais pour l'écoulement de l'eau dans la branche d'arbre en rotation un modèle semblable à celui introduit à la question 9. On fait l'hypothèse que le champ de pression ne dépend que de  $x$ , que l'écoulement est uniforme de vitesse  $\bar{v} \hat{u}_x$  et que la paroi exerce sur la tranche de fluide située entre  $x$  et  $x + dx$  une force de viscosité donnée par la relation (1).

□ 12 — Montrer que la pression dans le domaine  $x > 0$  s'écrit :

$$p(x > 0) = p_2 - \frac{\rho_e \omega^2 (R^2 - x^2)}{2} - \frac{8\eta_e \bar{v} (x - R)}{a^2}$$

On montre de manière analogue (travail non demandé) que :

$$p(x < 0) = p_1 - \frac{\rho_e \omega^2 (R^2 - x^2)}{2} - \frac{8\eta_e \bar{v} (x + R)}{a^2}$$

□ 13 — En déduire les expressions de  $p(x = 0)$  et  $\bar{v}$  en fonction de  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $\rho_e$ ,  $\eta_e$ ,  $\omega$  et  $R$ . Vérifier que la rotation est sans effet sur la conductance hydraulique  $G_H$  de la branche.

Pour imposer les pressions  $p_1$  et  $p_2$ , on place aux extrémités de la branche des réservoirs remplis partiellement d'eau avec des quantités légèrement différentes. Ces réservoirs sont solidaires de la branche en rotation à vitesse angulaire  $\omega$ .

Lorsque l'équilibre est établi, la surface libre de l'eau dans les réservoirs devient verticale du fait des forces d'inertie. La branche, les réservoirs et la présence d'eau indiquée en gris sont représentés sur la figure 2(b).

On crée des ouvertures – non représentées sur la figure 2(b) – dans les réservoirs vers l'atmosphère, de telle sorte que l'air – qui occupe la partie des réservoirs non occupée par l'eau – impose la pression  $p_0$  respectivement en  $x_1 = -L + d$  et en  $x_2 = L$  avec  $L < R$  et  $0 < d \ll L$ . On mesure alors par une méthode optique le débit volumique en suivant l'évolution de la surface libre de l'eau dans l'un des réservoirs. Cette évolution est suffisamment lente au cours de l'expérience pour que l'on puisse supposer que les pressions  $p_1$  et  $p_2$  sont constantes.

□ 14 — Exprimer  $p_1$  et  $p_2$  en fonction de  $\rho_e$ ,  $p_0$ ,  $\omega$ ,  $L$ ,  $R$  et  $d$  en supposant que l'eau est quasiment en équilibre relatif dans les réservoirs tournants. Vérifier que  $p_1 - p_2 = \rho_e \omega^2 L d$  dans l'approximation  $d \ll L$ .

La figure 3 représente l'allure du graphe de la perte de conductance relative

$$\delta_G = 1 - \frac{G_H(\omega)}{G_H(\omega = 0)}$$

en fonction du paramètre  $\Delta p = -\rho_e \omega^2 L^2$  mesuré en mégapascals dans un CAVITRON tel que  $d = 1$  cm,  $L = 0,3$  m pour une branche telle que  $R = 0,4$  m.

□ 15 — Calculer la valeur de  $\omega$  permettant de faire baisser la conductance de 50 %, valeur choisie comme limite « objective » du stress hydrique par les chercheurs de l'INRA. Calculer la valeur correspondante de la pression  $p_1 - p_2$ . Proposer une interprétation sommaire de la baisse de conductance hydraulique lorsque des bulles de gaz se forment.

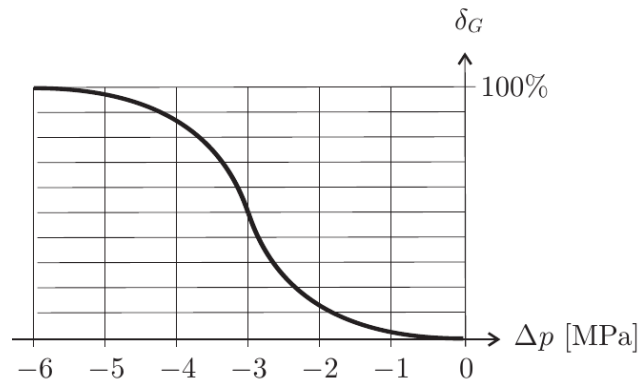


FIGURE 3 – Perte de conductance relative

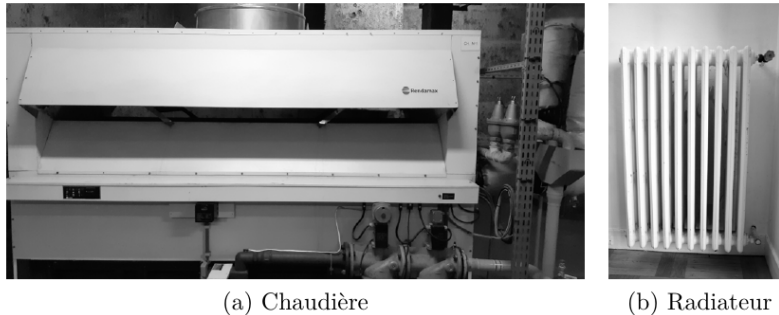
### PROBLEME 3 : rénovation énergétique des bâtiments

Dans cette partie, on s'intéresse aux économies d'énergie et à la réduction des émissions de gaz à effet de serre (dioxyde de carbone essentiellement) qu'on peut réaliser sur Terre en améliorant la thermique des bâtiments : isolation, entretien, mode de chauffage. On prend l'exemple d'une copropriété dont voici une description succincte :

- la résidence est constituée de 10 bâtiments équivalents (3 bâtiments doubles + 4 bâtiments simples, figure 9) ;
- les murs et les toitures des bâtiments ne disposent d'aucun revêtement isolant spécifique ;
- le chauffage est assuré par une chaudière centrale à gaz de puissance nominale égale à 998 kW située au sous-sol du bâtiment 3 (figure 10) ;
- chaque logement est équipé de 6 radiateurs en fonte (figure 10) alimentés par l'eau chaude sortant de la chaudière centrale via un réseau de tuyaux.



Figure 9 Plan de la résidence



(a) Chaudière

(b) Radiateur

Figure 10 Le chauffage est assuré par une chaudière centrale à gaz. L'énergie thermique est transférée aux logements par de l'eau chauffée à environ 70 °C circulant dans des radiateurs en fonte

Cette partie s'intéresse à quelques actions à court et à moyen terme qui peuvent être envisagées dans cette copropriété dans le but de réduire sa consommation énergétique et ses émissions de gaz à effet de serre.

## II.A – L'existant

### II.A.1) Puissance de chauffage nécessaire à la résidence

La puissance de chauffage nécessaire à un bâtiment est évaluée en estimant les déperditions thermiques de ce bâtiment (tableau 1) et en supposant une température extérieure  $T_{e,ref} = -7$  °C. Le confort thermique des habitants est assuré si la température intérieure des logements vaut  $T_{i,ref} = 19$  °C.

Type	$U$ (W·K <sup>-1</sup> ·m <sup>-2</sup> )	Surface $S$ (m <sup>2</sup> )	$\psi$ (W·K <sup>-1</sup> ·m <sup>-1</sup> )	Longueur $L$ (m)
Murs extérieurs	3,16	5650	—	—
Toiture	0,67	3514	—	—
Ouvrants (fenêtres et portes)	2,32	2496	—	—
Plancher	1,17	3514	—	—
Ponts thermiques	—	—	0,47	8249

Tableau 1 Sources de déperdition thermique de la résidence — Le coefficient de déperdition thermique  $U$  est égal à la puissance thermique perdue par unité de surface et par unité d'écart de température entre un intérieur chauffé à 19 °C et l'extérieur ; pour les ponts thermiques, le coefficient de déperdition thermique est noté  $\psi$  et s'exprime par unité de longueur

**Q 25.** En régime stationnaire, calculer la puissance thermique  $P_c$  nécessaire au chauffage de la résidence.

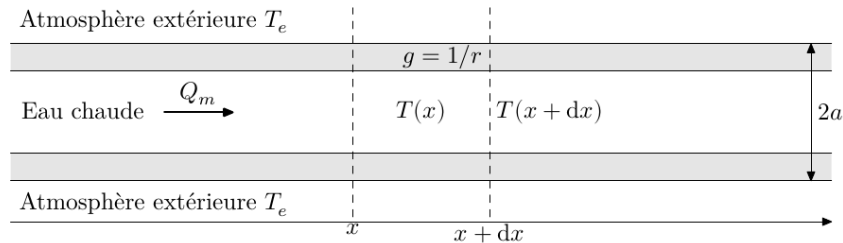
### II.A.2) Chauffage au gaz naturel

La chaudière fonctionne au gaz naturel qui est composé en très large majorité de méthane  $\text{CH}_4$ .

**Q 26.** En 2021, le chauffage de la résidence a nécessité 1900 MW·h. Estimer la masse  $m_{\text{CO}_2}$  de dioxyde de carbone rejetée dans l'atmosphère.

### II.B – Action à court terme : équilibrage du réseau de chauffage

Des gains énergétiques peuvent être réalisés immédiatement en équilibrant le réseau de chauffage, c'est-à-dire en faisant en sorte que la température dans les appartements soit la même (environ  $19^\circ\text{C}$ ) quels que soient leurs positionnements sur le réseau de chauffage. On modélise ce réseau par un unique échangeur thermique cylindrique de longueur totale  $L$ , de rayon  $a$  constant, de conductance thermique linéique  $g = 1/r$  (figure 11). L'eau chaude de chauffage y circule avec un débit de masse  $Q_m$ .



**Figure 11** Modélisation du réseau de chauffage

**Q 27.** En régime stationnaire, montrer que, en négligeant la diffusion thermique interne à l'eau, le champ de température  $T(x)$  dans l'eau vérifie :

$$\frac{dT}{dx} + \frac{T}{\xi} = \frac{T_e}{\xi} \quad (\text{II.1})$$

avec  $\xi = Q_m c r$  où  $c$  est la capacité thermique massique de l'eau liquide.

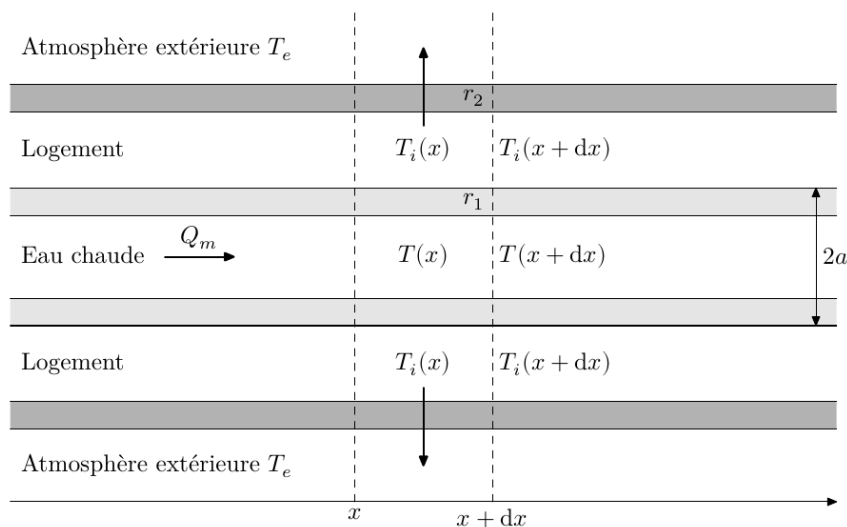
**Q 28.** En déduire l'expression de  $T(x)$  en fonction de  $x$ . On notera  $T_0$  la température en  $x = 0$ .

Plus précisément, les canalisations du réseau de chauffage sont en contact avec l'air des appartements, à température  $T_i(x)$ , eux-mêmes séparés de l'atmosphère extérieure (température  $T_e$ ) par des parois de conductance thermique linéique moyenne  $g_2 = 1/r_2$  (figure 12).

**Q 29.** En négligeant les échanges thermiques entre les logements, déterminer l'expression du champ de température  $T_i(x)$  en fonction de  $T(x)$ ,  $T_e$ ,  $r_1$  et  $r_2$ .

Pour la suite, on prend les valeurs numériques suivantes :

- $r_1 = 1,05 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}\cdot\text{m}$ ,
- $r_2 = 0,32 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}\cdot\text{m}$ ,
- $Q_m = 1,0 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ,
- $T_e = 7^\circ\text{C}$ ,
- $L = 2,0 \text{ km}$ .

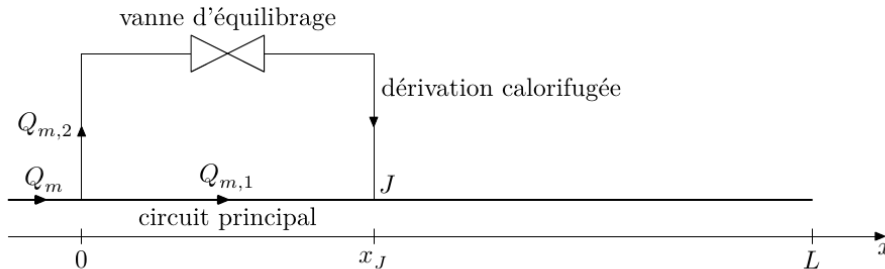


**Figure 12** Détail de la modélisation du réseau de chauffage

**Q 30.** À quelle température  $T_0$  doit-on chauffer l'eau en entrée du réseau de chauffage pour que la température de chaque logement soit au moins égale à  $T_{\min} = 19^\circ\text{C}$  ?

**Q 31.** Quel surcoût énergétique relatif ce modèle prédit-il par rapport à un mode de chauffage qui conduirait à une situation parfaitement équilibrée où tous les appartements sont à la température  $T_{\min}$  ?

On propose un schéma de principe d'équilibrage du réseau. Au lieu d'utiliser un circuit hydraulique à une seule maille, on opère une dérivation d'une partie de l'eau sortant de la chaudière par une canalisation calorifugée pour la réinjecter plus loin dans le circuit (figure 13). Une vanne d'équilibrage permet d'ajuster le débit  $Q_{m,2}$  d'eau chaude prélevée au circuit principal.



**Figure 13** Principe d'équilibrage d'un réseau de chauffage

**Q 32.** Exprimer la température de l'eau juste après le point de jonction  $J$  en fonction de  $Q_m$ ,  $Q_{m,2}$ ,  $x_J$  notamment.

La température des logements en fonction de leur position dans le circuit de chauffage est représentée figure 14 pour différents débits de masse  $Q_{m,2}$  avec  $Q_m$  fixé à  $1 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $x_J = L/2$ .

**Q 33.** Parmi les valeurs de  $Q_{m,2}$  testées, laquelle semble la plus intéressante ? Justifier brièvement.

**Q 34.** Estimer l'économie relative d'énergie réalisée par rapport au réseau non équilibré.

## II.C – Actions à moyen terme

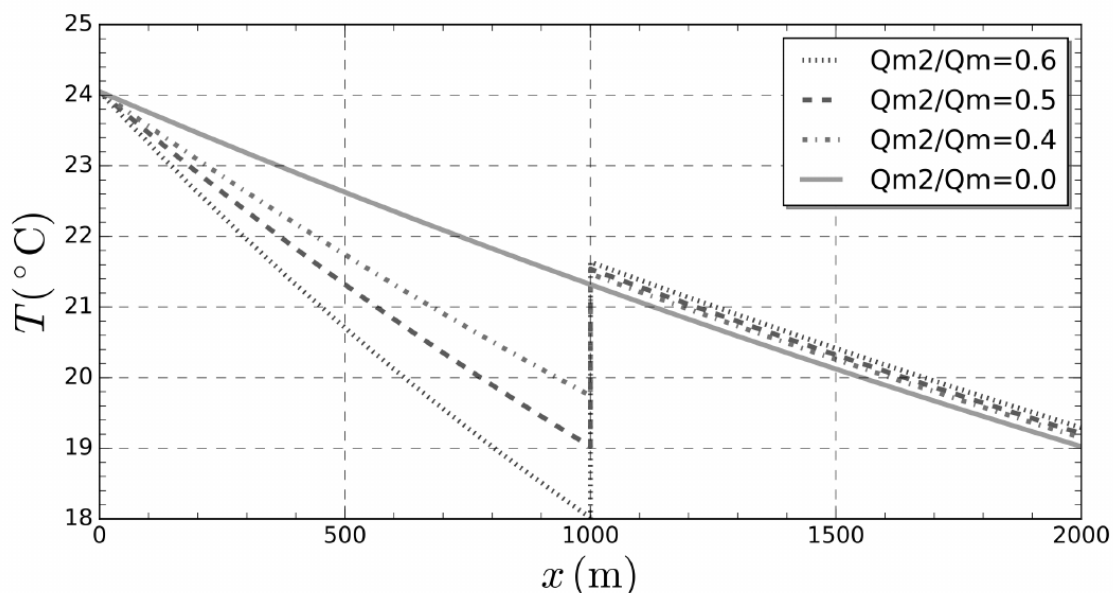
### II.C.1) Isolation thermique par l'extérieur

L'isolation par l'extérieur consiste à recouvrir les murs des bâtiments d'une couche d'isolant thermique. Un des isolants les plus utilisés est la laine de roche dont les caractéristiques sont données dans le tableau 2.

**Q 35.** Exprimer l'épaisseur d'isolant à appliquer sur les murs pour réduire d'une fraction  $\mu$  les déperditions énergétiques de l'ensemble de la résidence, toutes choses égales par ailleurs. En déduire le nombre de couches de plaques de laine de roche qu'il faut appliquer sur les murs de la résidence pour réduire ses déperditions énergétiques de  $\mu = 45\%$ . Est-il intéressant d'ajouter une couche supplémentaire de laine de roche à l'isolation précédente ?

### II.C.2) Remplacement de la chaudière par une pompe à chaleur

Cette section étudie l'opportunité de remplacer la chaudière à gaz par une pompe à chaleur. Le principe d'une pompe à chaleur est rappelé sur la figure 15 et les caractéristiques de la pompe à chaleur dont l'installation est envisagée sont données dans la figure D du document réponse.

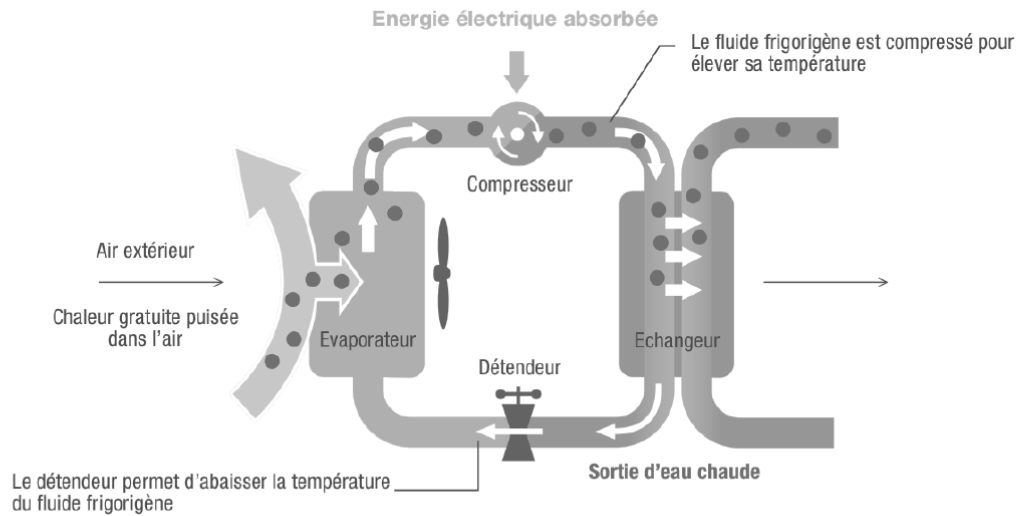


**Figure 14** Champ de température au sein des logements



Épaisseur	12 cm
Conductivité thermique	$0,037 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$
Prix unitaire	$250 \text{ €}\cdot\text{m}^{-2}$

**Tableau 2** Caractéristiques d'un panneau de laine de roche



**Figure 15** Schéma de principe d'une pompe à chaleur

**Q 36.** Évaluer le coefficient de performance  $\text{COP}_{\text{rev}}$  de la pompe à chaleur en supposant qu'elle fonctionne de façon réversible, au sens de la thermodynamique, pour les conditions de température représentatives de la copropriété étudiée (source chaude à  $70^\circ\text{C}$ , source froide à  $7^\circ\text{C}$ ). Comparer la valeur obtenue aux valeurs du COP fournies dans la documentation de la pompe à chaleur considérée.

Le R407C, fluide frigorigène utilisé par la pompe à chaleur, est un mélange des fluides frigorigènes R32, R125 et R134a, miscibles en toutes proportions. Il décrit le cycle thermodynamique suivant

- 1-2 : compression isentropique de vapeur surchauffée à  $10^\circ\text{C}$  sous une pression de 6 bar jusqu'à une température de  $90^\circ\text{C}$  ;
- 2-3 : refroidissement isobare et liquéfaction isobare totale au contact de la source chaude ;
- 3-4 : détente isenthalpique jusqu'à atteindre la pression 6 bar ;
- 4-1 : vaporisation isobare et surchauffage isobare au contact de la source froide.

**Q 37.** Tracer le cycle thermodynamique sur le diagramme  $(p, h)$  du fluide R407C (figure C du document réponse).

**Q 38.** Évaluer le COP. Comparer à la documentation technique et expliquer d'éventuelles différences.

**Q 39.** Évaluer le débit de masse  $D_m$  du fluide frigorigène lorsque la pompe à chaleur fonctionne en mode « priorité puissance ». Commenter.

**Q 40.** Toujours en mode priorité puissance, combien de pompes à chaleur faut-il associer pour satisfaire le besoin en chauffage de la résidence dans son état actuel ?

**Q 41.** L'utilisation de radiateurs en fonte nécessite une injection d'eau à environ  $70^\circ\text{C}$ . Est-il intéressant, du point de vue financier et du point de vue de l'émission de gaz à effet de serre, de remplacer la chaudière de la copropriété par un ensemble de pompes à chaleur produisant de l'eau à cette température ? On prendra  $200 \text{ €/MWh}$  pour le coût de l'électricité et  $90 \text{ €/MWh}$  pour le coût du gaz. Discuter.



Question 37

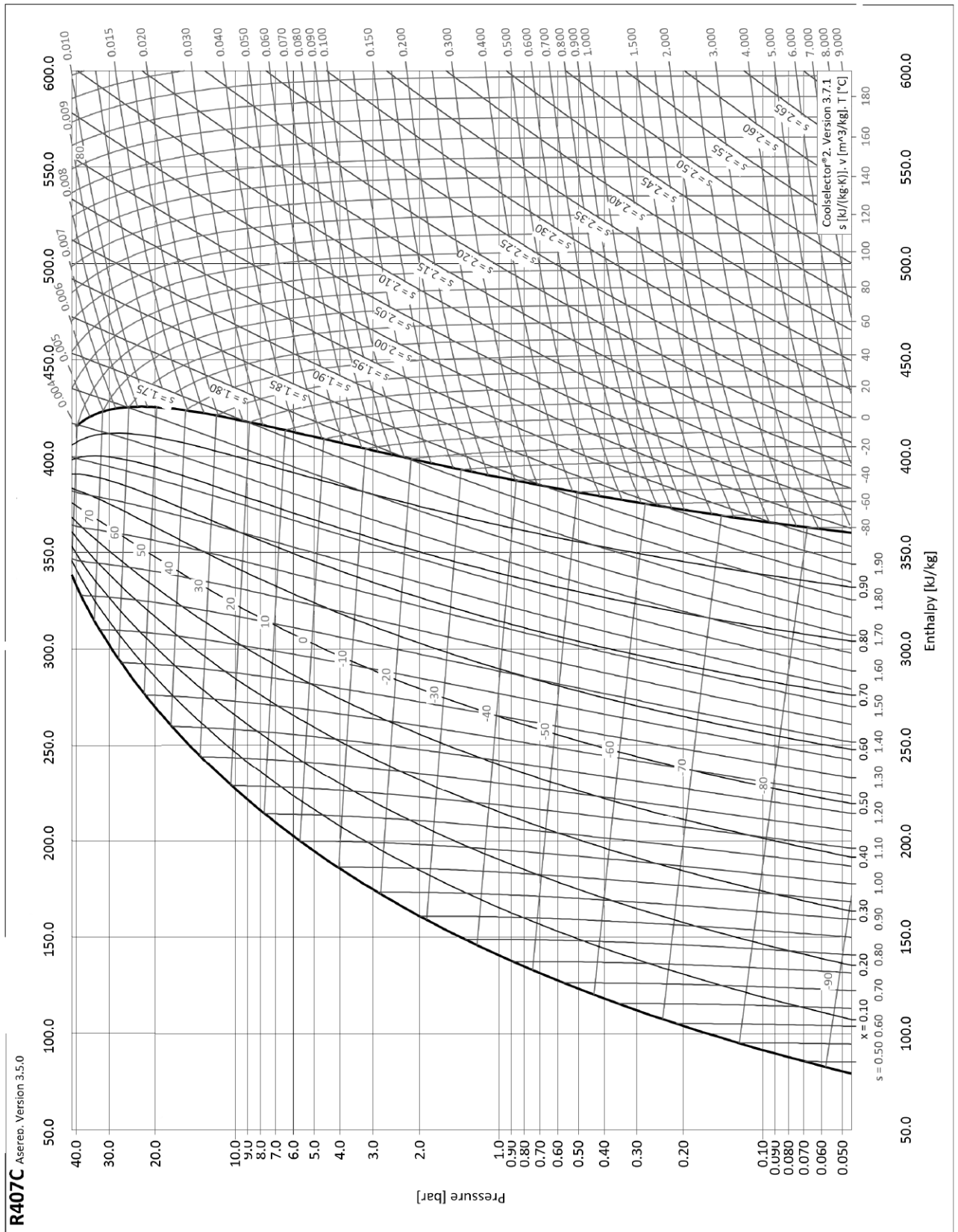


Figure C Diagramme enthalpique du fluide R407c

		Priorité COP	Priorité puissance
Température de l'eau : entrée 30 °C, sortie 35 °C (température extérieure +7 °C)			
Puissance nominale	(kW)	45,00	63,40
Puissance absorbée nominale	(kW)	10,90	17,70
COP à puissance nominale		4,13	3,58
Température de l'eau : entrée 40 °C, sortie 45 °C (température extérieure +7 °C)			
Puissance nominale	(kW)	45,00	63,20
Puissance absorbée nominale	(kW)	12,90	20,90
COP à puissance nominale		3,49	3,02
Température de l'eau : sortie 70 °C (température extérieure +7 °C)			
Puissance nominale	(kW)	45,00	58,70
Puissance absorbée nominale	(kW)	25,60	32,60
COP à puissance nominale		1,76	1,80
Température de l'eau : entrée 30 °C, sortie 35 °C (température extérieure +20 °C)			
Puissance nominale	(kW)	45,00	73,90
Puissance absorbée nominale	(kW)	7,40	15,30
COP à puissance nominale		6,08	4,83
Poids net à vide	(kg)	526	526
Débit minimum / nominal	(kg·h <sup>-1</sup> )	3950 / 7900	3950 / 7900
Diamètre entrée / sortie du circuit de chauffage	(mm)	38,1 / 38,1	38,1 / 38,1
Plage de fonctionnement température extérieure garantie	(°C)	-20 / +40	-20 / +40
Fluide / charge		R407C / 5,5 kg × 2	R407C / 5,5 kg × 2
PRG / équivalent CO <sub>2</sub>	(- / kg)	1774 / 19 514	1774 / 19 514
Alimentation électrique unité extérieure	~ 50 Hz	400 V - 3P + N + T	400 V - 3P + N + T

**Figure D** Caractéristiques de la pompe à chaleur