

## ORAGE ET Foudre

calculatrice autorisée

*N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

On se propose d'étudier deux phénomènes électriques.

- La foudre est spontanée et prompte. Il faut s'en protéger !
- l'électrolyse est un phénomène provoqué dont la maîtrise permet entre autres, d'effectuer des revêtements de surface.

Les données numériques nécessaires à la résolution des problèmes sont regroupées en fin de sujet.

### Préambule

L'électrosphère est une couche atmosphérique ionisée. L'électrosphère et la Terre, de rayon  $R = 6\,370\text{ km}$ , forment un gigantesque condensateur terrestre (figure 1), où le champ électrique par beau temps est dirigé de l'électrosphère vers la Terre et atteint environ  $100$  à  $120\text{ V.m}^{-1}$ .

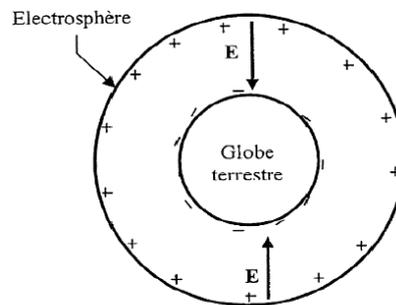


Figure 1 - Terre et électrosphère

Les armatures de ce condensateur sont l'électrosphère et le globe terrestre, entre lesquelles il y a la troposphère et la stratosphère qui constituent le diélectrique, dont l'épaisseur est d'environ  $80\text{ km}$ .

L'air comprend en permanence des charges électriques, positives et négatives, créées par les rayonnements cosmiques ou la radioactivité de la Terre. Par beau temps, il en résulte un courant atmosphérique de densité volumique  $\vec{J}$  tendant à décharger le condensateur.

Suite aux perturbations atmosphériques et sous certaines conditions, il se forme des nuages orageux en général du type cumulo-nimbus (figure 2) de couleur sombre. Ils constituent une gigantesque machine thermique dont la base et le sommet sont respectivement à environ  $2\text{ km}$  et  $15\text{ km}$  d'altitude. Sa constitution est rendue possible par l'élévation d'air chaud par des courants ascendants dont la vitesse est de quelques mètres par seconde. Lors de son ascension, cette masse d'air se charge en humidité jusqu'à devenir un nuage. La partie supérieure, où il fait froid, est occupée par les particules de glace, tandis que les gouttes d'eau s'établissent dans la partie inférieure.

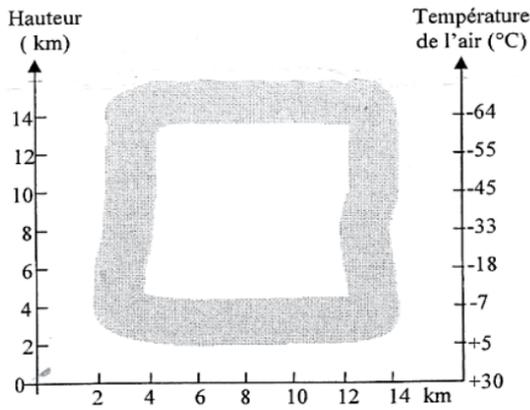


Figure 2 - Cumulo-nimbus

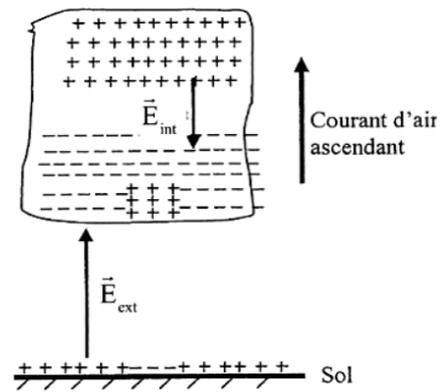


Figure 3 - Dipôles électriques

Les violents courants ascendants provoquent des collisions entre les gouttes d'eau et les micro-particules de glace, ce qui produit la création de charges électriques par frottement. Ces micro-particules de glace, plus légères et chargées positivement, sont emportées vers le haut par le courant d'air ascendant et occupent ainsi la partie supérieure du nuage qui forme le pôle positif. Tandis que les gouttes d'eau chargées négativement s'établissent dans la partie inférieure et créent le pôle négatif. Cependant, une petite quantité de charges positives demeurent à la base du nuage.

Le nuage fait apparaître sur la Terre, par influence électrique, une charge de signe opposé et crée ainsi deux véritables dipôles électriques (figure 3) :

- Un dipôle interne généré entre les pôles positif et négatif du nuage. Si le champ électrique interne  $\vec{E}_{int}$  devient suffisamment grand, il provoque un claquage interne dans le nuage ;
- un dipôle externe, généré entre la base du nuage et la surface de la Terre. Si le champ électrique externe  $\vec{E}_{ext}$  atteint des conditions critiques de l'ordre de  $20 \text{ kV.m}^{-1}$ , il finit par provoquer une grande décharge entre le nuage et la Terre.

### A - Formation et stabilité du nuage

On s'intéresse à l'équilibre de l'air dans l'atmosphère terrestre.

Les valeurs de référence pour la température et la pression seront celles relevées à la surface de la Terre, à savoir  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  et  $T_0 = 300 \text{ K}$ . L'air sera assimilé à un gaz parfait.

On repère ici l'espace par le trièdre  $(O, x, y, z)$ . L'axe des  $z$  vertical est dirigé vers le haut et son origine  $O$  coïncide avec la surface de la Terre.

#### A.1 - Équilibre isotherme de l'atmosphère

On suppose ici que la température de l'atmosphère est uniforme et vaut  $T_0$  pour tout  $z$ .

On note  $\rho_{air}(z)$  la masse volumique de l'air à l'altitude  $z$ .

1) On note  $M_{air}$  la masse molaire de l'air. Quels sont les deux principaux constituants physico-chimiques de l'air ? En quelles proportions molaires y sont-ils présents ? En ne considérant que ces deux principaux constituants de l'air, déterminer la valeur numérique de  $M_{air}$ .

2) En écrivant une condition d'équilibre mécanique sur un élément infinitésimal d'atmosphère situé entre

les altitudes  $z$  et  $z + dz$ , montrer que :  $\frac{dP}{dz} = -\rho_{air} g$

3) Déterminer l'expression de la pression  $P(z)$  de l'air en fonction de l'altitude  $z$ .

4) En déduire un ordre de grandeur de l'épaisseur caractéristique de l'atmosphère.

#### A.2 - Equilibre de l'atmosphère caractérisée par un gradient de température et formation de la base du nuage

La température dans les basses couches de l'atmosphère n'est pas uniforme mais décroît avec l'altitude. Dans cette partie, on admettra que cette température suit une décroissance affine de la forme :

$$T(z) = T_0 - \lambda z \text{ avec } T_0 = 300 \text{ K et } \lambda = 0,007 \text{ Km}^{-1}.$$

5) a) A partir de la condition d'équilibre mécanique d'un élément infinitésimal d'atmosphère, déterminer l'expression littérale de  $P(z)$ .

b) Les applications numériques donnent :

Altitude (km)	0,5	2	5	8	11	14
Pression (Pa)	94 500	79 300	54 800	36 700	23 700	14 600

Jusqu'à quelle altitude et avec quelle précision, le modèle de l'atmosphère isotherme est-il pertinent ?

## B - La foudre

### B.1 - Etude d'un condensateur sphérique

Un condensateur sphérique à air (figure 5), dont la permittivité diélectrique est assimilable à celle du vide  $\epsilon_0$ , est formé de deux armatures concentriques, de rayon  $R_1$  et  $R_2$ , avec  $R_1 < R_2$ .

L'armature intérieure de rayon  $R_1$  porte une charge totale  $Q$  uniformément répartie.

L'armature extérieure porte la charge totale  $-Q$  uniformément répartie.

On travaillera ici dans la base classique des coordonnées sphériques  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$  et dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

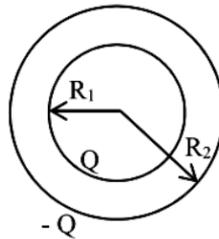


Figure 5 - Condensateur sphérique

13) Par des arguments clairs et précis d'invariance et de symétrie, justifier qu'entre les armatures, le champ électrique est de la forme :  $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$

14) a) Déterminer l'expression du champ électrique  $\vec{E}(r)$  entre les armatures, en fonction de  $r$ ,  $Q$  et  $\epsilon_0$ .

b) En déduire la différence de potentiel  $V_1 - V_2$  entre les deux armatures en fonction de  $Q$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  et  $\epsilon_0$ .

c) En déduire l'expression de la capacité de ce condensateur sphérique en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $\epsilon_0$ .

15) Le diélectrique n'est pas parfait. Il possède une résistivité électrique certes grande mais finie. Il circule alors un courant de densité volumique  $\vec{j}_V$  dans tout l'espace inter-conducteur. Faire un dessin montrant l'allure et le sens des lignes de courant dans le cas où  $Q > 0$ .

**B.2 - Analyse du préambule**

En vous appuyant sur le texte fourni en préambule, répondre aux six questions suivantes :

- 16) Donner une valeur approchée de la capacité du condensateur délimité par l'électrosphère et le globe terrestre.
- 17) Quel est l'ordre de grandeur de l'énergie électrique stockée en permanence et par beau temps dans L'électrosphère ?
- 18) Le champ électrique qui règne à la surface de la Terre est-il, en général, dans le même sens ou en sens opposé suivant que le temps est clément ou orageux ?
- 19)
  - a) Lequel de l'éclair ou de la foudre correspond à un claquage diélectrique interne au nuage ?
  - b) La foudre est-elle toujours descendante ou non ?
- 20) Quel est l'ordre de grandeur de la différence de potentiel entre la Terre et le nuage juste avant l'arrivée de la foudre ?
- 21) Quel est l'ordre de grandeur de l'énergie véhiculée par un coup de foudre de courant  $I = 50\,000\text{ A}$  et d'une durée de  $10\text{ ms}$  ? Dans le cadre des énergies renouvelables, vous paraît-il judicieux de vouloir récupérer cette énergie ou non ? Une argumentation de quelques mots est attendue.

**B.3 - Coup de foudre sur une ligne électrique**

L'impact direct de la foudre (figure 6) sur une ligne électrique ou une ligne téléphonique, génère une onde qui se propage dans les deux sens. Le courant de foudre  $I$  peut atteindre  $50\,000\text{ A}$  et générer une onde de tension supérieure à  $10^6\text{ V}$ .

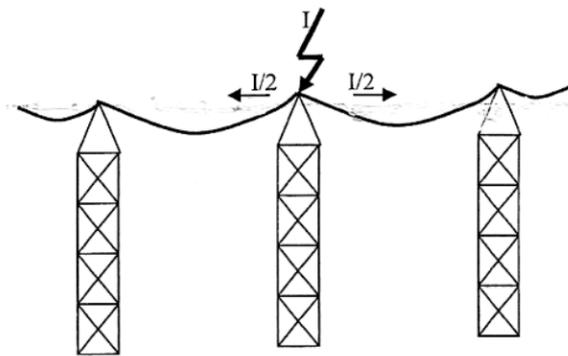


Figure 6 - Impact direct sur une ligne électrique

Aspect thermique

On se propose ici d'écrire une équation permettant de déterminer un ordre de grandeur de l'élévation de température, notée  $\Delta T_{\text{foudre}}$ , atteinte par un tronçon de ligne électrique, en almélec, assimilable à un cylindre de rayon  $R = 3\text{ cm}$ , traversé par un courant de foudre d'intensité supposée constante et égale à  $25\,000\text{ A}$  ( $I/2$ ) pendant une durée  $\Delta t$  de  $10\text{ ms}$ .

Les candidats devront faire preuve d'initiatives pour résoudre cet aspect et veilleront à ne pas passer plus de 15 minutes dessus.

- 24) Définir votre système ainsi qu'un modèle simple d'étude.
- 25) Recenser, en précisant leur unité, les grandeurs physiques dont vous avez besoin pour résoudre ce problème;
- 26) Écrire pour  $\Delta T_{\text{foudre}}$  une équation faisant intervenir les grandeurs précitées.

**B.4 - Protection contre la foudre et prise de terre**

L'élévation de la température  $\Delta T_{\text{foudre}}$  n'est pas suffisante pour détériorer la ligne électrique.

Néanmoins, il convient de dévier le courant de foudre vers la Terre de façon à ne pas laisser se propager des ondes de tension qui pourraient endommager les appareils électriques des usagers.

Une prise de terre (figure 8) est constituée d'une coque hémisphérique métallique de centre O, de rayon intérieur  $R_a$ , et de rayon extérieur  $R_b$ . On note  $\gamma_{\text{mét}}$ , la conductivité électrique du métal qui la constitue. Cette prise est enfoncée dans le sol, assimilé au demi espace  $z < 0$  et de conductivité électrique  $\gamma_{\text{sol}}$ .

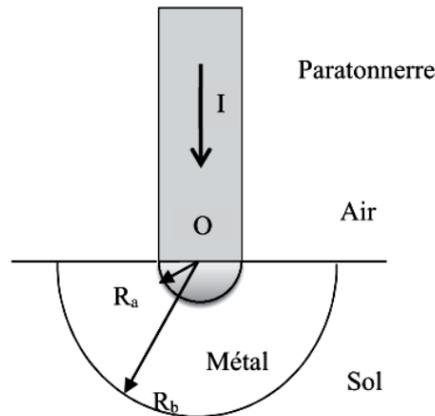


Figure 8 - Modèle simplifié d'une prise de terre

La prise de terre se décompose ainsi en deux résistances hémisphériques  $R_{\text{métal}}$  et  $R_{\text{sol}}$ , l'une en métal de rayon intérieur  $R_a$  et de rayon extérieur  $R_b$ , l'autre associée au sol de rayon intérieur  $R_b$  et de rayon extérieur infini.

Elle est destinée à recevoir un courant  $I$  provenant d'un paratonnerre. Il sera supposé indépendant du temps et descendant.

On suppose que le courant, qui traverse la prise de terre, est radial. Sa densité est de la forme  $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$  en coordonnées sphériques.

27) a) Rappeler l'unité de la grandeur  $j(r)$

b) Donner l'expression de la densité de courant  $j(r)$  en fonction de  $I$  et de  $r$ .

28) a) Exprimer alors le champ électrique  $E(r)$  régnant dans le sol.

b) En déduire en fonction de  $I$ ,  $r$  et  $\gamma_{\text{sol}}$ , l'expression du potentiel électrique  $V(r)$  régnant dans le sol. On supposera que  $V = 0$  loin du point O.

29) Cette répartition non uniforme du potentiel à la surface de la Terre explique le foudroiement indirect des hommes ou des animaux.

On appelle  $R_h$ , la résistance du corps humain mesurée entre ses deux pieds supposés distants de  $a$ .

Pour ne pas être électrocuté (c'est-à-dire pour que son corps ne soit pas traversé par un courant supérieur à une valeur seuil notée :  $I_{\text{max}}$ ), un homme doit rester éloigné d'une distance au moins égale à  $D$  de la prise de terre.

a) Trouver une relation entre  $D$ ,  $a$ ,  $R_h$ ,  $I$ ,  $I_{\text{max}}$  et  $\gamma_{\text{sol}}$ .

b) En supposant  $D \gg a$ , exprimer  $D$  en fonction de  $a$ ,  $R_h$ ,  $I$ ,  $I_{\text{max}}$  et  $\gamma_{\text{sol}}$ .

c) Application numérique : évaluer  $D$  pour  $I = 5,0 \cdot 10^4$  A.

d) Ce phénomène d'électrocution à distance touche-t-il plutôt les grands animaux (vaches, chevaux, ...) ou les petits animaux (lapins, renards, ...) ?

30) Expression de la résistance d'une coque hémisphérique

On considère une coque hémisphérique homogène de conductivité électrique  $\gamma$ , comprise entre les rayons  $R_{\text{int}}$  et  $R_{\text{ext}}$  et parcourue par un courant radial.

On la décompose en une infinité de coques hémisphériques élémentaires comprises entre les rayons  $r$  et  $r + dr$ .

a) Exprimer en fonction de  $\gamma$ ,  $r$  et  $dr$ , la résistance élémentaire  $dR_C$  d'une coque hémisphérique élémentaire.

b) En déduire en fonction de  $\gamma$ ,  $R_{\text{int}}$  et  $R_{\text{ext}}$ , la résistance totale  $R_C$  de la coque hémisphérique.

- 31) a)** Donner l'expression de la résistance globale, notée  $R_{\text{glob}}$  de la prise de terre en fonction de  $\gamma_{\text{mét}}$ ,  $\gamma_{\text{sol}}$ ,  $R_a$  et  $R_b$ .
- b)** Application numérique : évaluer  $R_{\text{glob}}$  pour  $R_a = 1,0 \text{ cm}$ ,  $R_b = 35 \text{ cm}$ ,  $\gamma_{\text{mét}} = 6,0 \text{ S. m}^{-1}$ .
- c)** La législation en terme de sécurité électrique impose que  $R_{\text{glob}} < 25 \Omega$ , est-ce respecté dans le cas de cette prise ? Sinon, que préconisez-vous pour remédier à ce problème ?

### Données

#### Constantes physiques universelles

Permittivité diélectrique du vide :  $\epsilon_0 = \frac{1}{36 \pi 10^9} \text{ F.m}^{-1}$ .

Accélération de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ .

Constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .

Nombre d'Avogadro :  $N = 6,022.10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Constante de Faraday :  $1 \text{ Faraday} = 96\,500 \text{ C.mol}^{-1} = N.e$  ( $e$  = charge élémentaire d'un proton).

#### Potentiels d'oxydo-réduction

$E^\circ(\text{H}^+/\text{H}_2) = 0,000 \text{ V}$  ;  $E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}_{\text{ESH}}$  ;  $E^\circ(\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}) = -0,23 \text{ V}_{\text{ESH}}$ .

On assimilera  $(RT/F) \ln(x)$  à  $0,06. \log(x)$ .

#### Grandeurs associées à quelques corps

Masse molaire de l'hydrogène :  $1 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Masse molaire de l'oxygène :  $16 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Masse molaire de l'azote :  $14 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Masse molaire du nickel :  $58,7 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Masse volumique de l'eau liquide :  $\rho_{\text{eau}} = 1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$ .

Viscosité de l'air :  $\eta_{\text{air}} : 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$ .

Pour les gaz diatomiques, on donne :  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ .

#### Pression de vapeur saturante de l'eau en fonction de la température

Température (°C)	Pression de vapeur saturante (Pa)
-10	260
0	610
5	872
10	1230
15	1700
20	2340
25	3170
30	4240

#### Caractéristiques électriques d'une ligne électrique

Inductance linéique :  $l = 1,5 \text{ mH.km}^{-1}$ .

Capacité linéique :  $c = 10 \text{ nF. km}^{-1}$ .

#### Physique du sol et du corps humain :

Conductivité électrique du sol :  $\gamma_{\text{sol}} : 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ S.m}^{-1}$ .

Résistance électrique entre deux pieds d'un homme :  $R_h = 2,5 \text{ k}\Omega$ .

Longueur d'un pas humain :  $a = 1,0 \text{ m}$ .

Courant d'électrocution d'un être humain :  $I_{\text{max}} = 25 \text{ mA}$ .