

Corrigé Mines Ponts MP Physique II- 2013

I- Diode à Vide

1- $\text{div} \vec{E} = -\text{div}(\text{grad}V) = -\Delta V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ donc il vient: $\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0}$.

2- On se sert des valeurs numériques données un peu plus loin: $V_A = 10,0\text{V}$ et $d = 3,00\text{ mm}$. L'ordre de grandeur du champ électrique interarmature sera donc de l'ordre de $E \approx \frac{V_A}{d} \approx 3.10^3\text{V/m}$ donc la force électrique s'exerçant sur l'électron sera de l'ordre de grandeur de 5.10^{-16}N , à comparer au poids dont l'ordre de grandeur sera de 10^{-29}N . Le poids de l'électron pourra donc être négligé devant la force électrostatique.

3- La force électrostatique s'exerçant sur une charge ponctuelle située dans une zone de potentiel électrostatique V est: $\vec{F} = q\vec{E} = -q(\text{grad}V) = -\text{grad}(qV) = -\text{grad}(E_p)$. Il vient donc $E_p = qV$.

4- Comme on néglige tout phénomène dissipatif, le système d'actions s'exerçant sur un électron est conservatif, l'énergie mécanique se conserve donc.

On obtient donc $E_m = \frac{1}{2}mv^2(x) - eV(x) = 0$. D'où: $\vec{v}(x) = \sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}\vec{e}_x$.

5- On convient d'orienter l'intensité de l'anode vers la cathode, de façon à ce qu'elle soit positive. Or le vecteur densité de courant est: $\vec{j} = \rho(x)\vec{v}(x)$. D'où: $I(x) = -\int \vec{j} \cdot dS\vec{e}_x$. D'où $I(x) = -\rho(x)v(x)S$.

6- En régime permanent, le vecteur densité de courant est à flux conservatif, donc son flux à travers toute section droite de surface S à $x = \text{cste}$ sera le même, donc $I(x) = I$, indépendante de x .

7- $I = \epsilon_0 S \frac{d^2V}{dx^2} \sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}$, d'où $\sqrt{V(x)} \frac{d^2V}{dx^2} = \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{I}{\epsilon_0 S} = a$.

8- $\frac{dV}{dx} \frac{d^2V}{dx^2} = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left(\left(\frac{dV}{dx} \right)^2 \right) = a \frac{dV}{dx} \frac{1}{\sqrt{V(x)}} = 2a \frac{d\sqrt{V(x)}}{dx}$, d'où, en intégrant, avec $V(0) = 0$, et $E(0) = \frac{dV}{dx}(0) = 0$ on obtient:

$$V(x) = \left(\frac{3}{2} \sqrt{ax} \right)^{\frac{4}{3}}.$$

9- En remplaçant ci-dessus par $V(d) = V_A$ pour $x = d$, on aboutit à:

$$V_A = \left(\frac{3d}{2} \right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{I}{S\epsilon_0} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{m}{2e} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

10- Cette relation n'est pas vraie si $V_A < 0$. En effet, dans ce cas, les électrons arrachés sur la cathode ne peuvent être accélérés par le champ électrique qui dans ce cas est dirigé de C vers A, et donc ne peuvent pas atteindre l'anode. Ils restent donc sur la cathode, et l'intensité est donc nulle.

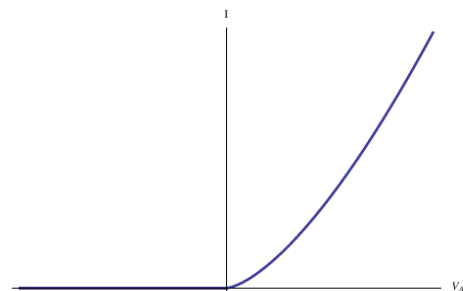
$$V_A < 0 \rightarrow I = 0.$$

11- En utilisant la relation du 9-, on obtient: $I = \frac{4S\epsilon_0}{9d^2} \sqrt{\frac{2e}{m}} V_A^{3/2}$.

L'application numérique donne: $I = 2,46\text{mA}$.

Le courant est très faible pour une tension appliquée assez élevée: ceci ne correspond pas à ce qu'on attend pour une diode. Il faudrait diminuer d pour que I puisse être plus important....

12- Pour moi, dans les équations de Maxwell, cette interaction est nécessairement prise en compte car le champ électrique est le champ total résultant de cette distribution de charge. Par contre, dès qu'on passe en mécanique, et qu'on néglige les chocs entre électrons, on omet des interactions. Donc, à mon avis, ces interactions ont été prises en compte mais de manière partielle.



II- Diode à jonction PN

13- Cette question me paraît être assez contestable compte tenu du programme de MP... Dans un semi-conducteur, l'accroissement de température s'accompagne d'une augmentation des ionisations thermiques, on aura donc plus de porteurs libres disponibles, et donc la conductivité augmentera.

Dans un métal, l'augmentation de la température va être responsable d'une augmentation des chocs entre porteurs libres, et donc la conductivité diminuera.

14- Il vient immédiatement: $\rho_1 = -N_A e$ et $\rho_2 = N_D e$.

15- Le milieu étant initialement neutre, et la charge se conservant, on doit avoir: $-\rho_1 x_A + \rho_2 x_D = 0$, d'où: $-N_A x_A = N_D x_D$.

16- Pour $x \in [x_A, 0]$, on a $\frac{dE}{dx} = \frac{\rho_1}{\epsilon} = -\frac{N_A e}{\epsilon}$, d'où, après

intégration: $E(x \in [x_A, 0]) = -\frac{N_A e}{\epsilon}(x - x_A)$.

Pour $x \in [0, x_D]$, on a $\frac{dE}{dx} = \frac{\rho_2}{\epsilon} = \frac{N_D e}{\epsilon}$, d'où, après intégration:

$$E(x \in [0, x_D]) = \frac{N_D e}{\epsilon}(x - x_D)$$

17- On utilise $E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$. Il vient alors, en intégrant, et en utilisant $V(0) = 0$ et la continuité du potentiel en x_A et x_D :

$$V(x \in [-\infty, x_A]) = -\frac{N_A e x_A^2}{\epsilon 2}$$

$$V(x \in [x_A, 0]) = \frac{N_A e}{\epsilon} \left(\frac{x^2}{2} - x_A x \right)$$

$$V(x \in [0, x_D]) = -\frac{N_D e}{\epsilon} \left(\frac{x^2}{2} - x_D x \right)$$

$$V(x \in [x_D, \infty]) = \frac{N_D e x_D^2}{\epsilon 2}$$

18- $V_0 = V(x_D) - V(x_A)$. On aboutit donc à:

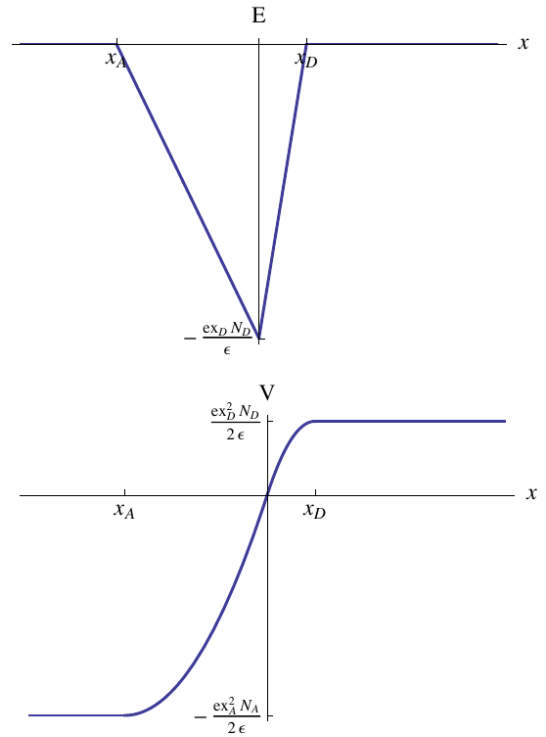
$$V_0 = \frac{e}{2\epsilon} (N_D x_D^2 + N_A x_A^2)$$

19- On a: $w = x_D - x_A$. Or, d'après 15-, $x_D = -\frac{N_A}{N_D} x_A$ et

$x_A = -\frac{N_D}{N_A} x_D$. On peut donc exprimer x_D et x_A en fonction de

w : $x_D = \frac{N_A w}{N_D + N_A}$ et $x_A = -\frac{N_D w}{N_D + N_A}$. En réinjectant dans l'expression de V_0 , on obtient finalement:

$$w = \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}. \text{ AN: } w = 1,15 \mu\text{m}.$$



III- Jonction PN polarisée.

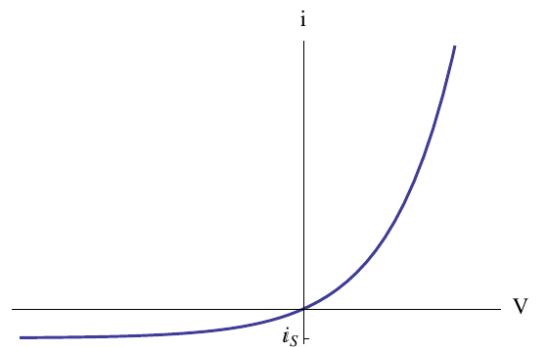
20- En inversant la relation donnée dans le texte, on obtient:

$$V = \frac{k_B T}{e} \ln \left(1 + \frac{i}{I_S} \right). \text{ AN: } V = 0,29 \text{V}.$$

On s'aperçoit donc que des courants importants peuvent être obtenus pour des tensions beaucoup plus faibles que dans la diode à vide, où, pour 10V, on n'avait que quelques mA!!! Ce système est donc beaucoup plus intéressant.

$k_B T$ est l'énergie d'agitation thermique par particule.

21- Quand la diode est passante ($V > V_0$), la différence de potentiel $V_0 - V$ est donc négative. Les porteurs majoritaires (électrons dans la zone N, trous dans la zone P) peuvent migrer facilement dans la zone où ils sont minoritaires (P pour les électrons, N pour les trous), car ils ne voient plus de barrière de potentiel à



franchir, et cette migration est donc responsable de l'apparition d'un courant de P vers N.

Quand la diode est bloquée ($V < V_0$), $V_0 - V$ est donc positive, le champ électrique est orienté de N vers P, il n'y a donc pas possibilité pour les porteurs majoritaires de migrer facilement, car la barrière de potentiel leur est défavorable, d'où l'annulation du courant.

22- $Q_A = -Sx_A\rho_1 = SN_Ax_Ae = -Q_D$ Or, $w = \sqrt{\frac{2\epsilon(V_0 + U)}{e} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$, $x_D = \frac{N_A w}{N_D + N_A}$ et $x_A = -\frac{N_D w}{N_D + N_A}$. On obtient donc:

$$Q_A = -S\sqrt{\frac{2\epsilon(V_0 + U)eN_D N_A}{N_A + N_D}} = -Q_D. \text{ AN: } Q_D = -Q_A = 3,95 \cdot 10^{-10} C.$$

23- On utilise la différentiation logarithmique: $\frac{\delta Q_D}{Q_D} = \frac{1}{2} \frac{\delta U}{V_0 + U}$, d'où :

$$C^{dyn} = \frac{\delta Q_D}{\delta U} = \frac{Q_D}{2(V_0 + U)} = S\epsilon\sqrt{\frac{eN_D N_A}{2\epsilon(V_0 + U)(N_A + N_D)}} = \frac{S\epsilon}{w}. \text{ AN: } C^{dyn} = 42,1 pF.$$

24- $\underline{i} = \frac{V}{jL\omega} + \frac{V}{R} + jC\omega V$, d'où:
$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jRC\omega - j\frac{R}{L\omega}}.$$

\underline{H} peut donc se mettre sous la forme canonique:
$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}, \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

A.N: $Q = 3,95 \cdot 10^3$ et $\omega_0 = 7,91 \cdot 10^8 \text{ rad.s}^{-1}$.

25- Dans le diagramme ci-après les deux asymptotes ont comme équations respectives: $G_{dB} = -20\log(Q) - 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ (droite de pente -20dB/dec) si $\omega > \omega_0$ et $G_{dB} = -20\log(Q) + 20\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ (droite de pente 20dB/dec) si $\omega < \omega_0$. Elles se coupent donc en $-20\log(Q) = -72\text{dB}$ pour $\omega = \omega_0$. La courbe de gain réelle passe par son maximum en $\omega = \omega_0$, et le gain $G_{dB,max} = 0$.

La courbe de phase passe par 0 en $\omega = \omega_0$, les asymptotes sont $\pi/2$ si $\omega < \omega_0$, $-\pi/2$ si $\omega > \omega_0$.

On reconnaît bien sûr les caractéristiques d'un filtre passe-bande du second ordre.

26- La largeur de la bande passante à mi-puissance, correspond à l'intervalle des valeurs de pulsations à l'intérieur duquel $G_{dB} > G_{dB,max} - 3 \text{ dB}$ (soit, pour le module du gain, à ce que celui-ci soit supérieur à $\frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$).

Pour un filtre passe-bande, on a: $\frac{\omega_0}{\Delta\omega} = Q$ donc
$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}.$$

A.N: $\Delta\omega = 2,00 \cdot 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$.

27- D'après ce qu'on a vu dans la partie II, lorsque la diode est polarisée en inverse, elle se comporte comme un condensateur de capacité $C' = C^{dyn}$ dépendant de la tension inverse appliquée U. C'est en fait l'ensemble de la diode et de son circuit polarisant qui est assimilable à un condensateur en régime variable, car la tension de polarisation étant continue, elle ne joue aucun rôle dans le comportement du circuit en régime variable. Ce qui compte, c'est la variation δU imposée par le générateur sinusoïdal de courant HF.

On se ramène donc à remplacer en régime sinusoïdale l'ensemble diode et (R,U) par C' , qui se trouve donc être en série avec C_i . La capacité équivalente C_{eq1} est alors donnée par $\frac{1}{C_{eq1}} = \frac{1}{C_i} + \frac{1}{C'}$. Or $C_i \gg C'$ donc $C_{eq1} \approx C'$, et on se ramène donc au schéma proposé par l'énoncé. Le condensateur C_i est un condensateur ne servant qu'à empêcher le courant continu issu du circuit de polarisation de circuler dans le circuit amont et donc de perturber son fonctionnement. C'est une capacité dite de découplage.

28- On pose alors $C_{eq} = C + C'$. La pulsation ω_0 est donc donnée par
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_{eq}}}.$$
 On souhaite encadrer la fréquence $f_0 = \omega_0 / 2\pi$ entre 87,5MHz et 108MHz. Ceci revient à chercher C' entre $1,81 \cdot 10^{-11} \text{ F}$ et $5,03 \cdot 10^{-11} \text{ F}$. Or C' est relié à $V_0 + U$ par la relation du 23-. On trouve donc finalement (sauf erreur probable de calcul de ma part....)
$$2,6\text{V} < U < 24,7\text{V}.$$

29- Le but de la détection doit être d'avoir une très grande sélectivité, et donc un facteur de qualité très élevé pour le filtre passe-bande ainsi réalisé. SI on ne mettait pas de résistance R, les résistances très faibles des inductances ou générateurs donnerait un filtrage très peu sélectif. Avec une grande résistance comme R, on augmente le facteur de qualité du filtre et donc sa sélectivité. R doit donc être choisie la plus grande possible.

