

PROBLEME I : détection des exoplanètes (Mines-Ponts MP 2016)

Données numériques :

- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$;
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- Constante de la gravitation : $\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$;
- Pour le Soleil :
 - masse : $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.
- Pour la Terre :
 - masse : $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$;
 - rayon moyen : $R_T = 6,37 \cdot 10^3 \text{ km}$;
 - période de révolution : $T_T = 365,24$ jours terrestres ;
 - vitesse de libération à sa surface : $11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.
- Pour Jupiter :
 - masse : $M_J = 1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$;
 - période de révolution : $T_J = 4335$ jours terrestres ;
 - demi-grand axe de l'orbite : $a_J = 778 \cdot 10^6 \text{ km}$.

I.A. — Une loi fondamentale

Dans un document concernant les méthodes de détection des exoplanètes, on lit : « *le mouvement relatif de la planète autour de son étoile est gouverné par la 3^e loi de Kepler, ou si l'on préfère par la relation qui exprime l'équilibre entre l'attraction gravitationnelle et la force centrifuge* ».

On considère une planète assimilée à un point matériel P de masse M_P , tournant avec la période T_P à la distance r_P de son étoile considérée comme le point fixe E de masse $M_E \gg M_P$. Toute autre action sur P que l'attraction gravitationnelle de E est négligée.

□ **1** — Schématiser cette description et préciser les deux référentiels permettant de comprendre l'utilisation de la notion d'« équilibre » dans la citation ci-dessus. En déduire la 3^e loi de Kepler reliant r_P , M_E , T_P et la constante de la gravitation \mathcal{G} .

Cette relation est transposable chaque fois qu'un petit corps de masse m orbite autour d'un astre de masse très supérieure, toute autre action étant négligée et la durée mise en jeu permettant l'approximation galiléenne.

I.B. — Principales caractéristiques de la planète

On envisage un vaisseau d'exploration spatiale \mathcal{E} de masse m , s'approchant d'une planète P d'apparence parfaitement sphérique, de rayon R_P , dont la période sidérale de rotation sur elle-même est $t_P = 19 \text{ h } 30 \text{ min}$ (les unités sont celles en vigueur sur Terre). Il commence par se mettre en orbite équatoriale basse, d'altitude h ; la période de cette orbite dans le référentiel planétocentrique est de 2,00 h. Tout en sondant l'atmosphère et en observant la surface, les « astronautes » (sans préjuger de leur nationalité!) se livrent à quelques calculs.

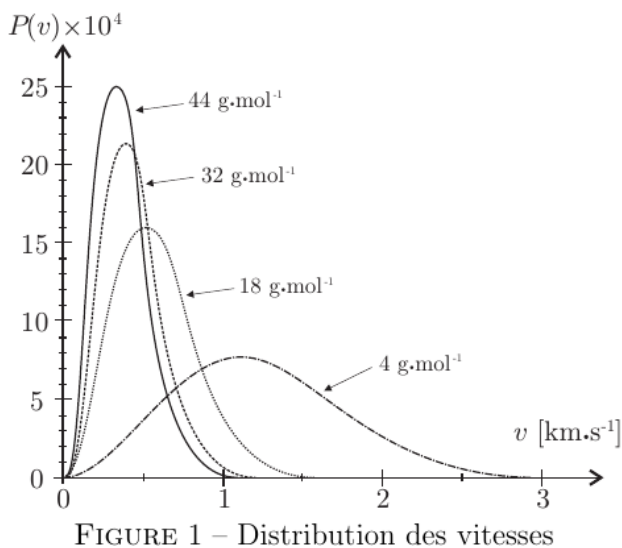
□ 2 — Calculer la masse M_P si $R_P = 5000$ km, $h = 100$ km ; peut-on envisager pour cette planète une structure comparable à celle de la Terre : croûte et manteaux rocheux entourant un noyau métallique de densité de l'ordre de 10 et de rayon correspondant à environ 50% du rayon terrestre ? Des arguments *quantitatifs* sont attendus.

□ 3 — Rappeler le théorème de Gauss pour la gravitation dans le cas d'une distribution de masse à symétrie sphérique. Sous cette hypothèse, calculer la valeur numérique du champ gravitationnel à la surface de cette planète.

□ 4 — Rappeler succinctement l'origine de la différence entre champ gravitationnel et accélération de la pesanteur à la surface d'un astre. Calculer les valeurs de l'accélération de la pesanteur aux pôles et à l'équateur de la planète ; cet écart serait-il mesurable avec un dispositif d'étude utilisé au lycée : enregistrement vidéo d'une chute libre puis traitement informatique ? Quels autres dispositifs pourrait-on proposer ?

□ 5 — Un corps quittant radialement la surface de la planète (ou son voisinage immédiat) avec une vitesse suffisante peut s'éloigner indéfiniment de l'astre : la vitesse minimale qui le permet, en négligeant toute autre action sur le corps que l'attraction gravitationnelle de la planète, est appelée vitesse de libération. En utilisant un raisonnement basé sur l'énergie, déterminer l'expression de la vitesse de libération de la planète P , en fonction de \mathcal{G} , M_P , et R_P . Faire l'application numérique.

La figure 1 donne la densité de probabilité du module de la vitesse dans certains gaz parfaits différenciés par leurs masses molaires et en équilibre thermodynamique à 290 K . L'abscisse du maximum est la vitesse la plus probable v_{pp} , elle représente environ 80% de la vitesse quadratique moyenne définie par $\sigma_v = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$.



□ 6 — Les gaz de l'atmosphère de la planète P étant assimilés à des gaz parfaits en équilibre thermique à une température T_0 proche de 290 K, utiliser les courbes fournies pour discuter l'éventualité que cette planète retienne une atmosphère contenant plus ou moins les mêmes espèces que celle de la Terre.

Les molécules de l'atmosphère étant soumises à l'agitation thermique, leur énergie cinétique se décompose selon trois degrés de liberté indépendants : $\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$.

□ 7 — Déterminer l'expression théorique de la vitesse quadratique moyenne des molécules dans un gaz de masse molaire M à la température T . Faire le calcul pour le dioxygène

éventuellement présent, à $T = 290$ K et vérifier la cohérence avec les informations fournies sur la figure 1.

I.C. — Détection d’une exoplanète depuis la Terre

Les voyages interstellaires étant aujourd’hui hors de notre portée, il faut se contenter de ce qu’on peut apprendre depuis la Terre et les télescopes spatiaux.

A partir d’observations effectuées à l’Observatoire de Haute-Provence (OHP), les astronomes Michel Mayor et Didier Queloz, de l’observatoire de Genève, ont pour la première fois formellement identifié en 1995 une planète extra-solaire ; elle orbite autour de l’étoile 51-Pégase, à 42 années-lumière de la Terre. Depuis, les possibilités techniques ont permis de multiplier les découvertes, et aussi d’acquérir de plus en plus d’informations sur ces astres. On s’intéresse particulièrement à leur température et à la composition de leur atmosphère.

Le télescope de l’OHP qui a permis la découverte offre un diamètre d’objectif $d = 193$ cm . Il est situé dans un site d’observation de grande qualité. En supposant qu’il ne soit limité que par la diffraction, on pourrait en obtenir un pouvoir séparateur angulaire de l’ordre de $\frac{1,2\lambda}{d}$ (rad), λ désignant la longueur d’onde observée. On rappelle que le pouvoir séparateur mesure le plus petit angle séparant les rayons venant de deux points-sources que l’on parvient à voir comme distincts l’un de l’autre.

□ 8 — Dans l’idéal, une observation depuis le voisinage de 51-Pégase avec le télescope de l’OHP permettrait-elle de séparer Jupiter du Soleil ? En dehors de la limite du pouvoir séparateur, quel(s) autre(s) obstacle(s) s’oppose(nt) à l’observation visuelle directe d’une exoplanète ?

Les exoplanètes sont en fait détectées indirectement, par exemple par les variations de luminosité induites lorsqu’elles passent devant ou derrière l’étoile (méthode du transit), ou par les petits mouvements que leur attraction imprime à l’étoile autour de laquelle elles orbitent. Nous allons nous intéresser à cette méthode, dite de la vitesse radiale.

On utilise pour cela l’effet Doppler affectant les ondes électromagnétiques : si l’émetteur E est animé d’une vitesse radiale d’intensité v_r par rapport à l’observateur O , et si la fréquence émise est f , la fréquence reçue en O est $f + \Delta f$. Ce décalage Δf est positif si l’émetteur et l’observateur se rapprochent l’un de l’autre ($v_r < 0$) et négatif dans le cas contraire ($v_r > 0$). Si $|v_r| \ll c$, hypothèse supposée valide ici, on montre alors que $\frac{|\Delta f|}{f} = \frac{|v_r|}{c}$.

On considère que l’émetteur est une étoile E accompagnée d’une planète P et que toutes les deux tournent autour de leur barycentre G avec la même période T . La Terre est en O dans le plan de l’orbite. Le système observé s’éloigne globalement de la Terre à la vitesse radiale \vec{v}_G .

L’ensemble est représenté sur la figure 2, vu de dessus. Dans la réalité $OG \gg GP \gg GE$, de sorte que les mouvements de E sont très difficiles à observer directement. On reconnaît la vitesse radiale \vec{v}_G de G par rapport à $Oxyz$, et on désigne par \vec{v} la vitesse de E par rapport à $Gxyz$ (les directions fixes xyz ne sont pas précisées). On supposera de plus que $v_G = \|\vec{v}_G\| > v = \|\vec{v}\|$.

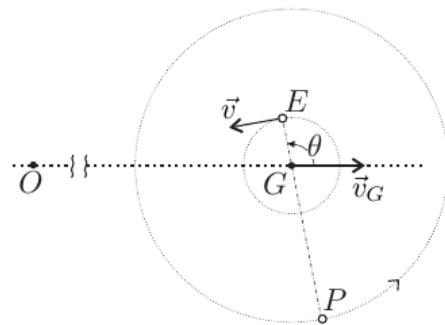


FIGURE 2 – Etoile-Planète

□ 9 — Exprimer l’intensité v_r de la vitesse radiale de E par rapport à O , en fonction de v_G , v et θ , puis l’amplitude de la variation du décalage en fréquence par effet Doppler $\delta f = \frac{1}{2} (|\Delta f|_{\max} - |\Delta f|_{\min})$.

□ 10 — Expliquer comment le suivi temporel du décalage en fréquence de la lumière émise par une telle étoile permet de connaître la période T . Pourquoi cette méthode a-t-elle permis la découverte initiale de planètes proches de leur étoile ? Déterminer l'expression du rayon GE de l'orbite de l'étoile autour de G , en fonction de f , δf , c et T .

Nos connaissances sur la structure et le fonctionnement des étoiles permettent de déduire leur masse de leur luminosité. La masse M_E est par conséquent raisonnablement connue.

□ 11 — En tenant compte du fait que $M_E \gg M_P$, déterminer des expressions approchées de M_P et PE en fonction de \mathcal{G} , T , M_E et GE .

□ 12 — Pour avoir une idée de la précision requise dans les mesures, reprenons l'exemple du couple Soleil-Jupiter, cette planète étant la plus massive de notre système. Calculer la valeur de $\delta f/f$ qu'un astronome extraterrestre devrait être capable de mesurer pour mettre en œuvre la méthode étudiée.

Cette approche d'un problème expérimental nous a montré l'extrême difficulté de certaines mesures, pour lesquelles le signal utile, ici la variation de la fréquence, est d'une part très faible et d'autre part facilement masqué par les incertitudes induites par les fluctuations diverses du signal émis, par les perturbations qu'il subit lors de sa propagation, par des signaux parasites qui s'y ajoutent, par sa transformation en signal électrique, par la transmission ensuite de ce signal électrique dans une chaîne de traitement...

PROBLEME II : électromagnétisme (CCP MP2014)

Données :

- célérité des ondes électromagnétiques dans le vide ou l'air : $c = 3.10^8 \text{ ms}^{-1}$,
- permittivité diélectrique du vide ou de l'air : $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9} \text{ F m}^{-1}$,
- perméabilité magnétique du vide ou de l'air : $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$.

On s'intéresse à l'un des deux standards de télécommunication, candidat pour la 4^e génération de la téléphonie mobile, « Long Term Evolution – Advanced ». Il est constitué, en France, de deux bandes de fréquences dites 800 MHz et 2 600 MHz. Par le déploiement de technologies particulières, des débits supérieurs à 30 Mbits / seconde pour des mobiles en mouvement sont visés.

L'espace est défini par un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et on considère un point M de l'espace repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) . On pose $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$.

PARTIE III : PROPAGATION DANS L'AIR

III.1. Propagation

III.1.1. Donner, en les nommant, les équations de Maxwell sous leurs formes locales dans l'air en l'absence de sources. On traitera des champs $\vec{E}(M,t)$ et $\vec{B}(M,t)$ comme n'étant pas nécessairement ceux d'une Onde Plane Progressive Sinusoïdale (OPPS).

III.1.2. Etablir l'équation de propagation en champ électrique et en déduire l'expression de la vitesse de propagation de l'onde, en fonction des données de l'énoncé.

III.1.3. On considère à présent que le champ $\vec{E}(M,t)$ est celui d'une OPPS polarisée rectilignement parallèlement à \vec{e}_x , se propageant suivant les z croissants et dont la formulation générale est donnée par l'expression complexe $\underline{\vec{E}}(M,t) = \underline{E}_m e^{j(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)}$. \vec{k} est le vecteur d'onde de norme constante k , ω est la pulsation et \underline{E}_m est une constante complexe vectorielle.

III.1.3.a. Préciser et justifier l'expression de \vec{k} et la direction de \underline{E}_m .

III.1.3.b. Donner l'expression de $\underline{\vec{E}}(M,t)$ en fonction des coordonnées de M et en projection dans la base cartésienne \mathcal{B} associée à \mathcal{R} .

III.1.3.c. Expliciter les deux termes de l'équation de propagation en fonction de k , ω et $\underline{\vec{E}}(M,t)$.

III.1.3.d. En déduire la relation de dispersion du milieu.

III.1.4. Dans l'hypothèse de la question précédente, expliciter le champ $\underline{\vec{B}}(M,t)$ dans la base cartésienne \mathcal{B} en fonction de \underline{E}_m , c , k et ω .

III.1.5. En notant $\underline{E}_m = E_m e^{j\varphi}$, φ étant une constante, expliciter les champs réels $\vec{E}(M,t)$ et $\vec{B}(M,t)$.

III.2. Puissance et rayonnement

III.2.1. Donner la définition du vecteur de Poynting $\vec{R}(M,t)$ en fonction des champs et son interprétation physique. Quelle est sa dimension physique ?

III.2.2. Montrer que la valeur moyenne temporelle de la norme de $\vec{R}(M,t)$ peut s'écrire $\langle \|\vec{R}\| \rangle = \alpha c \varepsilon_0 E_m^2$ pour les champs de l'OPPS définie dans la partie III.1. On donnera la valeur de la constante α .

III.2.3. Dans le cas d'une antenne réelle, l'hypothèse de l'OPPS n'est valable que localement. On sait alors que la valeur de $\langle \vec{R} \rangle$ dépend de la distance d à l'antenne, de la puissance P_a d'alimentation et de son gain G , lequel dépend de la direction d'observation. On peut ainsi écrire : $4\pi d^2 \langle \|\vec{R}(d)\| \rangle = P_a G$. Exprimer l'amplitude E_m du champ en fonction de c , ε_0 , P_a , G et d .

III.3. Exposition

Il est parfois nécessaire de privilégier un sens de fonctionnement de l'antenne. L'énergie rayonnée par une antenne est alors répartie de manière inégale dans l'espace et il existe des directions privilégiées, appelées "lobes de rayonnement". Ces différentes directions peuvent être visualisées à l'aide du diagramme de rayonnement réalisé en trois dimensions. Le lobe le plus important est appelé "lobe principal". Il est dirigé vers l'avant de l'antenne. Les lobes secondaires, moins importants, sont dirigés vers l'arrière ou sur les côtés de l'antenne.

La norme sanitaire pour ce type de rayonnement est actuellement en France $E_{\max} = 61 \text{ V/m}$. Elle correspond à un seuil défini sur la base des effets thermiques (échauffement) liés au champ électromagnétique. A titre de comparaison, la norme en Italie, Russie, Pologne et Chine est de $E_1 = 6 \text{ V/m}$.

III.3.1. Dans le cadre d'une implantation urbaine, il se peut que certains locaux interceptent le lobe principal. En considérant dans ce cas une puissance $P_a = 50 \text{ W}$, un gain $G = 63$ et une distance $d = 100 \text{ m}$, calculer l'intensité du champ E_{m1} . Commenter le résultat

III.3.2. Une autre possibilité d'être exposé au rayonnement d'une antenne relais concerne le lobe secondaire orienté vers le sol. Dans ce cas le gain est plus faible, mais la distance également. Calculer, pour la même puissance $P_a = 50 \text{ W}$, le champ E_{m2} dans le cas où $G = 2$ et $d = 10 \text{ m}$. Commenter le résultat.

PARTIE IV : REFLEXION D'UNE OPPS PAR UN MUR DE BETON

De façon préliminaire, on considère une interface air – métal parfait dans le plan $z = 0$. L'air occupe l'espace des $z < 0$ et le métal celui des $z > 0$. L'onde incidente est une OPPS se propageant dans l'air, polarisée selon \vec{e}_x et qui arrive normalement à l'interface. On note $\underline{E}_{mi} = E_m e^{j\varphi}$ et \underline{E}_{mr} , respectivement, les amplitudes complexes des champs incident et réfléchi. On note \vec{k}_i et \vec{k}_r , les vecteurs d'ondes associés respectifs. On admet que l'onde réfléchie a la même polarisation que l'onde incidente.

IV.1. Expressions des champs

IV.1.1. Exprimer les champs électrique $\vec{E}_i(M, t)$ et magnétique $\vec{B}_i(M, t)$ incidents en fonction de \underline{E}_{mi} , z , ω , t et $k = \|\vec{k}_i\| = \frac{\omega}{c}$.

IV.1.2. Exprimer les champs électrique $\vec{E}_r(M,t)$ et magnétique $\vec{B}_r(M,t)$ réfléchis en fonction de E_{mr} , z , ω , t et $k = \|\vec{k}_i\| = \frac{\omega}{c}$.

IV.1.3. Rappeler les propriétés d'un conducteur à l'équilibre. Quelles sont les expressions des champs $\vec{E}_c(M,t)$ et $\vec{B}_c(M,t)$ dans le conducteur ?

IV.1.4. Enoncer, sous sa forme la plus générale, la relation de passage pour les composantes tangentielles du champ électrique.

IV.1.5. En déduire la valeur du coefficient de réflexion en champ $\underline{r} = \frac{E_{mr}}{E_{mi}}$.

IV.2. Champ total et ondes stationnaires

IV.2.1. Déterminer l'expression du champ total réel $\overline{E_{total}}(M,t)$.

IV.2.2. Quelle est sa particularité ? Justifier.

IV.2.3. Représenter l'amplitude de $\overline{E_{total}}(M,t)$ en fonction de la position de M pour trois valeurs différentes de t .

IV.2.4. Localiser et nommer les points remarquables de la représentation.

IV.2.5. Donner la distance d_m entre un minimum et un maximum adjacents en fonction de la longueur d'onde λ de l'onde.

On remplace à présent le métal parfait par du béton. On reprend l'ensemble du problème et des notations considérées dans les parties **IV.1** et **IV.2**. On donne le nouveau coefficient de réflexion en champ $\underline{r} = r e^{j\alpha}$ dans la gamme de fréquence de la bande 2 600 MHz avec $r = 0,386$ et $\alpha = 169^\circ$.

IV.3. Mettre le champ total $\vec{E}_{total}(M,t)$ dans l'air sous la forme $\vec{E}_{total}(M,t) = [f(z)]\vec{E}_i(M,t)$ et exprimer $f(z)$ en fonction de r , α , z et k .

IV.4. En constatant que $\|\vec{E}_{total}\| = |f(z)|\|\vec{E}_i\|$, exprimer les valeurs maximale $\|\vec{E}_{total}\|_{\max}$ et minimale $\|\vec{E}_{total}\|_{\min}$ de l'amplitude de $\|\vec{E}_{total}\|$ en fonction de r et E_m .

IV.5. Pour le coefficient de réflexion donné ci-dessus pour le béton, calculer le rapport $\rho = \frac{\|\vec{E}_{total}\|_{\max}}{\|\vec{E}_{total}\|_{\min}}$, également appelé Rapport d'Onde Stationnaire ou ROS.

PROBLEME III : thermodynamique (CCP MP 2014)

Cette partie traite du fonctionnement d'une pompe à chaleur (PAC) géothermique. Après quelques rappels et généralités, nous aborderons l'étude détaillée d'une PAC géothermique.

Le fluide caloporteur utilisé dans la PAC est le 1,1,1,2-tétrafluoroéthane, de nom commercial $R-134a$. Il sera désigné plus simplement "fluide" dans la suite. Lorsqu'il est à l'état gazeux, le fluide est supposé suivre la loi des gaz parfaits. On donne la valeur numérique de la constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Lorsqu'il est à l'état liquide, le fluide est supposé être indilatable et incompressible.

On note :

- $M = 102,0 \text{ g.mol}^{-1}$ la masse molaire du fluide ;
- c_V la capacité thermique massique à volume constant du fluide à l'état gazeux ;
- c_P la capacité thermique massique à pression constante du fluide à l'état gazeux ;
- $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1,18$ le rapport des capacités thermiques massiques à pression et à volume constant ;
- $l_V(T)$ l'enthalpie massique de vaporisation du fluide à la température T ;
- $h_V(T)$ l'enthalpie massique de la vapeur saturante à la température T ;
- $h_L(T)$ l'enthalpie massique du liquide saturant à la température T ;
- La température du point critique du fluide vaut : $T_{crit} = 373 \text{ K}$.

Les données numériques utiles sont rassemblées dans le tableau ci-dessous :

| $T \text{ (K)}$ | $p_{sat} \text{ (bar)}$ | $h_V(T) \text{ (kJ.kg}^{-1}\text{)}$ | $h_L(T) \text{ (kJ.kg}^{-1}\text{)}$ |
|-----------------|-------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 323 | 13,2 | 421,9 | 270,5 |
| 288 | 4,88 | 405,6 | 220,1 |

Tableau 1 - Données thermodynamiques relatives au fluide étudié.
 p_{sat} est la pression de vapeur saturante du fluide à la température donnée.

Rappels et généralités

IV.1 Dessiner l'allure du diagramme de Clapeyron d'un fluide. On rappelle que le diagramme de Clapeyron porte en abscisse le volume massique v et en ordonnée la pression p pour les différents états de la matière d'un corps. On se restreindra ici aux états liquide et gaz. Placer les domaines : liquide, gaz, mélange liquide – gaz. Définir et placer sur ce diagramme : la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, le point critique. Dessiner l'allure de trois isothermes de températures T_a, T_{crit}, T_b avec : $T_a < T_{crit} < T_b$, où on rappelle que T_{crit} désigne la température du fluide à l'état critique.

IV.2 a. Rappeler la relation entre $l_V(T)$, $h_V(T)$ et $h_L(T)$.

b. Rappeler la relation entre c_P , R , M et γ .

c. Rappeler l'expression de l'enthalpie massique d'un gaz parfait à l'équilibre thermodynamique à la température T en fonction de M , γ , R et de T .

IV.3 On considère une PAC fonctionnant entre deux thermostats idéaux, c'est-à-dire dont la température demeure constante au cours du fonctionnement de la PAC. Soient T_c et $T_f < T_c$, les valeurs de température de chacun de ces thermostats. On note w , q_c et q_f les transferts d'énergie par unité de masse algébriquement échangés par le fluide au cours d'un cycle respectivement sous forme de :

- travail ;
- transfert thermique avec le thermostat à la température T_c ;
- transfert thermique avec le thermostat à la température T_f .

a. Rappeler le signe de w , q_c et q_f . Rappeler la définition de l'efficacité de la PAC, notée e , en fonction de w et q_c . Quel est le domaine de définition de e ?

b. Montrer que la valeur de e est majorée par $e_C = \frac{T_c}{T_c - T_f}$, appelée efficacité de Carnot de la PAC.

Dans quel cas a-t-on $e = e_C$?

Etude d'une PAC

On considère une PAC destinée à chauffer l'intérieur d'une maison en hiver. Le fluide de la PAC subit le cycle thermodynamique suivant :

- Etape (1) → (2) : à partir d'un état de vapeur saturante (1) à la température $T_f = 288 \text{ K}$ et la pression p_f , le fluide subit une compression adiabatique supposée réversible qui l'amène à un état (2), vapeur sèche à la pression p_c et à la température T_2 .
- Etape (2) → (3) : le fluide est mis en contact avec un premier thermostat à la température $T_c = 323 \text{ K}$, ce qui a pour effet de le refroidir de façon isobare à l'état de vapeur saturante à la température T_c puis de le liquéfier entièrement. On note (3) l'état final de cette transformation, où le fluide est à l'état de liquide saturant.
- Etape (3) → (4) : le fluide passe dans un robinet à laminage, ce qui lui fait subir une détente de Joule-Kelvin. A l'état final, noté (4), le fluide diphasé est à la pression p_f et possède un titre massique en vapeur noté x .
- Etape (4) → (1) : le fluide dans l'état (4) est mis en contact avec le second thermostat à la température T_f , ce qui a pour effet de le ramener à l'état (1).

Pour une PAC traditionnelle, dite air-air, le rôle du thermostat à la température T_f est joué par l'air extérieur à la maison.

Dans une PAC géothermique, ce même thermostat est constitué par un fluide frigorigène, en général de l'eau glycolée, c'est-à-dire un mélange d'eau et d'éthane-1,2-diol. L'eau glycolée est en contact thermique *via* un échangeur thermique avec l'eau d'une nappe souterraine : on parle de PAC sur aquifère.

IV.4 Allure du cycle.

- a. Dessiner le cycle thermodynamique décrit par le fluide de la PAC dans le diagramme de Clapeyron. On fera figurer les isothermes T_c et T_f , ainsi que les points représentatifs des états (1), (2), (3) et (4).
- b. Préciser lors de quelle(s) étape(s) le transfert thermique q_c est réalisé. Même question pour q_f .
- c. Préciser, lors de l'étape (2) \rightarrow (3), ce qui concrètement joue le rôle du thermostat.

IV.5 Intérêt d'une PAC sur aquifère.

- a. Par quoi est représenté le travail w sur le diagramme de Clapeyron ?
- b. Montrer qu'en augmentant T_f , T_c étant fixée par ailleurs, on augmente l'efficacité de la PAC. On demande de raisonner de façon qualitative sur l'efficacité de la PAC, donc sur les échanges d'énergie et non sur l'efficacité de Carnot de la PAC.
- c. Justifier l'avantage d'une PAC sur aquifère par rapport à une PAC air-air.

IV.6 Détermination de q_c .

- a. Déterminer la température au point (2), T_2 , en fonction de T_f , γ , p_f et p_c . Calculer numériquement T_2 .
- b. Déterminer q_c en fonction de R , γ , M , de la différence de température $T_c - T_2$ et de $l_V(T_c)$. Calculer numériquement q_c .
- c. Comparer numériquement les deux termes intervenant dans l'expression de q_c . Commenter.

IV.7 Détermination du titre en vapeur à l'état (4).

- a. Lors de l'étape (3) \rightarrow (4), le fluide subit une détente de Joule-Kelvin. Citer la fonction d'état conservée lors d'une telle détente (aucune démonstration n'est demandée).
- b. A l'aide des données du **tableau 1** (page 11), déterminer littéralement puis numériquement le titre en vapeur à l'état (4), noté x .

IV.8 Déterminer q_f en fonction de x et $l_V(T_f)$. Calculer numériquement q_f .

IV.9 Exprimer littéralement puis calculer numériquement w .

IV.10 Efficacité de la PAC.

- a. Exprimer littéralement puis calculer numériquement l'efficacité e de la PAC.
- b. Exprimer littéralement puis calculer numériquement l'efficacité de Carnot, e_C . A-t-on $e = e_C$? Expliquer lors de quelle(s) étape(s) il y a irréversibilité, ainsi que l'origine physique précise de celle-ci.

Fin de l'énoncé.