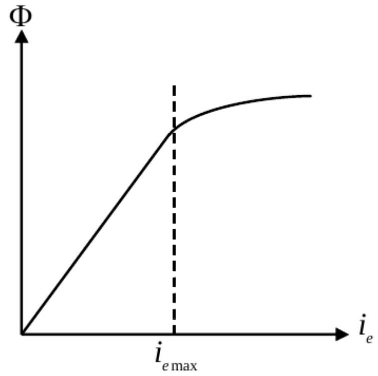
ETUDE D'UN GENERATEUR ALIMENTE PAR UNE EOLIENNE
. (Centrale PSI 2006)

II A Etude de la génératrice

II A 1

Φ est homogène à un flux et s'exprime en V .tour^{-1} .mn^{-1} ou en Wb.

II A 2



La courbe 2 fournit les variations de E_0 suivant i_e avec $E_0 = \Phi\Omega$.
Chacune des courbes étant tracée pour une valeur fixée de Ω, , la courbe $E_0(i_e)$ est proportionnelle à celle de $\Phi(i_e)$. Les variations obtenues sont représentées sur la figure ci-contre.

II A 3

Pour des valeurs de $i_e < i_{e\max}$, le flux est proportionnel au courant inducteur, le matériau a un comportement linéaire. Par contre, pour $i_e > i_{e\max}$, le matériau magnétique constituant le stator et le rotor, est saturé.
Conclusion : $\boxed{i < i_e \ \Phi = \beta i_e}$

II A 4

Le convertisseur est un hacheur.

II A 5

On reconnaît un hacheur série dont on sait d'après le cours que K_1 exerce une fonction transistor et K_2 est une fonction diode.
Plus précisément l'analyse des points de fonctionnement (à détailler) montre que K_1 doit être commandé à l'ouverture et à la fermeture et K_2 fonctionne en commutation spontanée à l'ouverture et à la fermeture. K_1 correspond donc à la fonction transistor, alors que K_2 est une diode.

II A 6 et 7

Pour $t \in [0, \alpha T], u(t) = e$, le courant $i_e(t)$ est solution de l'équation $R_s i_e + L_s \dfrac{di_e}{dt} = e$.

En posant $\tau = L_s/R_s$, il vient : $\dfrac{di_e}{dt} + \dfrac{i_e}{\tau} = \dfrac{e}{R_s} \Rightarrow i_e = i_0 \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right) + \dfrac{e}{R_s}$. Soit i_m le courant à $t = 0$, la condition $i_e(0) = i_m$ permet d'établir l'expression du courant :

$$\boxed{t \in [0, \alpha T], i_e(t) = i_m \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{e}{R_s}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)}$$

Pour $t \in [\alpha T, T], u(t) = 0$, le courant $i_e(t)$ est solution de l'équation $i_e + \tau \dfrac{di_e}{dt} = 0$. La résolution sur cette intervalle donne un courant de la forme $i_e = i_0' \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$. La constante i_0' se détermine par la continuité du courant à l'instant αT. On obtient ainsi :

$$i_0' = i_m + \frac{e}{R_s}\left(\exp\left(\frac{\alpha T}{\tau}\right) - 1\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{t \in [\alpha T, T], i_e(t) = i_m \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{e}{R_s}\left(\exp\left(-\frac{t-\alpha T}{\tau}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)}$$

Pour déterminer la constante i_m, il suffit d'expliciter la périodicité de i_e :

$i_e(0) = i_e(T) \Rightarrow i_m = \dfrac{e}{R_s} \exp\left(-(1-\alpha)\dfrac{T}{\tau}\right) \dfrac{1 - \exp\left(-\dfrac{\alpha T}{\tau}\right)}{1 - \exp\left(-\dfrac{T}{\tau}\right)}$. En posant $\theta = T/\tau$, les grandeurs i_m et i_M ont pour expression :

$$\boxed{i_M = \frac{e}{R_s}\frac{1-\exp(-\alpha\theta)}{1-\exp(-\theta)} \qquad i_m = i_M \exp(-(1-\alpha)\theta)}$$

La forme générale de l'équation différentielle satisfaite par le courant i_e sur les deux intervalles est $R_s i_e + L_s \dfrac{di_e}{dt} = u$. Les valeurs moyennes de i_e et u vérifient donc $R_s \langle i_e \rangle + L_s \left\langle \dfrac{di_e}{dt} \right\rangle = \langle u \rangle$.

Or $\langle u \rangle = \alpha e$, $\langle i_e \rangle = i_{moy}$ et $\left\langle \dfrac{di_e}{dt} \right\rangle = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T \dfrac{di_e}{dt} dt = \dfrac{1}{T}(i_e(T) - i_e(0)) = 0$; le courant moyen s'exprime ainsi : $i_{moy} = \dfrac{\langle u_{moy} \rangle}{R_s} = \dfrac{\alpha e}{R_s}$. On en déduit le taux d'ondulation :

$$\boxed{\frac{i_M - i_m}{i_{moy}} = \frac{1}{\alpha}\frac{(1-\exp(-(1-\alpha)\theta))(1-\exp(-\alpha\theta))}{(1-\exp(-\theta))}}$$

Lorsque $T/\tau << 1 \Leftrightarrow \theta << 1$, ce rapport est équivalent à $(1-\alpha)\theta = (1-\alpha)\dfrac{T}{\tau}$.

II A 8

Application numérique : $\alpha = 0{,}5$; $\tau = 5\,ms$; $(1-\alpha)\dfrac{T}{\tau} < 0{,}01 \Rightarrow \boxed{T < 0{,}1\,ms}$.

$\alpha = 0{,}5$ correspond à la fois au milieu de la plage de régulation et au maximum de l'ondulation absolue.

II B REGULATION DE LA TENSION DE SORTIE DE LA GENERATRICE

II B 1 a

Les relations caractérisant le fonctionnement des dispositifs sont $i_e = i_{moy} = \alpha \frac{e}{R_s}$ et $U = E_0 = \beta\Omega i_e$.

II B 1 b

Le point de fonctionnement de consigne est caractérisé par :

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 (\Leftrightarrow i_e = i_{e0}) \\ U = U_0 \\ \Omega = \Omega_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta U = 0 \\ U_0 = \beta\Omega_0 i_{e0} \\ i_{e0} = \alpha_0 \frac{e}{R_s} \end{cases}$$

Pour un point quelconque on peut écrire :

$$\alpha = k\frac{\Delta U}{U_0} + \alpha_0 \quad U = \beta\Omega i_e \quad i_e = \alpha\frac{e}{R_s}$$

La relation demandée peut s'établir par le calcul suivant :

$$U_0 - U = \beta\Omega_0 i_{e0} - \beta\Omega i_e = \beta\Omega_0\alpha_0\frac{e}{R_s} - \beta\Omega\frac{e}{R_s}\left(k\frac{\Delta U}{U_0} + \alpha_0\right)$$

$$\Delta U = \beta\alpha_0\frac{e}{R_s}(\Omega_0 - \Omega) - \beta\Omega k\frac{e}{R_s}\frac{\Delta U}{U_0}$$

$$\Delta U\left(1 + \beta\Omega k\frac{e}{U_0 R_s}\right) = \beta\alpha_0\frac{e}{R_s}(\Omega_0 - \Omega) = U_0\frac{\Delta\Omega}{\Omega_0}$$

$$\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\Delta\Omega}{\Omega_0}\left(1 + \frac{U}{U_0}\frac{k}{\alpha}\right)^{-1}$$

Lorsque $\Delta U << U_0$, on a alors $U \approx U_0$ et $\alpha \approx \alpha_0$. Compte tenu des ces ordres de grandeur, le résultat précédent s'écrit :

$$\boxed{\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\alpha_0}{k}\frac{\Delta\Omega}{\Omega_0}}$$

II B 1 c

Application numérique : $\frac{\Delta\Omega}{\Omega_0} = 0{,}1 \quad \frac{\Delta U}{U_0} = 0{,}01 \quad \alpha_0 = 0{,}5 \Rightarrow \boxed{k = 50}$

II B 1d

Afin d'annuler l'erreur de position, il suffit d'insérer un correcteur intégral.

II B 2 Régulation en charge

II B 2 a

En tenant compte du terme RI, les calculs précédents se modifient suivant les expressions :

$$U_0 - U = \beta\Omega_0 i_{e0} - \beta\Omega i_e + RI = \beta\Omega_0\alpha_0 \frac{e}{R_s} - \beta\Omega \frac{e}{R_s}\left(k\frac{\Delta U}{U_0} + \alpha_0\right) + RI$$

$$\Delta U = \beta\alpha_0 \frac{e}{R_s}(\Omega_0 - \Omega) - \beta\Omega k \frac{e}{R_s}\frac{\Delta U}{U_0} + RI$$

$$\Delta U\left(1 + \beta\Omega k \frac{e}{U_0 R_s}\right) = \beta\alpha_0 \frac{e}{R_s}(\Omega_0 - \Omega) + RI$$

Les ordres de grandeurs précédents sont respectés, 1 est négligeable devant $\beta\Omega k \frac{e}{U_0 R_s}$.

$$\boxed{\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\alpha_0}{k}\frac{\Delta\Omega}{\Omega_0} + \frac{RR_s}{\beta\Omega e k} I = \frac{\alpha_0}{k}\frac{\Delta\Omega}{\Omega_0} + \frac{\alpha}{k} I \frac{R}{E_0}}$$

II B 2 b

En désignant par $I_{\max} = \frac{E_0}{R}$, le courant maximal délivré par la génératrice, le terme supplémentaire s'écrit $\frac{\alpha}{k}\frac{I}{I_{\max}}$.

AN : $\alpha \approx \alpha_0 = 0{,}5$; $k = 50$; $\frac{I}{I_{\max}} = 0{,}8$, $\boxed{\frac{\alpha}{k}\frac{I}{I_{\max}} = 0{,}8\ \%}$

La précision globale passe à environ $2\ \%$ en charge.

II C Stockage de l'énergie

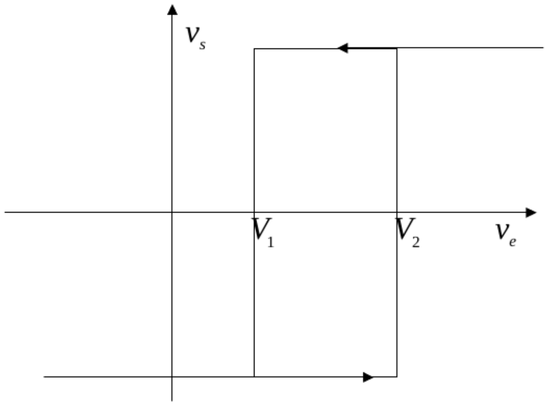
II C 1

La diode de protection évite la décharge de la batterie à travers la génératrice dans le cas d'un arrêt accidentel.

II D 1

Lorsque $i_a > 0$ et $u_a = e_a - r_a i_a = u_d$, l'ouverture de K_d annule i_a. Ainsi, u_a redevient alors supérieur à u_d ce qui provoque (pour un comparateur simple) la fermeture de K_d.

L'A.O. fonctionne en régime saturé. En posant $V_1 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)V_{ref} - \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$ et $V_2 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)V_{ref} + \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$, la caractéristique est la suivante :



II D 3

La condition imposée se traduit par $V_2 - V_1 = 2\dfrac{R_1}{R_2}V_{sat} = 0{,}12\,u_0$. Ce qui donne numériquement $\boxed{\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{0{,}12\,u_0}{2V_{sat}} = 0{,}0115}$.

II D 4

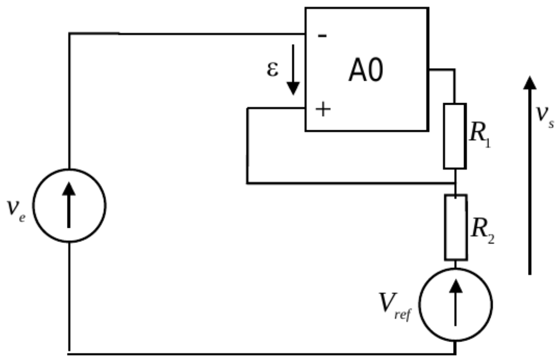
$$\begin{cases} V_1 = \left(1+\dfrac{R_1}{R_2}\right)V_{ref} - \dfrac{R_1}{R_2}V_{sat} = 2{,}3 \\ \dfrac{R_1}{R_2} = 0{,}0115 \end{cases} \Rightarrow V_{ref} = 2{,}41\,V$$

II D 5

Lorsque $i_a < 0$ et $u_a = e_a - Ri_a = u_c$ (tension de fin de charge), l'ouverture de K_c annule i_a. La tension diminue et redevient inférieure à u_c. Le problème se présente de façon analogue mais lors d'une phase de croissance de u_a, alors qu'il s'agissait d'une phase de décroissance dans le cas de la décharge.

II D 6

La remarque précédente suggère d'utiliser un cycle « symétrique » ou « inverse » du précédent tel que celui fournit par le comparateur à hystérésis.



II E Alimentation d'une installation électrique

II E 1

Le dipôle de charge constitué par (R_c, L_c) en série, permet d'écrire :

$\underline{u}_c = (R_c + jL_c\omega)\underline{i}_c \Rightarrow \boxed{\dfrac{\underline{i}_c}{\underline{u}_c} = \dfrac{1}{R_c + jL_c\omega}}$. Il s'agit d'un filtre passe bas du premier ordre. Le courant sera insensible aux variations hautes fréquences de la tension.

II E 2

La fonction transistor se définit comme un interrupteur parfait (sans dissipation de puissance) se commandant à l'ouverture et à la fermeture.

II E 3

La nouvelle origine peut-être choisie en $\theta = \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\delta}{2}$ (milieu de l'alternance positive).

On obtient le développement :

$$\boxed{u_c(\theta) = \frac{4}{\pi} U_0 \sum_p \frac{1}{2p+1} \sin(2p+1)\left(\frac{\pi - \delta}{2}\right) \cos\left((2p+1)\omega t\right)}$$

Après avoir corrigé l'erreur d'énoncé !

II E 4

Le circuit récepteur étant un filtre passe bas, en annulant l'harmonique 3, les harmoniques de rang supérieurs seront filtrés.

II E 5

L'harmonique 3 sera nul si $\dfrac{3\pi}{2} - \dfrac{3\delta}{2} = \pi \Rightarrow \boxed{\delta = \dfrac{\pi}{3}}$

II E 6

Le calcul de la valeur efficace conduit au résultat :

$$\boxed{U_{ceff} = U_0\sqrt{1 - \frac{\delta}{\pi}} = U_0\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0{,}81\,U_0}$$

La valeur efficace du fondamental est $U_{1eff} = U_0 \dfrac{\sqrt{6}}{\pi} \approx 0{,}78 U_0$. On commet une erreur de $3{,}7\,\%$. On peut donc assimiler la tension à son fondamental.

II E 7

$U_0\sqrt{\dfrac{2}{3}} = 220 \Rightarrow U_0 = 269{,}4\,V$. Il faut donc 135 accumulateurs.

Remarque :l'énoncé conduit à penser que l'on est sensé raisonner sur le fondamental et non pas la totalité du signal, ce qui donne plutôt Uo*sqrt(6)/pi = 220

II E 8

$\boxed{Ptot = 4\ kW}$

Soit I, I_R et I_M les valeurs efficaces des courants circulant respectivement dans le circuit total, les résistances (lampes) et le moteur.

L'association en parallèle permet d'écrire :

$I = \sqrt{(I_R + I_M\cos\varphi_m)^2 + (I_M\sin\varphi_m)^2}$ avec $I_R = 1000/220$ et $I_M = 3000/220 * 0{,}8$

On obtient $I = 20{,}86\ A$.

Ce circuit est équivalent à (R_c, L_c) série, dissipant la puissance :

$Ptot = R_C I^2 \Rightarrow \boxed{R_c = 9{,}2\,\Omega}$

L_c s'obtient par la relation $Ptot = UI \dfrac{R_c}{\sqrt{R_c^{2} + L_c^2\omega^2}} \Rightarrow \boxed{L_c = 0{,}29H}$