1. chute libre : $m\vec{a} = m\vec{g_0}$

$\vec{u_z}\downarrow$ $\downarrow\vec{g_0}$; z

$\ddot{z} = +g_0$

$\dot{z} = +g_0 t = v$

$z = g_0\frac{t^2}{2}$

$$\boxed{h = g_0\frac{(\Delta t_h)^2}{2}}$$

$$\begin{cases} \Delta t_h = \sqrt{\dfrac{2h}{g_0}} = 0{,}2\,s \\ v_m = \dfrac{h}{\Delta t_h} = \sqrt{\dfrac{g_0 h}{2}} = 1\,m.s^{-1} \end{cases}$$

2. $m\frac{dv}{dt} = mg_0 - \frac{1}{2}C_x\rho S_\perp v^2 \longrightarrow \frac{dv}{dt} = g_0 - \frac{C_x\rho S_\perp}{2m}v^2$

Par identificat° : $\begin{cases} \dfrac{v_\infty}{\tau} = g_0 \\ \dfrac{1}{v_\infty\tau} = \dfrac{C_x\rho S_\perp}{2m} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} v_\infty = \sqrt{\dfrac{2mg_0}{C_x\rho S_\perp}} \\ \tau = \sqrt{\dfrac{2m}{C_x\rho S_\perp g_0}} \end{cases}$

v_∞ : vitesse limite en rég. permanent
τ : tps carac. du rég. transitoire

3. $Re = \frac{Lv}{\nu} = \frac{\rho L v}{\eta} \rightarrow Re = \frac{\rho\times 2R\times v_m}{\eta}$ $\quad Re = \frac{1{,}2\times 2\,10^{-2}\times 1}{2.10^{-5}}$

$\underline{Re = 1{,}2.10^{3}}$

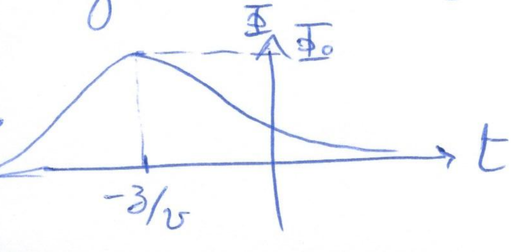
4. on prend alors $\underline{C_x = 0{,}5}$

et $\tau = \sqrt{\dfrac{2\times 33.10^{-3}}{0{,}5\times 1{,}2\times 3{,}14\times 10^{-4}\times 10}} \simeq 6\,s$

5. Les frottem^ts ont donc "besoin" de qq s pour jouer un rôle significatif ⇒ ils ne permettent pas d'expliquer le passage du tps de chute de 0,2 s à 4 s !

6. on utilise la formule d'1 cylindre de section $e\,dz$ et de longueur $2\pi[r_i + \frac{e}{2}] \simeq 2\pi r_i$: $\boxed{dG = \gamma\dfrac{e\,dz}{2\pi r_i}}$

7.



$\Phi_0 = \mu_0^{a} M_0^{b} r_i^{c}$

↳ formulaire : $\mu_0 M_0$ homogène à $B\times L^3$

et Φ_0 homogène à $B \times L^2$ → on prend alors $\boxed{\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-1 \end{cases}}$

8. $dP_J = dG \times e_{ind}^2$ avec $e_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{dx} \times \frac{dx}{dt}$

$\phi(x) = \frac{\Phi_0}{[1+x^2]^{3/2}} \rightarrow -\frac{d\phi}{dx} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\Phi_0 \times 2x}{[1+x^2]^{5/2}} \rightarrow e_{ind} = \frac{3\Phi_0}{(1+x^2)^{5/2} 2\pi ri} v$

$dG = \frac{\gamma e}{2\pi ri} dz = \frac{\gamma e}{2\pi} dx \rightarrow dP_J = \frac{9\gamma e \mu_0^2 M_0^2}{h\, 2\pi ri^2} \frac{x^2 dx}{(1+x^2)^5} v^2$

9. Normalem^t, P_J se calcule avec $\int_{z=0}^{} dP_J$ mais d'après la courbe, le flux est très faible dès qu'on s'éloigne de la côte z de la bille

→ on a donc $P_J \simeq \int_{x=-\infty}^{+\infty} dP_J$

10. $P_J = K M_0^2 v^2$ → conversion électromécanique : $P_J + P_F = 0$

donc $\vec{F} \cdot \vec{v} = -P_J = -K M_0^2 v^2$: $\underline{\vec{F} = -K M_0^2 \vec{v}}$

(force de frottem^t linéaire)

11. Cette fois, en régime permanent : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} = \vec{F} + m\vec{g_0}$

donc $K M_0^2 v_\ell = m g_0$ $\boxed{v_\ell = \frac{m g_0}{K M_0^2}}$ vitesse limite

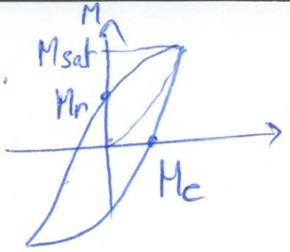
alors le tps de chute vaut $\Delta t = \frac{h}{v_\ell} = \frac{K M_0^2 h}{m g_0} \propto K$

or K est proportionnel à γ : $\begin{cases} \frac{\Delta t_{Al}}{\Delta t_{Cu}} = \frac{\gamma_{Al}}{\gamma_{Cu}} = \frac{3,7}{5,7} = 0,6 \\ \frac{\Delta t_{acier}}{\Delta t_{Cu}} = \frac{\gamma_{acier}}{\gamma_{Cu}} = \frac{7,7}{57} = 0,15 \end{cases}$

12. $v_\ell = \frac{h}{\Delta t} = 0,05 m.s^{-1}$

Puis $M_0 = \sqrt{\frac{m g_0}{K v_\ell}}$

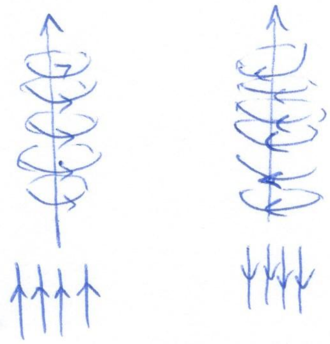
$M_0 = \sqrt{\frac{33.10^{-3} \times 10}{2,3 \times 0,05}} = \sqrt{\frac{33}{11,5}} \simeq \underline{1,6\ A\, m^2}$

13. 

à partir de M_0, on peut en déduire la valeur de M_r, aimantation rémanente

$$M_r = \frac{M_0}{\frac{4}{3}\pi r^3} \quad \text{en } A\,m^{-1}$$

14. on utilise la "règle de la main droite" → en enroulant la main droite selon I, le pouce indique la direct° de $\vec{B}$

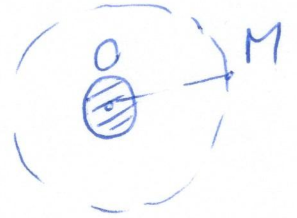


15. à l'aplomb des bobines, $\vec{j}$ apparaît selon $\vec{u_\theta}$ et s'oppose aux causes qui lui ont donné naissance (loi de Lenz)
→ $\vec{j}$ "tourne" donc en sens inverse de I

$$\left(\lim_{r\to\infty} E_p(r) = 0\right)$$

16. $\vec{F} = -\vec{grad}\, E_p$ avec $\vec{F} = -\frac{GMM_T}{r^2}\vec{u_r} \rightarrow E_p(r) = -\frac{GMM_T}{r}$

or, on a $\left.\begin{array}{l} r = R_T + h \\ g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{E_p(h) = -\frac{Mg_0 R_T^2}{R_T + h}}$

17. 

PFD selon $\vec{u_r}$: $-M\frac{v^2}{r} = -\frac{GMM_T}{r^2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$

or $\left.\begin{array}{l} GM_T = g_0 R_T^2 \\ r = R_T + h \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T + h}}}$

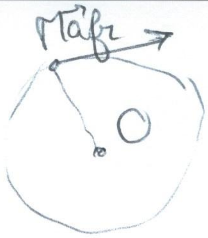
Puis $E = E_c + E_p = \frac{1}{2}Mv^2 - \frac{Mg_0 R_T^2}{R_T + h} = \boxed{-\frac{Mg_0 R_T^2}{2(R_T + h)} = E}$

18. $v_1 = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T + h_1}}$ $\quad v_0 = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T + h_0}}$: $\underline{h_1 > h_0 \rightarrow v_1 < v_0}$

le satellite va donc accélérer en changeant d'orbite !

<u>AN</u> : $\left\{\begin{array}{l} v_1 = \sqrt{\frac{10 \times (6{,}4.10^6)^2}{7{,}4.10^6}} = 7{,}5.10^3\,m.s^{-1} \\ v_0 = \sqrt{\frac{10 \times (6{,}4.10^6)^2}{6{,}6.10^6}} = 8{,}0.10^3\,m.s^{-1} \end{array}\right.$

$\underline{\Delta v \simeq 0{,}5\,km.s^{-1}}$

19. 

$$\frac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}(\vec{M a_{fr}}) = -M a_{fr} \times v$$

20. or $v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T+h}}$ et $E_m = -\frac{M g_0 R_T^2}{2(R_T+h)}$

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{M g_0 R_T^2}{(R_T+h)^2}\frac{dh}{dt} = -M a_{fr}\sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T+h}}$$

↳ $\frac{dh}{(R_T+h)^{3/2}} = -\frac{a_{fr}}{g_0}\frac{\sqrt{g_0}}{R_T}\,dt$

$$\int_{h_1}^{h_0}\frac{dh}{(R_T+h)^{3/2}} = -\frac{a_{fr}}{\sqrt{g_0}\,R_T}\int dt$$

$$\left[-\frac{2}{\sqrt{R_T+h}}\right]_{h_1}^{h_0} = -\frac{a_{fr}}{\sqrt{g_0}\,R_T}\Delta t$$

$$\boxed{\Delta t = \frac{2\sqrt{g_0}\,R_T}{a_{fr}}\left(\frac{1}{\sqrt{R_T+h_0}} - \frac{1}{\sqrt{R_T+h}}\right)}$$

AN : $\Delta t \simeq 2.10^7\,s \simeq 220$ jours

$\Delta t \simeq 7$ mois

21. $m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g_0} - \frac{m}{\tau}\vec{v}$ $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau}\vec{v} = \underbrace{\tau\vec{g_0}}_{\vec{v_\infty}}$

après qq τ, on a donc $\vec{v}(t) \simeq \vec{v_\infty} = -\tau g_0 \vec{u_z}$

22. Par définition, on a : $\vec{j_g} = n^*\vec{v_\infty} = -\tau g_0 n^* \vec{u_z}$

23. Loi de Fick : $\vec{j_d} = -D\,\vec{\text{grad}}\,n^* = -D\frac{dn^*}{dz}\vec{u_z}$

24. $D = u^2\tau$ $[u^2] = \frac{[D]}{[\tau]} = \frac{L^2T^{-1}}{T} = (LT^{-1})^2$ $\boxed{[u] = LT^{-1}}$

u et D sont reliés à l'agitat° thermique : si T ↗, D et u ↗

25. En R-S, on a : $\vec{j_g} + \vec{j_d} = \vec{0} \rightarrow \frac{dn^*}{dz} + \underbrace{\frac{\tau g_0}{D}}_{\frac{1}{H}} n^* = 0$

donc $n^* = n_0 e^{-z/H}$ $\boxed{H = \frac{D}{\tau g_0}}$

26. sur la figure 5, on a environ $z = a\ln n^* + b = -|a|\ln n^* + b$

donc $\ln n^* = \ln n_0 - \frac{1}{|a|}z$ → le modèle est vérifié avec

pour $z \in [0, 60\,km]$ $H = |a|$ → pente $H = \frac{50\,km}{4,6} \simeq 11\,km$

27. $\mathcal{P}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{v} = -K\rho(h)\,v^3 \quad \frac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}(\vec{F})$

on suppose l'orbite quasi-circulaire, avec $h \ll R_T$: $v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T+h}} \simeq \sqrt{g_0 R_T}$

et $\frac{dE_m}{dt} = + \frac{M g_0 R_T^2}{2(R_T+h)^2}\frac{dh}{dt} \simeq \frac{M g_0}{2}\frac{dh}{dt}$

on trouve donc $\frac{M g_0}{2}\frac{dh}{dt} = -K\rho_0 e^{-h/H}(g_0 R_T)^{3/2}$

$\rightarrow$ (E) $e^{h/H}\,dh = -\frac{2K\rho_0}{M g_0}(g_0 R_T)^{3/2}\,dt$

$\rightarrow$ on intègre entre $\begin{cases} t=0 \\ h=h_0 \end{cases}$ et $\begin{cases} t \\ h(t) \end{cases}$ $\quad e^{h_0/H} - e^{h(t)/H} = \frac{t}{\tau}$

28. on veut donc la date t_1

telle que $h(t_1) = 0 \rightarrow t_1 = \tau\left[e^{h_0/H} - 1\right]$ $\quad \boxed{\tau = \frac{M g_0 H}{2K\rho_0 (g_0 R_T)^{3/2}}}$

<u>AN</u> : $t_1 = 7.10^{-2}\left[e^{18,18} - 1\right] \simeq 5{,}5.10^5\,s \simeq 60$ jours $\simeq 2$ mois

29. Pour l'ISS, on a $h_{ISS} = 2h_0 \rightarrow e^{h_{ISS}/H} \simeq (e^{h_0/H})^2 \rightarrow \underline{t'_1 = t_1^2}$

on trouve donc environ $t'_1 \simeq 30.10^{10}\,s \simeq 3$ millions de jours !

on ne voit donc quasiment pas les effets de la force dissipative à cette altitude !

30. $\vec{B} = \frac{\mu_0 \mathcal{M}}{4\pi r^3}\left[2\cos\theta\,\vec{e_r} + \sin\theta\,\vec{e_\theta}\right] \xrightarrow[\begin{cases}\vec{e_r} = \vec{u_x} \\ \vec{e_\theta} = -\vec{u_z}\end{cases}]{\text{en } \theta = \pi/2} \vec{B}_0 = -\frac{\mu_0 \mathcal{M}}{4\pi(R_T+h)^3}\vec{u_z}$

$B_e = \frac{\mu_0 \mathcal{M}}{4\pi R_T^3} \rightarrow \boxed{\vec{B}_0 = -B_e\left[1 - \frac{3h}{R_T}\right]\vec{u_z}}$ avec 1 DL : $(1+\frac{h}{R_T})^{-3} \simeq 1 - \frac{3h}{R_T}$

31. on a déjà vu à la Q°17 : $v_0 = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T+h}}$ $\vec{v}$ est selon $\vec{u_y}$; pour trouver son sens, on doit avoir la force de Laplace résistante

$d\vec{F_L} = I\,d\vec{l} \wedge \vec{B}_0 = -I\,dx\,\vec{u_x} \wedge -B_0\vec{u_z} = -I B_0\,dx\,\vec{u_y}$

$\hookrightarrow$ <u>le satellite se déplace selon $\vec{u_y}$</u>

32. $\begin{cases} R_0 = \dfrac{1}{\gamma_{Al}} \dfrac{\ell}{\Delta} \rightarrow AN : R_0 = \dfrac{5.10^3}{3{,}7.10^7 \times 10^{-6}} = 1{,}5.10^2\,\Omega \\ m_0 = \rho_{Al}\, \ell \Delta \rightarrow AN : m_0 = 2{,}7.10^3 \times 5.10^3 \times 10^{-6} = 13{,}5\ \text{kg} \end{cases}$

la masse m_0 peut donc être emmené dans l'espace.

la résistance R_0 permet donc qq A. pour une ddp de qq centaines de V

33. loi de Faraday $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -B_0 \ell v_0 \Rightarrow \underline{|e| = B_0 \ell v_0}$

$\underline{AN} : |e| \simeq \underline{740V}$

34. on a alors $e = R_0 I \rightarrow |I| = \dfrac{e}{R_0} = \underline{5A}$

la force de Laplace vaut alors $\vec{f} = -I\ell B_0 \vec{u_y}$

$|f| = I\ell B_0 = \underline{5.10^{-1}\,N}$

cette force est à comparer à l'attract$^{\circ}$ terrestre à l'altitude h, qui vaut $\dfrac{GMM_T}{(R_T+h)^2} = \dfrac{Mv_0^2}{R_T+h} \rightarrow F_{grav} = \dfrac{10^3 \times (7{,}4.10^3)^2}{6{,}6.10^6}$

$\underline{F_{grav} \simeq 8.10^3\,N}$

on a alors $\dfrac{f}{F_{grav}} \simeq 10^{-4}$: la force de frottem^t est très faible $\Rightarrow$ elle va agir sur plusieurs mois...