

# REVISIONS ETE

## Mécanique

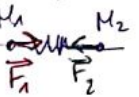
1. Mot circulaire uniforme  $\dot{\theta} = \omega$   $v = R\omega = \text{cte}$   
 $\vec{OM} = R\vec{e}_r$   $\vec{v} = R\omega\vec{e}_\theta$   $\vec{a} = -R\omega^2\vec{e}_r = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r$

mot non uniforme circulaire:  $v = R\omega(t)$

$$\vec{OM} = R\vec{e}_r \quad \vec{v} = R\omega(t)\vec{e}_\theta \quad \vec{a} = -R\omega^2\vec{e}_r + R\dot{\omega}\vec{e}_\theta = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r + \frac{dv}{dt}\vec{e}_\theta$$

2. a) 

$$\vec{F}_1 = -k(x - l_0)\vec{u}_x \quad \vec{F}_2 = k(h - x)\vec{u}_x \rightarrow \vec{F}_{\text{tot}} = k(h + l_0 - 2x)\vec{u}_x$$

b) 

$$\vec{F}_1 = k(x_2 - x_1 - l_0)\vec{u}_x \quad \vec{F}_2 = -k(x_2 - x_1 - l_0)\vec{u}_x$$

c) 

$$\vec{F}_1 = -k(x - h - l_0)\vec{u}_x$$

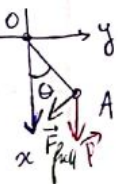
d)   $\vec{F}_1 = k(z - l_0)\vec{u}_z$

e) 

vecteur  $\vec{M_1M_2} \rightarrow$  direction de la force  

$$\vec{F}_1 = k(M_1M_2 - l_0) \frac{\vec{M_1M_2}}{\|\vec{M_1M_2}\|}$$

$$\vec{M_1M_2} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix} \quad \vec{F}_2 = -k(M_1M_2 - l_0) \frac{\vec{M_1M_2}}{\|\vec{M_1M_2}\|}$$

3. 

\* Approche énergétique

$$\mathcal{E}_p = -mgx = -mgl \cos \theta$$

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(l\dot{\theta})^2$$

TEM  $\frac{d\mathcal{E}_m}{dt} = -k v^2 = -k(l\dot{\theta})^2$

$$+ mgl \ddot{\theta} \sin \theta + ml^2 \ddot{\theta} = -kl^2 \dot{\theta}^2$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{k}{m} \dot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

\* loi du mot de réf cylindrique. TRC

$J = ml^2$  tension du fil  $\rightarrow$  moment nul

moment poids:  $-l \sin \theta \cdot mg \vec{u}_z$  moment frot  $-k l^2 \dot{\theta} \vec{u}_z$

$$J\ddot{\theta} = -l \sin \theta \cdot mg - k l^2 \dot{\theta} \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{k}{m} \dot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

b) régime pseudo-périodique

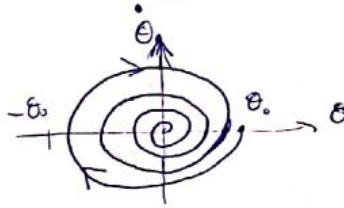
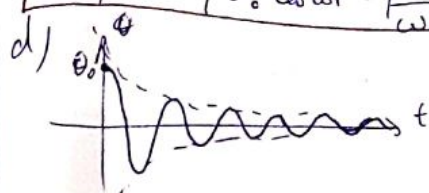
condition  $\frac{k^2}{m^2} - 4 \frac{g}{l} < 0 \Leftrightarrow k < \sqrt{4 \frac{m^2 g}{l}}$

c) petits angles  $\sin \theta \approx \theta$   $\theta(t) = e^{-\beta t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$

à  $t=0$   $\theta = \theta_0$ ,  $\dot{\theta} = 0 \rightarrow A = \theta_0$   $-\beta \theta_0 + B\omega = 0$

$$B = -\frac{\beta \theta_0}{\omega}$$

$$\theta(t) = e^{-\beta t} \left( \theta_0 \cos \omega t - \frac{\beta \theta_0}{\omega} \sin \omega t \right)$$



$$\beta = \frac{k}{2m} \quad \omega = \sqrt{\frac{4g}{l} - \frac{k^2}{m^2}}$$

$$\dot{\theta}(t) = -\beta e^{-\beta t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t) + e^{-\beta t} (-A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t)$$

4. 

a)  $m\ddot{x} = -k(x - l_0) - \lambda \dot{x} + F_c \Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{\lambda}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{F_c}{m} + \frac{k l_0}{m}$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 X_0$$

$$\omega_0 = \frac{\lambda}{m} \rightarrow Q = \frac{m\omega_0}{\lambda} = \frac{m}{\lambda} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\sqrt{k m}}{\lambda}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$X_0 = l_0 + \frac{F_c}{k}$$

pseudo-périodique

$$x(t) = X_0 + e^{-\beta t} (A \cos \Omega t + B \sin \Omega t) \quad \beta = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_0}{2Q}$$

Sol de l'eq homogène

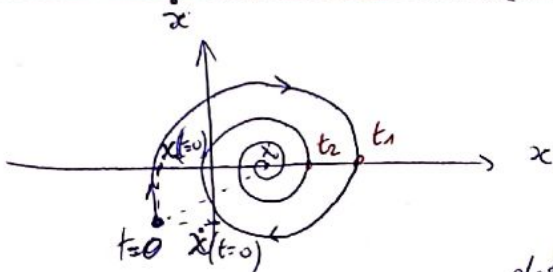
$$x^2 + \frac{\omega_0}{Q}x + \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 < 0 \text{ on pseudo périodique}$$

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\omega_0^2}{4Q^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

$$x(t) = X_0 + e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} A \cos(\Omega t + \varphi)$$

b)



$X_0$  pt attracteur  
 $x(t=0)$   
 $x'(t=0)$  } coord pt de départ.

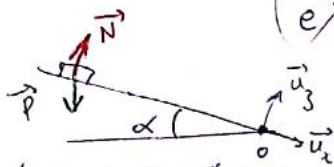
$$\Omega = \frac{2\pi}{t_2 - t_1} = \frac{2\pi}{T}$$

il faut déterminer  $\tau$ .

décroissement logarithmique  $\delta = \ln \left( \frac{x(t) - X_0}{x(t+T) - X_0} \right)$

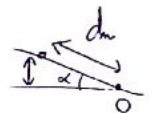
$$\delta = \ln \left( \frac{e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}}{e^{-\frac{\omega_0 (t+T)}{2Q}}} \right) = \frac{\omega_0 T}{2Q} = \frac{T}{\tau}$$

5.



$$\vec{P} = -mg \cos \alpha \vec{u}_3 + mg \sin \alpha \vec{u}_2$$

$$\vec{N} = mg \cos \alpha \vec{u}_3$$



$t=0$  en O vitesse  $v_0$

$$E_m = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0$$

$$E_{p \max} = \frac{1}{2} m v_0^2 = mg d_{\max} \sin \alpha$$

$E_m = 0$  au cours du movt.

$$d_{\max} = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

6. Pour modifier l'énergie cinétique d'une particule  $\rightarrow$  ch. électrique  
 Pour courber la trajectoire sans fournir d'énergie  $\rightarrow$  ch. magnétique ( $\vec{F} \perp \vec{v}$ )

7. gl la Terre  $J = \frac{1}{3} M_T R_T^2$   $\odot G J = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (6.4 \cdot 10^6)^2 = 82 \cdot 10^{24+12} = 8.2 \cdot 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$   
 moment cinétique  $J\dot{\theta}$   $\dot{\theta} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60}$   $L_{axe} \approx 6 \cdot 10^{33} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

b)  $r_0 = 53 \text{ pm} = 53 \cdot 10^{-12} \text{ m}$  modèle de Bohr

$$f = 6.6 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$L_e = r_0^2 \cdot \omega \cdot m_e = (53 \cdot 10^{-12})^2 \cdot 2\pi \cdot 6.6 \cdot 10^{15} \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} = 1 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

c) machine à lava

$$J = 0.9 \text{ m} R^2 \quad \omega = 1000 \text{ tr/min} = \frac{1000 \cdot 2\pi}{60} \text{ rad/s}$$

$$L_{mach} = J\omega = 0.9 \cdot 5 \cdot 0.25^2 \cdot \frac{1000 \cdot 2\pi}{60} = 30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

8. vitesse de libération à la surface de la Terre

$$\text{énergie mécanique} = E_p + E_c = -\frac{mM_T G}{R_T} + \frac{1}{2} m v^2$$

EF: libération  $E_m = 0$   $r = R_T$   
 $\frac{1}{2} m v_L^2 - \frac{mM_T G}{R_T} = 0$

9. a) Ref géocentrique

b) satellite sur orbite rasante:  $r \approx R_T$   $\vec{a} = -\frac{m v^2}{R_T} \vec{e}_r = -\frac{m M_T G}{R_T^2} \vec{e}_r$   
 $\Leftrightarrow v_L = \sqrt{\frac{M_T G}{R_T}}$   $E_m = -\frac{m M_T G}{R_T} + \frac{1}{2} m \frac{M_T G}{R_T} = -\frac{m M_T G}{2 R_T}$

$\Leftrightarrow v_L = \sqrt{\frac{2 M_T G}{R_T}}$  AN:  $v_L \approx 11.2 \text{ km/s}$   
 $mg = \frac{m M_T G}{R_T^2} \Leftrightarrow \frac{M_T G}{R_T} = R_T g_0$

AN:  $E_m = -50 \cdot 6400 \cdot 10^3 \cdot 9.8 \approx 3 \cdot 10^9 \text{ J}$

c) énergie initiale  $E_p + E_{cin} \leftarrow$  due à la rotation de la Terre  $\frac{m v_T^2}{2}$  avec  $v_T$  dépendant de la latitude

$v_T = r_i \dot{\theta} = r_i \frac{2\pi}{T} = R_T \cos \lambda \cdot \frac{2\pi}{T}$   
 $\cos \lambda = \frac{r_i}{R_T}$   $E_k = -6.2 \cdot 10^9 \text{ J}$

$E_i(Kourou) = 1.1 \cdot 10^7 \text{ J}$   $E_i(Paris) = 0.55 \cdot 10^7 \text{ J}$   
 $E_i$  2 fois plus petite à Paris  
 il faut lancer vers l'Est pour maximiser l'énergie  
 d) satellite géostationnaire  
 orbite de plan équatorial  
 Kourou + proche.

10 - diapason  $\lambda_0$   $f = 440 \text{ Hz}$   $A = 0,5 \text{ mm}$  amplitude

a) vitesse max de l'extrémité  $= A\omega = A \cdot 2\pi f = \underline{1,4 \text{ m/s}}$

b) accélération max  $= A\omega^2 = A(2\pi f)^2 = \underline{3,8 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-2}}$

$$\xi = A \cos(\omega t)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t)$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t)$$

11.  $u(t) = u_0 \cos(2\pi \nu t)$

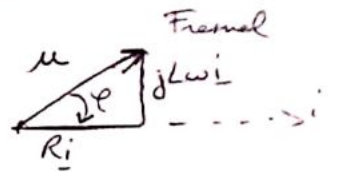
$i(t) = i_0 \cos(2\pi \nu t + \varphi)$   
 $\underline{i}(t) = i_0 e^{j(2\pi \nu t + \varphi)}$

(g)  $\underline{u}(t) = u_0 e^{j(2\pi \nu t + \varphi)}$   
 amplitude

$u = Z i$

$Z = \frac{u}{i} = \frac{u_0}{i_0} e^{-j\varphi}$

(c)  $Z = R + jL\omega$



d)  $u_0 \cos \varphi = R i_0 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{R i_0}{u_0} = \frac{49 \cdot 0,4}{200} = \underline{0,8}$

$\varphi = -\arccos(0,8)$

$\varphi = -0,64 \text{ rad}$

12. a)  $s_1(t) = S_1 \cos(\omega t)$

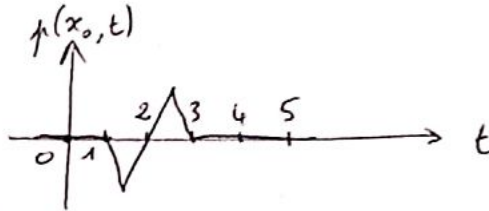
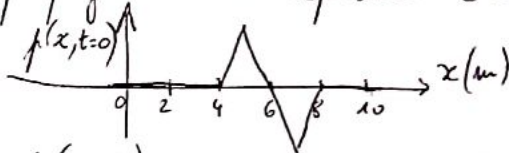
$s_2$  en quadrature de phase :  $s_2(t) = S_2 \sin(\omega t)$  ou  $s_2(t) = -S_2 \sin(\omega t)$

b)  $s_1 + s_2$  amplitude de  $s_1 + s_2 : \sqrt{S_1^2 + S_2^2}$  (Pythagore)

(c) si  $S_1 = S_2$  l'amplitude de  $s_1 + s_2$  est  $S_1 \sqrt{2}$ .

d)  $s_1 + s_2 = S_1 \cos(\omega t) + S_2 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = S_1 \cos(\omega t) - S_1 \sin(\omega t) = S_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$

13 - propagation non dispersive  $c = 2 \text{ m/s}$



$x_0 = 10 \text{ m}$

$f(x, t) = f(x_0 - ct) = f(x_0 - ct, 0)$

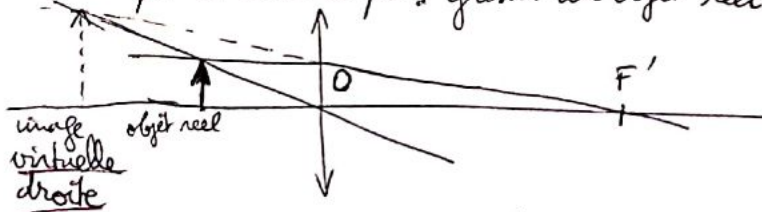
14 - Interférence

Si  $S_1, S_2$  a) le système étudié possède une symétrie de révolution autour de l'axe  $S_1 S_2$  la figure d'interférence sera des cercles concentriques centrés sur C dans le plan.

b) vibrations émises en phase. En C, ça dépend! le point C sera un lieu d'interférences constructives si la distance  $S_1 S_2$  est un multiple entier de la longueur d'onde  $\lambda$ ; destructives si  $S_1 S_2$  vaut  $m\lambda + \frac{\lambda}{2}$ .

$S_1 S_2 = m\lambda \quad m \in \mathbb{N}$

15 - Principe d'une loupe : grossir un objet réel

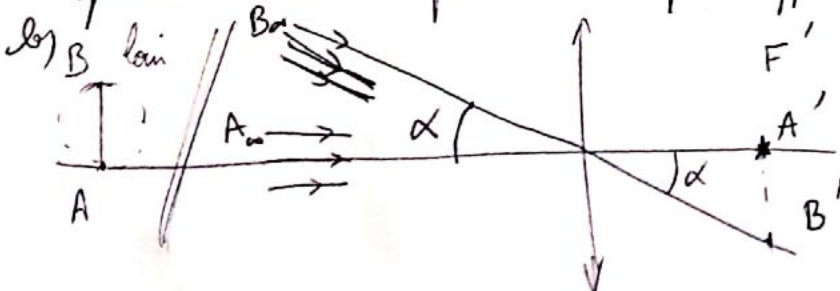


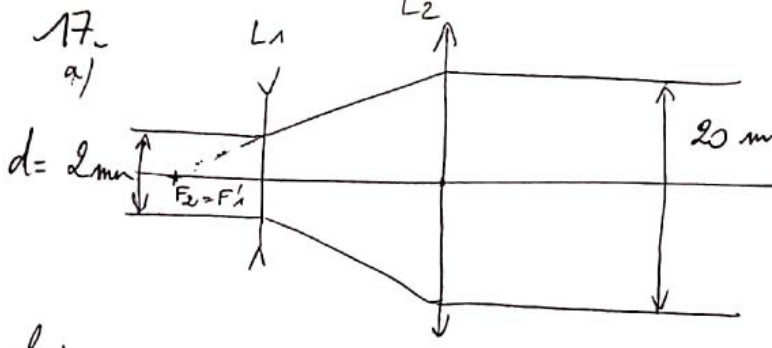
Effet loupe: il faut que l'objet soit entre le foyer objet et la lentille.

16. a) conditions de Gauss : on se limite aux rayons paraxiaux c'est à dire aux rayons proches de l'axe et peu inclinés par rapport à l'axe.

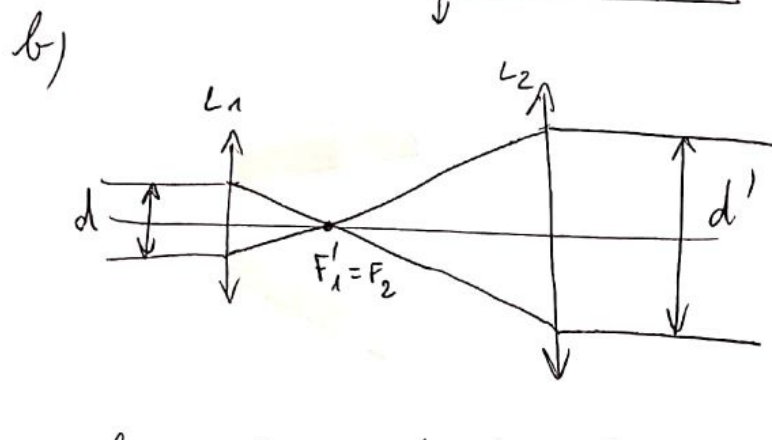
$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{A'B'}{f'}$

$A'B' = \alpha \cdot f'$



17. a)   $d = 2 \text{ mm}$   $d' = 20 \text{ mm}$   $f_2 = 10$   $f_1 = -5 \text{ mm}$

Thales:  $\frac{d}{d'} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{10}$

b)   $d$   $d'$   $f_2 = 10$   $f_1 = 5 \text{ mm}$

$O_1 O_2 = O_1 F_1 + F_2 O_2 = -5 + 50 = 45 \text{ mm}$

$\frac{d}{d'} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{10}$

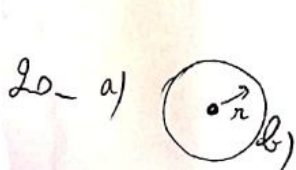
$O_1 O_2 = f_1 + f_2 = 5 + 50 = 55 \text{ mm}$

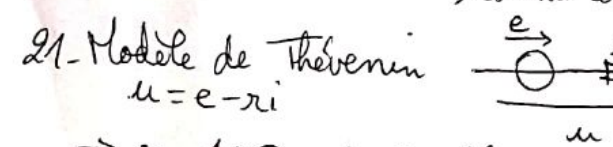
18. laser  $\Delta E = 2,28 \text{ eV} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$   
 $\Delta E = 2,28 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$   
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$   $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$   
 $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 5,4 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 540 \text{ nm}$  vert.

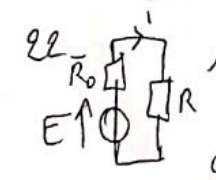
19.  $\lambda_{DB} = \frac{h}{p}$  a) homme 75 kg, 5 km/h  
 $p = 75 \cdot \frac{5000}{3600} \text{ kg.m.s}^{-1}$   $\lambda_{DB} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3,6}{75 \cdot 5} = 6,3 \cdot 10^{-36} \text{ m}$   
 aucun risque de diffracter par une porte (même en courant très vite)

b) électron. on veut  $\lambda_{DB} = 0,1 \text{ nm}$  soit  $p = \frac{h}{\lambda_{DB}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{1 \cdot 10^{-10}} = 6,6 \cdot 10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1}$   
 hypothèse e- non relativiste  $p = mv \rightarrow v = \frac{p}{m} = \frac{6,6 \cdot 10^{-24}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 7,2 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1} \ll c$  hyp OK  
 donc il faut leur communiquer une énergie  $E = \frac{1}{2}mv^2 = 2,4 \cdot 10^{-17} \text{ J} = 147 \text{ eV}$

c)  $E_c = 100 \text{ eV}$  électron  $\lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_c}} = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,12 \text{ nm}$   
 $E_c = \frac{p^2}{2m}$  (non relativiste) proton  $\lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{2m_p E_c}} = 2,9 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 2,9 \text{ pm}$

20. a)   $r \sim 10^{-10} \text{ m} \rightarrow$  Heisenberg  $\Delta x \Delta p \geq \hbar$   $\Delta v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{\hbar}{m \Delta x} = \frac{10^{-34}}{10^{-30} \cdot 10^{-10}} \approx 10 \text{ m/s}$   
 b) un tour  $= 2\pi r = n\lambda = \frac{nh}{p} \Leftrightarrow r = \frac{nh}{p}$  c)  $r = \frac{nh}{p}$  d)  $r = \frac{nh}{p} \Leftrightarrow r = \frac{n^2 \hbar^2}{2m_e e^2}$   
 le rayon  $r_n$  varie en  $n^2$ . e)  $E_n = E_p + E_c = \frac{E_p}{2} - E_c = -\frac{p^2}{2m}$  varie en  $\frac{1}{r}$  donc en  $\frac{1}{n^2}$

21. Modèle de Thévenin   $u = e - ri$   
 $\Rightarrow r = 10 \Omega$  et  $e = 22 + 10 \cdot 2 = 42 \text{ V}$   
 on cherche la droite passant par les 2 pts donnés  
 $\begin{cases} u_1 = e - r i_1 \\ u_2 = e - r i_2 \end{cases} \Rightarrow u_1 - u_2 = r(i_2 - i_1) \Rightarrow r = \frac{u_1 - u_2}{i_2 - i_1} = \frac{30 - 22}{2 - 1,2} = \frac{8}{0,8}$

Dans la seconde expérience, puissance fournie:  $P_f = u \cdot i = 30 \cdot 1,2 = 36 \text{ W}$   
 puissance perdue par effet Joule:  $P_J = ri^2 = 10 \cdot 1,2^2 = 14,4 \text{ W}$   
 22.   $i = \frac{E}{R + R_0}$   $P_{dis} = Ri^2 = \frac{RE^2}{(R + R_0)^2}$  maximal pour  $R = R_0$  on a alors:  
 $\frac{dP}{dR} = \frac{E^2}{(R + R_0)^2} - \frac{2RE^2}{(R + R_0)^3} = \frac{E^2}{(R + R_0)^3} (R + R_0 - 2R) = \frac{E^2}{(R + R_0)^3} (R_0 - R)$   
 en  $P_{dis} = \frac{E^2}{4R}$   $\rightarrow$  rendement 50%

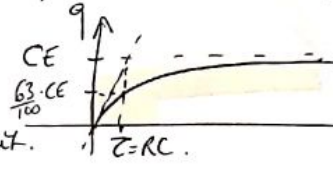
23.  a)  $E = u_R + u_C = Ri + \frac{q}{C}$  avec  $i = \frac{dq}{dt}$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$$

b) à  $t=0$ ,  $q=0$  solution  $q(t) = CE + \lambda e^{-t/RC}$

$q(t=0) = 0 = CE + \lambda \Rightarrow \lambda = -CE$  sol part. sol de l'éq. homogène

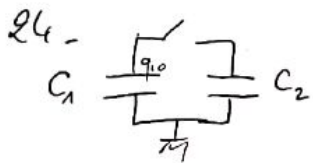
$$q(t) = CE(1 - e^{-t/RC})$$



c)  $\tau = RC$  constante de temps du circuit.

au bout de  $3\tau$  le condensateur est chargé à 95%.  $(1 - e^{-3}) = 95\%$

d) à la fin de l'opération, la charge du condensateur est  $CE$   
soit une énergie emmagasinée de  $\frac{1}{2} CE^2$



a) Énergie emmagasinée :  $\frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C_1} = W_i$

b) interrupteur fermé équilibre des condensateurs pour  $U_f$

tel que  $q_1 + q_2 = q_0$  et  $U_f = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \Rightarrow \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_0 - q_1}{C_2}$

$\Rightarrow q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} q_0$  ;  $q_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} q_0$

$\Rightarrow q_1 \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{q_0}{C_2}$

finally  $U_f = \frac{q_0}{C_1 + C_2}$

c)  $W_f$  vaut alors :  $W_f = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{C_1 q_0^2}{(C_1 + C_2)^2} + \frac{1}{2} \frac{C_2 q_0^2}{(C_1 + C_2)^2} = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C_1 + C_2}$

$W_f - W_i = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C_1 + C_2} - \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C_1} = \frac{q_0^2}{2} \left( \frac{1}{C_1 + C_2} - \frac{1}{C_1} \right) = - \frac{q_0^2}{2} \frac{C_2}{C_1(C_1 + C_2)}$

d) ajout d'une résistance.  $U_f$  et  $W_f$  sont inchangées

e) éq. différentielle vérifiée par  $q_1(t)$

  $i = \frac{u_1 - u_2}{R} = -\frac{dq_1}{dt} = \frac{dq_2}{dt} \Rightarrow \frac{dq_1}{dt} + \frac{q_1}{RC_1} = \frac{q_0 - q_1}{RC_2} \Leftrightarrow \left( \frac{dq_1}{dt} + \frac{q_1}{R \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)} \right) = \frac{q_0}{RC_2}$

on pose  $\tau = \frac{RC_1 C_2}{C_1 + C_2}$

$q_1(t) = \frac{C_1 q_0}{C_1 + C_2} + \lambda e^{-t/\tau}$

à  $t=0$   $q_1 = q_0 \rightarrow \frac{C_1 q_0}{C_1 + C_2} + \lambda = q_0 \rightarrow \lambda = q_0 \left( 1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} \right) = \frac{C_2}{C_1 + C_2} q_0$

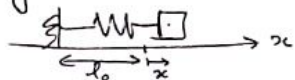
$q_1(t) = \frac{q_0}{C_1 + C_2} (C_1 + C_2 e^{-t/\tau}) \rightarrow i(t) = -\frac{dq_1}{dt} = + \frac{C_2 q_0}{C_1 + C_2} \cdot \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$

$i(t) = \frac{q_0}{RC_1} e^{-t/\tau}$

$Q = \int_0^{+\infty} R i^2 dt = \int_0^{+\infty} R \frac{q_0^2}{R^2 C_1^2} e^{-2t/\tau} dt = \frac{q_0^2}{RC_1^2} \left[ -\frac{\tau}{2} e^{-2t/\tau} \right]_0^{+\infty}$

$Q = \frac{q_0^2}{RC_1^2} \left( \frac{\tau}{2} \right) = \frac{q_0^2}{RC_1^2} \frac{RC_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{q_0^2 C_2}{2 C_1 (C_1 + C_2)} = \frac{W_i - W_f}{2} \cdot \text{indépendante de } R.$

25. système masse ressort avec frotl.



$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$$

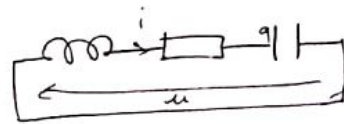
$$m\ddot{x} = -kx - \lambda\dot{x}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{\lambda}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

grandeurs analogues:

| méca | $x$ | $v$ | $m$ | $k$   | $\lambda$ |
|------|-----|-----|-----|-------|-----------|
| elec | $q$ | $i$ | $L$ | $1/C$ | $R$       |

circuit RLC série

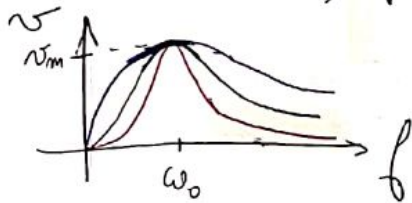
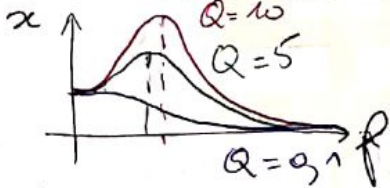


$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$u = L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = 0 \quad (\text{réponse libre})$$

$$\Leftrightarrow \ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{q}{LC} = 0$$

26. Courbe de résonance en élongation

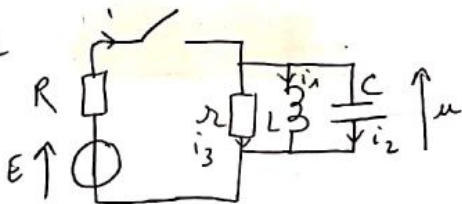


résonance pour  $Q \gg \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < \omega_0$

maximum d'autant + grand que Q est grand

résonance en vitesse  $\forall Q$  à  $\omega_0$ .

27.



a) continuité de  $u$  (bornes du condensateur) et de  $i_1$  (à travers la bobine)

Donc à  $t=0^+$ :  $u=0$ ,  $i_1=0$ ,  $i_3 = \frac{u}{r} = 0$ ,  $i_2 = i$   
 $i = \frac{E-u}{R} = \frac{E}{R} = i_2$

b) régime établi  $\frac{1}{s} \equiv \frac{1}{s} - \frac{1}{m} \equiv \frac{1}{m}$  donc  $u=0$  et  $i_2=0$ ,  $i_3 = \frac{u}{r} = 0$ ,  $i_1 = i$ ,  $i = \frac{E-u}{R} = \frac{E}{R} = i_1$

c) Eq diff  $i = \frac{E-u}{R} = i_1 + i_2 + i_3$   $i_2 = C\frac{du}{dt}$   $u = L\frac{di_1}{dt}$   $u = ri_3$

donc  $-\frac{du}{dt} \cdot \frac{1}{R} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt} \Leftrightarrow -\frac{1}{R} \frac{di_3}{dt} = \frac{ri_3}{L} + rC\frac{d^2i_3}{dt^2} + \frac{di_3}{dt}$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2i_3}{dt^2} + \left(\frac{1}{rC} + \frac{1}{RC}\right)\frac{di_3}{dt} + \frac{1}{LC}i_3 = 0$$

d)  $\ddot{i}_3 + 2\lambda\omega_0\dot{i}_3 + \omega_0^2 i_3 = 0$   $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$   $2\lambda\omega_0 = \frac{2\lambda}{\sqrt{LC}} = \frac{R+r}{RrC}$

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{R+r}{Rr} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

e) eq caractéristique  $\rightarrow X^2 + 2\lambda\omega_0 X + \omega_0^2 = 0$   $\Delta = 4\lambda^2\omega_0^2 - 4\omega_0^2 = (2\omega_0)^2(\lambda^2 - 1)$

régime pseudo périodique si  $\Delta < 0$  soit  $\lambda < 1 \Leftrightarrow \frac{R+r}{2Rr} \sqrt{\frac{L}{C}} < 1$

f)  $\lambda$  caractérise l'amortissement.

$$i_3(t) = e^{-\lambda\omega_0 t} (A \cos(\omega_0 \sqrt{1-\lambda^2} t) + B \sin(\omega_0 \sqrt{1-\lambda^2} t))$$

$$i_3(t=0) = 0 \rightarrow A = 0$$

$$\frac{di_3}{dt} = \frac{1}{r} \frac{du}{dt} = \frac{1}{r} \frac{i_2}{C} \stackrel{t=0}{=} \frac{1}{r} \frac{E}{RC}$$

$$\frac{di_3}{dt} = (-\lambda\omega_0 B \sin(\omega_0 \sqrt{1-\lambda^2} t) + B\omega_0 \sqrt{1-\lambda^2} \cos(\omega_0 \sqrt{1-\lambda^2} t)) e^{-\lambda\omega_0 t}$$

$$B\omega_0 \sqrt{1-\lambda^2} = \frac{E}{rRC} \rightarrow B = \frac{E/rRC}{\omega_0 \sqrt{1-\lambda^2}}$$

chgt origine des  $t=0$   
 In) ouverture de l'interrupteur à  $t=0$ .  
 $u=0$ ,  $i_1 = \frac{E}{R}$  continu,  $i_3 = 0$ ,  $i_2 = -\frac{E}{R}$

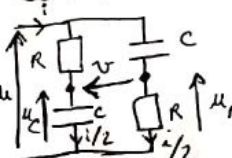
en régime établi les grandeurs tendent vers 0.  
 eq diff  $i_1 + i_2 + i_3 = 0 \rightarrow \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt} = 0 \Leftrightarrow \frac{ri_3}{L} + Cr \frac{d^2 i_3}{dt^2} + \frac{di_3}{dt} = 0$   
 $\Leftrightarrow \frac{d^2 i_3}{dt^2} + \frac{1}{rC} \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{LC} i_3 = 0$ .  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$   $2\lambda' \omega_0 = \frac{2\lambda'}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{rC}$   
 $\lambda' = \frac{1}{2r} \sqrt{\frac{L}{C}}$

pseudo périodique si  $\frac{1}{2r} \sqrt{\frac{L}{C}} < 1$   
 $i_3(t) = e^{-\lambda' \omega_0 t} (A' \cos(\omega_0 \sqrt{1-\lambda'^2} t) + B' \sin(\omega_0 \sqrt{1-\lambda'^2} t))$   
 $i_3(t=0^+) = 0 \rightarrow A' = 0$ .  $\frac{di_3}{dt}(t=0^+) = \frac{1}{r} \frac{i_2(t=0^+)}{C} = -\frac{1}{r} \frac{E}{RC} \rightarrow B'$

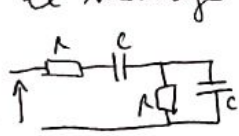
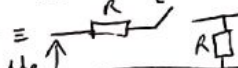
28-  $m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + m \omega_0^2 x = 0 \quad \gamma > 0$   
 a)  $\Delta = \gamma^2 - 4\omega_0^2$   
 $\Delta > 0$  si  $\gamma > 2\omega_0$  régime aperiodique  $\rightarrow Q < \frac{1}{2}$   
 $\Delta = 0$  si  $\gamma = 2\omega_0$  critique  $Q = \frac{1}{2}$   
 $\Delta < 0$  si  $\gamma < 2\omega_0$  pseudo-périodique  $Q > \frac{1}{2}$

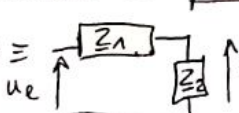
forme canonique  $\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$   $\frac{\omega_0}{Q} = \gamma$

b) temps typique du transitoire:  $\boxed{\frac{2Q}{\omega_0} = \frac{2}{\gamma} = \tau}$

29-  $u = U_0 \cos(\omega t)$   $v = V_0 \cos(\omega t + \phi)$   
  
 a)  $u_c = \frac{1}{j\omega C} u = \frac{1}{1 + Rj\omega C} u$   $u_R = \frac{Rj\omega C}{1 + Rj\omega C} u$   
 $v = u_c - u_R = \frac{1 - Rj\omega C}{1 + Rj\omega C} u \Rightarrow V_0 = \frac{|1 - Rj\omega C|}{|1 + Rj\omega C|} U_0 = U_0$   
 $\phi = \arg(1 - Rj\omega C) - \arg(1 + Rj\omega C) = \arctan(-R\omega C) - \arctan(R\omega C)$   
 circuit déphaseur.

Dans  $V_0 = U_0$  et  $\phi = -2 \arctan(R\omega C)$ .  
 b) cas  $R\omega C = 1$ :  $\phi = -2 \cdot \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2}$   $v = U_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = U_0 \sin(\omega t)$   
 le montage déphase le signal de  $-\frac{\pi}{2}$ .

30-a)   
 étude BF: circuit  $\equiv$    $u_s$  dans  $R=0$  donc  $u_s=0$   
 étude HF: circuit  $\equiv$    $u_s=0$

le filtre est donc un passe-bande.  
 b) circuit  $\equiv$    $u_s$   
 $Z_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$   $Z_2 = \frac{Rj\omega C}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + Rj\omega C}$   
 $H = \frac{u_s}{u_e} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R}{(R + \frac{1}{j\omega C})(1 + Rj\omega C) + R}$   
 $H = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C} + R^2j\omega C + R + R} = \frac{1}{3 + \frac{1}{j\omega RC} + j\omega RC} = \frac{1}{3 + j(\omega RC - \frac{1}{\omega RC})} = \frac{1/3}{1 + \frac{1}{3}(x - \frac{1}{x})}$   $x = RC\omega = \frac{\omega}{\omega_0}$   
 $\omega_0 = \frac{1}{RC}$   $K = \frac{1}{3}$   $Q = 1/3$

$K$  est le gain maximal obtenu pour  $x=1$  c-à-d  $\omega=\omega_0 = \frac{1}{RC}$

$\omega_0$  est la pulsation caractéristique du filtre passe-bande

$Q$  est le facteur de qualité et caractérise la largeur de la bande passante

c)  $K=1/3$  gain max pour  $\omega=\omega_0$  on a alors  $H=K$  réel  
 $G_{dB} = 20 \log |H|$   $G_{dB, \max} = 20 \log K = -20 \log 3 = -9,5 \text{ dB}$ .

pour  $\omega=\omega_0$ , le déphasage est nul.

Bande passante. on cherche  $\omega_1$  et  $\omega_2$  tel que  $|H(\omega_{1/2})| = \frac{K}{\sqrt{2}}$

$$|H| = \frac{K}{\sqrt{1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2}} = \frac{K}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow Q^2(x - \frac{1}{x})^2 = 1.$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{1}{Q} \quad \text{ou} \quad x - \frac{1}{x} = -\frac{1}{Q}$$

$$x^2 - \frac{x}{Q} - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 + \frac{x}{Q} - 1 = 0.$$

$$\Delta = \frac{1}{Q^2} + 4 \geq \frac{1}{Q^2} > 0$$

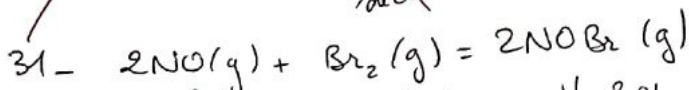
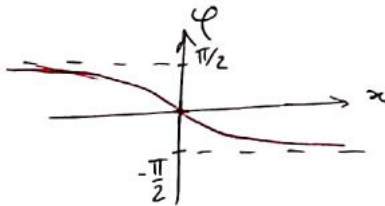
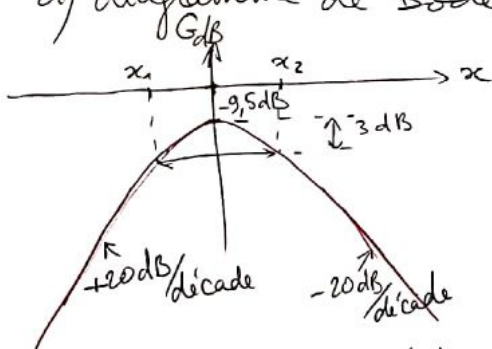
on ne garde que les racines  $\geq 0$  :  $\frac{1}{2Q} + \frac{1}{2Q} \sqrt{1 + 4Q^2} = x_2$  et  $-\frac{1}{2Q} + \frac{1}{2Q} \sqrt{1 + 4Q^2} = x_1$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{1}{2Q} + \frac{1}{2Q} = \frac{1}{Q}$$

$$\Delta x = \frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$$

$$\Delta \omega = \frac{\omega_0}{Q}$$

d) diagramme de Bode



a) quantité de NO introduite :  $V = 2,0 \text{ L}$ ,  $P_1 = 6000 \text{ Pa}$ ,  $T = 333 \text{ K}$  à mettre en  $\text{m}^3$ .  
 on assimile à un GP :  $P_1 V = n_{\text{NO}_i} RT \Rightarrow n_{\text{NO}_i} = \frac{P_1 V}{RT} = 4,33 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ .

quantité de  $\text{Br}_2$  introduite :  $m_{\text{Br}_2} = 300 \text{ mg}$  or  $M(\text{Br}_2) = 159,81 \text{ g/mol}$  donc  $n_{\text{Br}_2} = \frac{m_{\text{Br}_2}}{M_{\text{Br}_2}} = 1,88 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ .

b) à l'équilibre  $P_2 = 8220 \text{ Pa}$  que des gaz assimilés à des GP.

$$P_2 V = n_{\text{tot}_e} RT \Rightarrow n_{\text{tot}_e} = \frac{P_2 V}{RT} = 5,93 \cdot 10^{-3} \text{ mol}.$$

c)  $2\text{NO}(g) + \text{Br}_2(g) \rightleftharpoons 2\text{NOBr}(g)$

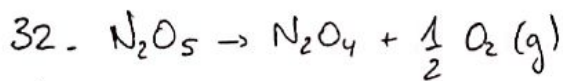
|           | $n_{\text{NO}_i}$        | $n_{\text{Br}_2 i}$       | $n_{\text{NOBr}_i}$ | $n_{\text{tot}_i}$                                             |
|-----------|--------------------------|---------------------------|---------------------|----------------------------------------------------------------|
| initial   | $n_{\text{NO}_i}$        | $n_{\text{Br}_2 i}$       | 0                   | $n_{\text{NO}_i} + n_{\text{Br}_2 i} = n_{\text{tot}_i}$       |
| équilibre | $n_{\text{NO}_i} - 2\xi$ | $n_{\text{Br}_2 i} - \xi$ | $2\xi$              | $n_{\text{NO}_i} + n_{\text{Br}_2 i} - \xi = n_{\text{tot}_e}$ |

$$\xi = n_{\text{tot}_i} - n_{\text{tot}_e} = 2,75 \cdot 10^{-4} \text{ mol}.$$

d)  $P_{\text{NO}_e} = \frac{n_{\text{NO}_i} - 2\xi}{n_{\text{tot}_e}} P_2 = 5239 \text{ Pa}$ .

$$P_{\text{Br}_2 e} = \frac{n_{\text{Br}_2 i} - \xi}{n_{\text{tot}_e}} P_2 = 2220 \text{ Pa} \quad P_{\text{NOBr}_e} = \frac{2\xi}{n_{\text{tot}_e}} P_2 = 761 \text{ Pa}$$

Rq: on a bien  $\sum P_{\text{partielle}} = P_2$ . e) constante d'équilibre  $K = \frac{(P_{\text{NOBr}_e}/P^\circ)^2}{(P_{\text{NO}_e}/P^\circ)^2 (P_{\text{Br}_2 e}/P^\circ)} = \frac{P_{\text{NOBr}_e}^2 P^\circ}{P_{\text{NO}_e}^2 P_{\text{Br}_2 e}} = 0,35$ .



hyp: cinétique d'ordre 1 par rapport à  $N_2O_5$

vitesse de réaction  $v = - \frac{d[N_2O_5]}{dt} = k [N_2O_5]^1 \Rightarrow \frac{d[N_2O_5]}{dt} + k [N_2O_5] = 0$

$[N_2O_5](t) = [N_2O_5]_0 e^{-kt} \Leftrightarrow \ln([N_2O_5](t)) = -kt + \ln[N_2O_5]_0$

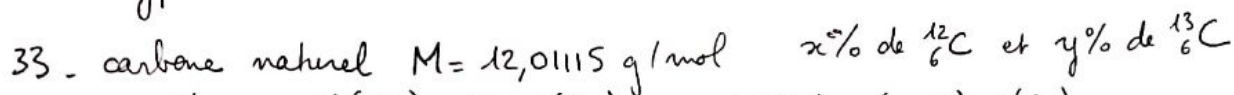
on trace  $\ln([N_2O_5](t))$  en fonction du temps.

les points paraissent alignés, on modélise par une droite

on obtient l'équation:  $\ln [N_2O_5](t) = -0,0006277157 \cdot t + 0,8530727287$

avec un coeff de corrélation  $R^2 = 0,9998254204$

l'hypothèse de l'ordre 1 est donc valide, on trouve  $k = 6,28 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ .



ou  $M = \frac{x}{100} M(^{12}_6C) + \frac{y}{100} M(^{13}_6C) = \frac{x}{100} M(^{12}_6C) + (1 - \frac{x}{100}) M(^{13}_6C)$

$x = \frac{100 \cdot M - 100 M(^{13}_6C)}{M(^{12}_6C) - M(^{13}_6C)} = 98,892$  et donc  $y = 1,108$

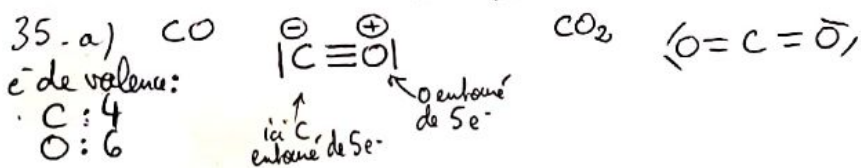
il y a 98,892 % de  $^{12}_6C$  et 1,108 % de  $^{13}_6C$ .

34. a) des isotopes sont des éléments ayant le même numéro atomique  $Z$  mais un nombre de masse  $A$  différents. (Ils diffèrent par le nombre de neutrons)

b) carbone:  $^{12}_6C$  et  $^{13}_6C$   
noyaux 6 protons  
6 neutrons 7 neutrons

c) même méthode que l'exo précédent  $M_0 = x M_{16} + (1-x) M_{18}$

$x = \frac{M_{18} - M_0}{M_{18} - M_{16}} = 0,9980 \rightarrow$  99,80% de  $^{16}O$  et 0,20% de  $^{18}O$ .



36. a)  $c = 4,18 J \cdot K^{-1} \cdot g^{-1}$  b)  $M(H_2O) = 18 g/mol$ .  $c_m = M c = 75,24 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

c) air GP.  $U = \frac{5}{2} nRT$   $c'_v = \frac{dU}{dT} = \frac{5}{2} nR$   $c'_{v,m} = \frac{5}{2} R = 20,8 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

d)  $c'_{v,m} = \frac{c'_{v,m}}{M} = 0,717 J \cdot K^{-1} \cdot g^{-1}$  bien plus faible que l'eau.

f) variation d'énergie interne d'1g d'eau pour  $\Delta T = 1^\circ C$ :  $\Delta U = m c \Delta T = 4,18 J$ .

g) pour 1g d'air:  $\Delta U = 0,717 J$ .

37. a) le glaçon fond. l'état final est entièrement liquide (en supposant un TA positive)  
le glaçon échange de l'énergie sous forme thermique avec l'extérieure, il reçoit  
de la chaleur. c) transformation isobare. pour 1g,  $dV \sim 10^{-7} m^3$  soit  $W \sim 10^{-2} J$ .  
b)  $\rho_{glace} < \rho_{eau liquide}$  le volume du système a diminué.  
le travail reçu par le système est  $W = - \int_{i \rightarrow f} p_{ext} dV > 0$  très négligeable devant le transfert thermique.

38 - Premier principe pour un système fermé :

Il existe une fonction d'état des variables thermodynamiques appelée énergie interne  $U$  extensive dont la variation au cours d'une transformation pour un système fermé est :  $\Delta(E_c + E_p + U) = W + Q$   
 où  $W$  est le travail et  $Q$  le transfert thermique échangés avec l'extérieur.  
 $E_c$  (resp.  $E_p$ ) est l'énergie cinétique (resp. potentielle) macroscopique.

39 - a) l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la température  
 b) transformation monobare  $P_{ext} = cte$  entre 2 états d'équilibre  $P_i = P_{ext}$  et  $P_f = P_{ext}$

$$W = - \int P_{ext} dV = - P_{ext} (V_f - V_i)$$

$$\Delta U = W + Q$$

$$H = U + PV$$

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) = \Delta U + P_{ext} (V_f - V_i)$$

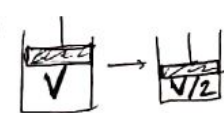
$$\text{donc } \Delta H = W + Q + P_{ext} (V_f - V_i) = Q \quad \text{car } V_{fin} = V_{ini}$$

c) la température d'un corps pur augmente quand on lui fournit un transfert thermique en l'absence de changement d'état.

En cas de chgt d'état, la température est constante.

d) faux contre exemple : système siège d'une réaction chimique, dans un calorimètre.  
 en phase aqueuse ( $dV=0$ ,  $W=0$ )  $Q \neq 0$

e) système transfo  $Q=0$ ,  $W < 0$   
 1<sup>er</sup> principe  $\Delta U = Q + W < 0$  l'énergie interne diminue  
 Sa température varie

f)  \* cas isotherme :

Etat initial...  $P_0, V_0, T_0$  Etat final  $2P_0, \frac{V_0}{2}, T_0$

si GP  $\rightarrow \Delta U = 0$   
 $\Delta U$  est donc  $\neq$  de  $W$ . (ii) faux

$$W_T = - \int P dV = - nRT_0 \int \frac{dV}{V} = + nRT_0 \ln 2 = - Q_T$$

\* cas adiabatique  $Q_A = 0$

$$W_A = - \int P_{ext} dV > 0 \text{ car } dV < 0$$

$$\Delta U = W > 0 \text{ donc } T \uparrow$$

Etat final  $P_f, \frac{V_0}{2}, T_f > T_0$

$$\text{donc } P_f > 2P_0$$

cas réversible d'un GP  $PV^\gamma = cte = P_0 V_0^\gamma$   
 car loi de Laplace

$$W_A = - \int \frac{P_0 V_0^\gamma}{V^\gamma} dV = - P_0 V_0^\gamma \left[ \frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_{V_0}^{\frac{V_0}{2}} = \frac{P_0 V_0^\gamma}{(1-\gamma)} \left( \frac{V_0^{1-\gamma}}{2^{1-\gamma}} - V_0^{1-\gamma} \right) = \frac{P_0 V_0}{\gamma-1} \left( \frac{1}{2^{1-\gamma}} - 1 \right)$$

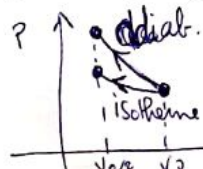
$$W_A = nRT_0 \left( \frac{2^{1/\gamma} - 1}{\gamma-1} \right) > W_T$$

le travail à fournir est + grand si la compression est adiabatique

$$W_T = - \int P dV = \frac{2P_0 V_0}{2} = P_0 V_0 \quad \text{idem.}$$

$$W_A = - \int P dV = + P_f \frac{V_0}{2} > P_0 V_0$$

g) Pour une transf. brusque  $P_{ext} = cte = 2P_0$  cas isotherme  
 $P_f > 2P_0$  cas adia.



raisonnement graphique

les adiabatiques sont + inclinées que les isothermes

lors d'une diminution de volume on voit que l'aire sous la courbe est + grande pour le cas adiabatique  $\rightarrow W$  plus grand.

40- transfo. polytropiques  $pV^k = \text{cte}$

a) GP, quasi-statique:  $P_{\text{ext}} = p$ .  $(p_0, V_0, T_0) \rightarrow (p_1, V_1, T_1)$

$$W = - \int_{V_0}^{V_1} p dV = - p_0 V_0^k \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V^k} = - p_0 V_0^k \left[ \frac{V^{1-k}}{1-k} \right]_{V_0}^{V_1} \quad \text{sauf } k=1$$

$$W = - p_0 V_0 \ln \left( \frac{V_1}{V_0} \right) \quad \text{si } k=1$$

$$W = + p_0 V_0^k \frac{V_0^{1-k}}{1-k} - p_1 V_1^k \frac{V_1^{1-k}}{1-k} = \frac{p_0 V_0 - p_1 V_1}{1-k}$$

b) GP  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$   $\Delta U = W + Q = C_v \Delta T = C_v (T_1 - T_0)$

$$Q = \Delta U - W = C_v (T_1 - T_0) - \left( \frac{nRT_0}{1-k} - \frac{nRT_1}{1-k} \right) = C_v (T_1 - T_0) + \frac{nR}{1-k} (T_1 - T_0)$$

$$Q = \left( C_v + \frac{nR}{1-k} \right) (T_1 - T_0) \rightarrow C = C_v + \frac{nR}{1-k}$$

c)  $C$  est en  $J \cdot K^{-1}$ . or  $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$  donc  $C = nR \left( \frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{1-k} \right)$

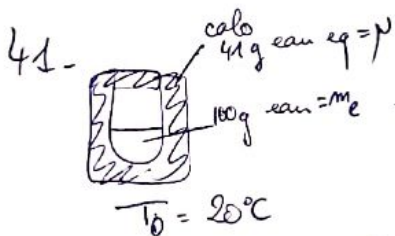
d) i)  $k = \gamma$  transfo. adiabatique

$$\text{car } C = nR \left( \frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{1-\gamma} \right) = 0 \text{ donc } Q = 0.$$

ii)  $k = 0$  transfo. isobare  $C = C_v + nR = C_p$   $Q = C_p (T_1 - T_0) = \Delta H$

iii)  $\frac{1}{k} = 0 \Rightarrow C = C_v + \frac{1}{k} \frac{nR}{\left( \frac{1}{k} - 1 \right)} = C_v$   $Q = C_v \Delta T = \Delta U$   $W = 0$ .  
transfo. isochore.

iv)  $k = 1$  isotherme  $pV = nRT = \text{cte}$ .  $\Delta U = 0$   $W = - p_0 V_0 \ln \frac{V_1}{V_0} = -Q$ .



$P = \text{cte}$  + adiabatique  $\Delta H = 0$ .

$$\Delta H = (m_e + \rho) c_e (T_f - T_0) + m_{cu} c_{cu} (T_f - T_c) = 0.$$

$$c_{cu} = \frac{(m_e + \rho) c_e (T_f - T_0)}{m_{cu} (T_f - T_c)} = \frac{0,141 \cdot 4,18 \cdot 10}{0,200 \cdot 30} = 0,982 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

(les valeurs doivent être fausses car  $c_{cu} = 0,385 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )

42- Helium monoatomique a)  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{3} \approx 1,7$

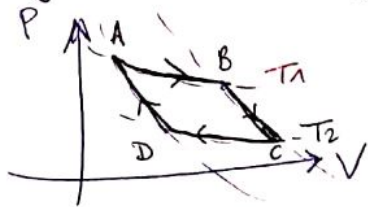
b) loi de Laplace  $PV^\gamma = \text{cte} \Leftrightarrow P \frac{T^\gamma}{P^\gamma} = \text{cte} \Leftrightarrow P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}$

c)  $P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}$   
 $1-\gamma < 0$   $\frac{T_f^\gamma}{P_f^{1-\gamma}} = \frac{T_i^\gamma}{P_i^{1-\gamma}}$  détente  $P_f < P_i$  alors  $T_f < T_i$ .

(si  $1-\gamma > 0$  alors  $T_f > T_i$  mais  $\gamma$  est toujours  $> 1$ .)

$$T_f = \left( \frac{P_0^{1-\gamma} T_0^\gamma}{P_f^{1-\gamma}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 249 \text{ K}$$

### 43- Cycle de Carnot



moteur  $\odot$   $W < 0$

cycle composé de 2 isothermes et 2 adiabatiques (+ inclines)  
 1<sup>re</sup> et 2<sup>nd</sup> AB et CD  
 principe appliqué à la machine ( $\Delta U = 0, \Delta S = 0$ ) sur un cycle  
 $W + Q_1 + Q_2 = 0$   
 $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$   
 $W < 0$   
 $T_1 > T_2$   
 $Q_1 > 0, Q_2 < 0$   
 ↑  
 c'est à dire

rendement  $\eta = \frac{-W}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

44- Pompe à chaleur diatherme : récepteur thermique : elle reçoit du travail ( $W > 0$ )  
 elle prélève de la chaleur à la source froide (l'extérieur) et cède de la chaleur à la source chaude = la pièce à chauffer.  $Q_2 > 0$   
 $Q_1 < 0$   
 efficacité  $e = \frac{-Q_1}{W}$

efficacité max de Carnot :  $e_{\max} = \frac{+Q_1}{+Q_1 + Q_2} = \frac{1}{1 + \frac{Q_2}{Q_1}} = \frac{1}{1 - \frac{T_2}{T_1}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$

45- Machine frigorifique réversible → efficacité maximale  $e = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{-Q_1 - Q_2} = \frac{1}{\frac{Q_1}{Q_2} - 1} = \frac{1}{\frac{T_1}{T_2} - 1}$   
 $e = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{273}{20} = 13,65$

$P = 100 \text{ W}$ . Pendant 5 min,  $W = P \Delta t = 30 \text{ kJ}$

$Q_f = e \cdot W = 409,5 \text{ kJ}$

$Q_f = m g L_{\text{fus}} \Rightarrow m g = \frac{Q_f}{L_{\text{fus}}} = 1,23 \text{ kg}$

46- les lignes de champs entourent les sources  
 champ + intense là où les lignes sont les + serrées

orientation du champ  
 $\odot$  ou  $\otimes$   
 (règle de la main droite)

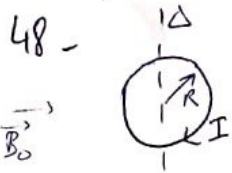
47- Le conducteur subit la force de Laplace  $\vec{I} d\vec{L} \wedge \vec{B}$   
 pour maintenir la tige en équilibre, il faut que cette force soit dirigée vers le haut pour s'opposer au poids. le sens de circulation est important puisqu'il donne le sens de la force.



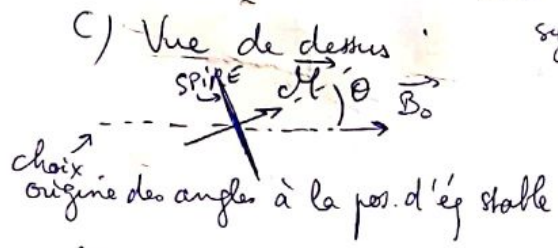
il faut  $I > 0$ .  $\|F_L\| = I d B \vec{e}_3$   
 équilibre :  $m g = I d B \Leftrightarrow I = \frac{m g}{d B} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10}{0,04 \cdot 0,25} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 40}{0,04} = 2 \cdot 10^{-2+1+2} = 20 \text{ A}$   
 énorme!

la force de Laplace est indépendante de l'altitude de la tige  
 donc si  $I < I_{\text{eq}}$  la tige tombe, si  $I > I_{\text{eq}}$  la tige monte.

avec un peu de frottement sur les rails, on peut avoir une plage de valeurs acceptable pour  $I$   
 donc réalisable en pratique.



- 48 - a) moment magnétique de la spire  $\vec{\mathcal{M}} = I \vec{S} = I \pi R^2 \vec{n}$   
 b) 2 positions d'équilibre  $\vec{n}$  de même direction que  $\vec{B}_0$   
 même sens : position d'éq stable  
 sens opposé : position d'éq instable.



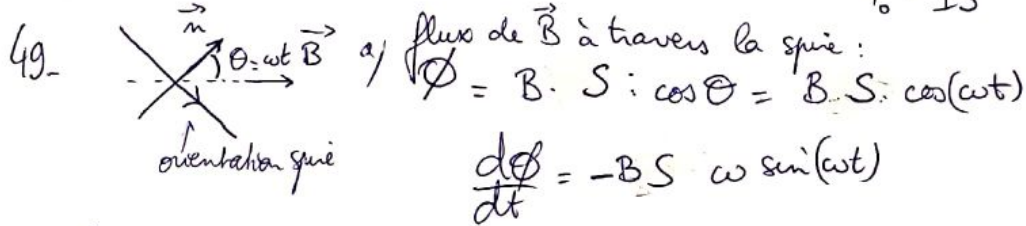
c) Vue de dessus  
 syst { spire }  
 Réf terrestre galiléen, repère cylindrique d'axe  $\Delta$   
 bilan des actions mécaniques :  
 - poids  
 - action du fil sur la spire  
 - action du ch. magnétique } moment /  $\Delta$  nul  
 de moment  $\vec{M} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$

Théorème du moment cinétique scalaire :

$$J \ddot{\theta} = (\vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{e}_\Delta = -ISB \sin \theta = -ISB \theta \rightarrow \ddot{\theta} + \frac{ISB}{J} \theta = 0$$

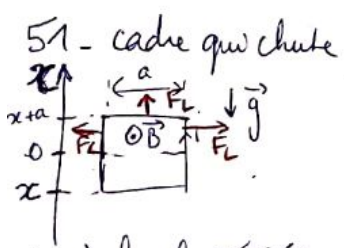
CI  $\theta(t=0) = \theta_0$  ;  $\dot{\theta}(t=0) = 0$   
 $\hookrightarrow \theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$   $\omega_0 = \sqrt{\frac{ISB}{J}}$

d) En mesurant la période et en connaissant I, S et J on en déduit B.  
 $\frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{ISB}} = T_0 \Leftrightarrow B = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \frac{J}{IS}$



- 49 - a) flux de  $\vec{B}$  à travers la spire :  
 $\phi = B \cdot S \cdot \cos \theta = BS \cos(\omega t)$   
 $\frac{d\phi}{dt} = -BS \omega \sin(\omega t)$   
 loi de Faraday  $e = -\frac{d\phi}{dt} = BS \omega \sin(\omega t)$   
 b) courant induit  $i = \frac{e}{R} = \frac{BS \omega}{R} \sin(\omega t)$   $\vec{\mathcal{M}} = i S \vec{n} = \frac{BS^2 \omega}{R} \sin(\omega t) \vec{n}$   
 c) Couple de Laplace  $\vec{C}_L = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B} = -\frac{B^2 S^2 \omega}{R} \sin^2(\omega t) \vec{e}_\Delta$   
 couple moyen :  $\langle \vec{C}_L \rangle = -\frac{B^2 S^2 \omega}{2R} \vec{e}_\Delta$   $< 0$  car loi de conservation

50 - Énergie stockée dans une bobine d'inductance L.  
 $u_L = L \frac{di}{dt}$  puissance reçue par la bobine  $P_L = u_L \cdot i = L \frac{di}{dt} \cdot i = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} Li^2 \right)$   
 d'où  $U_m = \frac{1}{2} Li^2$  énergie emmagasinée



- 51 - cadre qui chute  
 a) cadre entièrement dans la région où  $\vec{B} = \vec{0}$   
 flux à travers la spire nul  
 pas de fem induite EE :  $Ri + L \frac{di}{dt} = 0$   
 pas de force de Laplace car  $\vec{B} = \vec{0}$   $m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g}$   
 b) à cheval  $0 < x < a$   $v = \dot{x} < 0$   
 $\phi = Ba \cdot (x+a)$   $\frac{d\phi}{dt} = Ba v$   $e = -\frac{d\phi}{dt} = -Bav$  EM :  $m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + iaB \vec{e}_x$   
 EE  $e = Ri + L \frac{di}{dt} = -Bav$  Force de Laplace résultante :  $iaB \vec{e}_x$   
 $\Leftrightarrow i \vec{e}_x = \frac{m}{aB} \left( \frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{g} \right)$

on injecte dans EE:

$$\frac{mR}{aB} \left( \frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{g} \right) + \frac{mL}{aB} \frac{d^2\vec{v}}{dt^2} = -Ba\vec{v}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{d^2\vec{v}}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{Ba^2}{mL} \vec{v} = \frac{R}{L} \vec{g}}$$

Rg: si on néglige L

$$i = -\frac{Ba\vec{v}}{R}$$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - \frac{Ba^2\vec{v}}{R}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{Ba^2}{mR} \vec{v} = \vec{g}$$

c) cadre entièrement dans la zone où  $\vec{B} \neq \vec{0}$   
flux à travers la spire constant  $\rightarrow \mathcal{E} = 0$ . EE:  $Ri + L \frac{di}{dt} = 0$   
force de Laplace se compense 2 à 2. EM:  $\boxed{m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g}}$ .

52 - Fer  $\gamma \rightarrow$  CFC



$$\rho = 7900 \text{ kg/m}^3$$

$$M_{Fe} = 55,9 \text{ g/mol}$$

a: paramètre de maille.

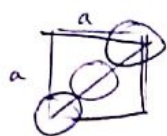
population  $N = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$

$$\rho = \frac{M_{Fe} \cdot N}{N_A \cdot a^3}$$

$$\Leftrightarrow a^3 = \frac{M_{Fe} \cdot N}{N_A \cdot \rho} = 4,700 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3$$

$$\Leftrightarrow a = 3,609 \cdot 10^{-10} \text{ m} = \underline{361 \text{ pm}}$$

structure compacte: contact sur diagonale d'un côté



$$a\sqrt{2} = 4r_{Fe} \rightarrow r_{Fe} = \frac{a\sqrt{2}}{4} = \underline{128 \text{ pm}}$$