Programme XIX - semaine du 10 mars

Chapitre XIII : Endomorphismes remarquables des espaces euclidiens

Tout exercice sur le sujet

Chapitre XIV : Equations différentielles linéaires

- Rappel sur les équations différentielles lineaires scalaires d'ordre 1 :
  Solutions des équations résolues homogènes.
  Structure affine de l'ensemble des solutions de l'équation résolue (variation de la constante). Théorème de Cauchy-Lipschitz.
  Exemples de recollement des solutions dans le cas d'une équation non résolue (réfutation du théorème de Cauchy dans ce cas).
- Équations différentielles linéaires scalaires $y''(t) + a(t)y'(t) + b(t)y(t) = c(t)$.
  Théorème de Cauchy (admis).
  Structure vectorielle de l'espace des solutions de l'équation homogène.
  Structure d'espace affine de l'espace des solution de l'équation avec second membre.
- Rappel des solutions des équations scalaires homogènes à coefficients constants.
  Solutions particulières dans le cas de seconds membres exponentielle-polynômes.
- Utilisation des séries entières, méthode de réduction de l'ordre.
  Exemples de changements de variable.
- Vu mais non exigible : variation des constantes.

Questions de cours

- Théorème d'isomorphisme d'un supplémentaire du noyau sur l'image (dem). Théorème du rang.
- Expression des polynômes interpolateurs de Lagrange.
- Les sous-espaces propres sont en somme directe. (dem)
- Le spectre est inclus dans l'ensemble des racines de tout polynôme annulateur. (dem)
- Si u admet un polynôme annulateur scindé à racines simples alors u est diagonalisable. (idée)
- u est diagonalisable si et seulement si χ_u est scindé et pour toute valeur propre λ, on a $m_\lambda = \dim \mathrm{E}_\lambda(u)$. (idée)
- Théorème de trigonalisation. (idée)
- Critère de Riemann pour les intégrales impropres. (dem)
- Théorème de changement de variable pour les intégrales impropres.
- Théorème de convergence dominée.
- Théorèmes de continuité et de régularité des intégrales à paramètre.
- $\mathrm{H}_n = \ln n + \gamma + o(1)$ (dem).
- Critère spécial des séries alternées (dem).
- Lemme d'Abel et définition du rayon de convergence.
- La somme f d'une série entière de rayon de convergence R est de classe $\mathcal{C}^\infty$ sur $]-\mathrm{R}\,;\mathrm{R}\,[$. Expression des coefficients en fonction de f (dem).
- Définition d'une tribu, d'un espace probabilisable et d'une probabilité.

- Théorème de continuité croissante.
- Pour $\mathrm{X}(\Omega) \subset \mathbb{N}$, $\mathrm{E}(\mathrm{X})$ existe si et seulement si $\sum \mathrm{P}(\mathrm{X} > n)$ converge. Si tel est le cas, $\mathrm{E}(\mathrm{X}) = \sum_{n=0}^{+\infty} \mathrm{P}(\mathrm{X} > n)$ (dem).
- G_{X} est dérivable en 1 si et seulement si X est d'espérance finie, et si tel est le cas $\mathrm{E}(\mathrm{X}) = \mathrm{G}'_{\mathrm{X}}(1)$ (idée).
- Loi faible des grands nombres (dem).
- En dimension finie, la convergence d'une suite ne dépend pas de la norme (dem). Elle équivaut à la convergence des suites de coordonnées (idée).
- L'image réciproque d'une ouvert par une fonction continue est un ouvert. $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ est ouvert. (dem)
- Continuité d'une application linéaire définie sur un espace de dimension finie. (dem)
- La convergence uniforme entraîne la convergence simple (dem).
- La limite uniforme d'une suite de fonctions continue est continue (dem). Théorème de la double limite (énoncé).
- Théorème d'intégration sur un segment de la limite uniforme d'une suite de fonctions continues (dem).
- Théorème de dérivation pour les suites et pour les séries de fonctions (énoncé).
- Théorème d'intégration terme à terme pour les séries de fonctions (énoncé).
- Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité (dem).
- Théorème de projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie (dem), existence du supplémentaire orthogonal.
- Tout élément de $\mathrm{SO}(\mathbb{R}^3)$ admet 1 pour valeur propre (dem). Les élément de $\mathrm{SO}(\mathbb{R}^3)$ sont les rotations.
- Théorème spectral (énoncé).
- Théorème de Cauchy (énoncé).