

## Feuille d'exercices n°34 : Chapitre 14

**Exercice 281.** On pose  $A = \begin{pmatrix} -5 & -7 & -11 \\ 2 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Calculer le polynôme caractéristique de  $A$ .
- b)  $A$  est-elle trigonalisable ?
- c) Déterminer les sous espaces propres de  $A$ .
- d)  $A$  est-elle diagonalisable ?
- e) Déterminer  $(e_2, e_3)$ , deux vecteurs non nuls tels que :  $Ae_2 = -e_2$  et  $Ae_3 = -e_3 + e_2$
- f) Réduire  $A$
- g) Calculer  $A^n$  pour  $n \in \mathbb{N}$

**Exercice 282.** Montrer que les matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  et  $T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  sont semblables dans  $M_3(\mathbb{R})$ .

**Exercice 283.** Déterminer les suites réelles  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  vérifiant :  $\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = u_n + 2v_n \\ v_{n+1} = 2u_n + v_n \end{cases}$

**Exercice 284.** Trouver les suites réelles  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  vérifiant :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} + 5u_{n+1} + 6u_n = 0$

**Exercice 285.** Trouver le nombre de façons d'atteindre la  $n$ -ième marche d'un escalier en montant une ou deux marches à la fois.

**Exercice 286.** a) Trouver les suites réelles  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  vérifiant :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} + u_{n+1} + u_n = 0$

b) Trouver les suites réelles  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  vérifiant :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} + u_{n+1} + u_n = 0$  et  $u_0 = 0$  et  $u_1 = 1$

**Exercice 287.** On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} -2 + 4a & -3a + 3 \\ 2a - 2 & -a + 3 \end{pmatrix}$

Donner une CNS sur  $a \in \mathbb{R}$  pour que  $A$  soit diagonalisable dans  $M_2(\mathbb{R})$ .

Donner une CNS sur  $a \in \mathbb{R}$  pour que  $A$  soit trigonalisable dans  $M_2(\mathbb{R})$ .

**Exercice 288.** ★ Même exercice que le précédent avec  $A = \begin{pmatrix} -2a - 2 & -6a - 6 & 4 + 6a \\ a + 1 & 3a + 3 & -1 - 2a \\ 0 & 0 & a + 1 \end{pmatrix}$

**Exercice 289.** Trouver les matrices commutant avec  $A = \begin{pmatrix} 0 & -14 & 6 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

**Exercice 290.** ★ Soit  $A \in M_n(\mathbb{C})$  une matrice de rang un.

Trouver une CNS sur  $A$  pour que  $A$  soit diagonalisable dans  $M_n(\mathbb{C})$ .

**Exercice 291.** Soit  $A \in M_n(\mathbb{R})$  telle que  $A^4 + 5A^2 + 4I_n = 0$ . Montrer que  $\text{tr}(A) = 0$