Feuille d'exercices n°33 : Chapitre 14

Exercice 271. *Soit* $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

a) Calculer le polynôme caractéristique de A
b) Déterminer le spectre de A
c) Déterminer les sous espaces propres de A
d) Diagonaliser A

Exercice 272. *Soit* $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calculer le polynôme caractéristique de A
b) A est-elle diagonalisable dans $M_2(\mathbb{R})$ *? si oui, la diagonaliser.*
c) A est-elle diagonalisable dans $M_2(\mathbb{C})$ *? si oui, la diagonaliser.*

Exercice 273. *Diagonaliser* $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 \\ -2 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ *dans* $M_3(\mathbb{R})$

Exercice 274. *Diagonaliser* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ *dans* $M_3(\mathbb{R})$

Exercice 275. *Diagonaliser* $A = \begin{pmatrix} 1 & 1-i & -1+i \\ 1 & 1+i & -1-i \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ *dans* $M_3(\mathbb{C})$

Exercice 276. *Diagonaliser* $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -6 & 0 \\ -2 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ *dans* $M_4(\mathbb{R})$

Exercice 277. *Trouver les matrices de* $M \in M_n(\mathbb{R})$ *diagonalisable et telles que* $sp(M) = \{\lambda\}$

Exercice 278. *Montrer que si* $A \in M_n(K)$ *est diagonalisable alors* $\forall P \in K[X]$ $P(A)$ *est diagonalisable.*

Exercice 279. $\star$

a) Montrer que si $A \in M_2(\mathbb{R})$ *est symétrique alors A est diagonalisable dans* $M_2(\mathbb{R})$.
b) Trouver $A \in M_2(\mathbb{C})$ *symétrique et non diagonalisable dans* $M_2(\mathbb{C})$.

Exercice 280. *Soit* $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Résoudre l'équation matricielle : $X^3 = A$ *d'inconnue* $X \in M_3(\mathbb{R})$