

Feuille d'exercices n°43 : Chapitre 16

Exercice 354. *Un professeur oublie fréquemment ses clés. Pour tout n , on note : E_n l'événement «le jour n , le professeur oublie ses clés». On pose $P_n = P(E_n)$.*

On suppose que : $P_1 = a \in]0; 1[$ est donné et que si le jour n il oublie ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité $\frac{1}{10}$; si le jour n il n'oublie pas ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité $\frac{4}{10}$.

- a) *Donner une relation de récurrence entre P_{n+1} et P_n*
- b) *Quelle est la probabilité de l'événement «le jour n , le professeur oublie ses clés» ?*

Exercice 355. *Lubo marque ses pénaltys avec une probabilité $p_1 \in]0, 1[$, Salif marque ses pénaltys avec une probabilité $p_2 \in]0, 1[$.*

Ils tirent des pénaltys à tour de rôle, jusqu'à ce que l'un des deux réussisse. Salif commence.

- a) *Calculer les probabilités suivantes :*
 - *Salif gagne*
 - *Lubo gagne*
 - *La partie est infinie*
- b) *Est-il possible que les deux joueurs aient la même probabilité de gagner ?*

Exercice 356. *On dispose de 100 dés à 6 faces dont 25 sont pipés.*

Pour chaque dé pipé, la probabilité d'obtenir le chiffre 6 est de $\frac{1}{2}$.

- a) *On tire au hasard un dé parmi les 100 dés. On lance le dé et on obtient le chiffre 6. Quelle est la probabilité que ce dé soit pipé ?*
- b) *Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On tire un dé au hasard parmi les 100 dés. On lance ce dé n fois et obtient chaque fois le chiffre 6. Quelle est la probabilité p_n que ce dé soit pipé ?*
- c) *Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$. Interpréter.*

Exercice 357. *Dans une zone désertique, un animal erre entre trois points d'eau A, B et C.*

A l'instant initial, il se trouve au point A.

Quand il a épuisé l'eau du point où il se trouve, il part avec équiprobabilité rejoindre l'un des deux autres points d'eau. L'eau du point qu'il vient de quitter se régénère alors.

Soit $n \in \mathbb{N}$.

On note A_n l'événement : "l'animal est en A après son n -ième trajet."

On note B_n l'événement : "l'animal est en B après son n -ième trajet."

On note C_n l'événement : "l'animal est en C après son n -ième trajet."

On pose $p(A_n) = a_n$, $p(B_n) = b_n$ et $p(C_n) = c_n$.

- a) *Exprimer, en le justifiant, a_{n+1} en fonction de a_n , b_n et c_n .*
- b) *Exprimer, de même, b_{n+1} et c_{n+1} en fonction de a_n , b_n et c_n .*
- c) *Calculer a_n , b_n et c_n en fonction de n en utilisant une matrice.*