Feuille d'exercices n°42 : Chapitre 16

Exercice 347. *Dans une population 40% des individus ont les yeux bruns, 25% des individus ont les cheveux blonds, 15% des individus ont les yeux bruns et les cheveux blonds.*
On choisit un individu au hasard. Calculez :
1. La probabilité de l'événement : si un individu a les yeux bruns d'avoir les cheveux blonds.
2. La probabilité de l'événement : si un individu a les cheveux blonds d'avoir les yeux bruns.
3. La probabilité de l'événement : si un individu a les cheveux blonds, de ne pas avoir les yeux bruns.

Exercice 348. *On pose* $\Omega = \mathbb{N}$. *Et on pose* $\forall k \in \Omega\ ,\ p(\{k\}) = \frac{\lambda}{(k+1)(k+3)}$ *avec* $\lambda \in \mathbb{R}$.
Sachant que p définie une loi de probabilité sur $(\Omega, P(\Omega))$, *quelle est la valeur de* λ *?*

Exercice 349. *a) Montrer que l'on peut définir une probabilité sur* $(\mathbb{N}, \mathscr{P}(\mathbb{N}))$ *en posant :*
$\forall k \in \mathbb{N}\ \ , \mathbb{P}(\{k\}) = 2^{-1-k}$
Soit les événements : $A = 2\mathbb{N}$ *et* $B = 3\mathbb{N}$.
b) A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 350. *($\star$)*
Soit $(\Omega, \mathscr{A}, \mathbb{P})$ *un espace probabilisé. Soit* $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *une suite d'événements.*
On considère $A = \bigcap\limits_{p\in\mathbb{N}} \bigcup\limits_{n\geq p} A_n$.
a) Montrer que A est un événement. Que signifie que cet événement est réalisé ?
b) On suppose la convergence de la série $\sum \mathbb{P}(A_n)$. *Montrer alors que* $\mathbb{P}(A) = 0$.

Exercice 351. *Un classique : une maladie rare touche un individu sur 1 000. On dispose d'un test de dépistage qui est positif pour 95% des personnes malades et pour 0.5% des individus sains. Un individu est testé positif. Quelle est la probabilité qu'il soit effectivement malade ?*

Exercice 352. *On jette deux dés non pipés, un dé noir et un dé blanc. Soient A l'événement : « le chiffre du dé noir est pair », B l'événement : « le chiffre du dé blanc est impair », C l'événement : « les deux chiffres ont même parité ». Montrer que A et B, A et C, B et C sont indépendants mais que les trois événements A, B et C ne le sont pas.*

Exercice 353. *On sait qu'à une date donnée, 3% d'une population est atteinte d'hépatite. On dispose de tests de dépistage de la maladie :*
- Si la personne est malade, alors le test est positif avec une probabilité de 95%
- Si la personne est saine, alors le test est positif avec une probabilité de 10%
1. Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est positif ?
2. Quelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est positif ?
3. Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est négatif ?
4. Quelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est négatif ?