

Feuille d'exercices n°41 : Chapitre 16

Exercice 339. (★)

On pose $\forall (p, q) \in \mathbb{N}^2$, $u_{p,q} = \frac{2(p-q)}{(p+q+1)(p+q+2)(p+q+3)}$

Calculer $A = \sum_{q=0}^{+\infty} \sum_{p=0}^{+\infty} u_{p,q}$, $B = \sum_{p=0}^{+\infty} \sum_{q=0}^{+\infty} u_{p,q}$ et $C = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{p+q=n} u_{p,q}$

La famille $(u_{p,q})_{(p,q) \in \mathbb{N}^2}$ est-elle sommable ?

Exercice 340. Soit Ω un ensemble dénombrable.

L'ensemble des parties finies de Ω est-il une tribu sur Ω ?

Exercice 341. a) Montrer qu'une intersection quelconque de tribu sur Ω est une tribu sur Ω

b) Soit E une famille de partie de Ω et F l'intersection de toutes les tribus sur Ω contenant E .
Montrer que F est la plus petite tribu sur Ω (au sens de l'inclusion) contenant E .

Exercice 342. On tire de manière équiprobable, 2 cartes dans un jeu classique de 52 cartes.

a) Calculer la probabilité d'avoir deux cartes de la même couleur (coeur, carreau, trèfle, pique).

b) Calculer la probabilité d'avoir une paire d'As.

c) Calculer la probabilité d'avoir une paire.

d) Calculer la probabilité d'avoir deux cartes de la même couleur qui se suivent.

Exercice 343. On oublie qu'il y a des années bissextiles et on suppose qu'une personne a autant de chance de naître chaque jour de l'année.

a) Quelle est la probabilité pour que deux élèves de la classe de PSI* de La Fayette 2024-2025 (effectif 33) soit nés le même jour ?

b) Combien faut-il d'élèves dans une classe, pour que la probabilité que deux élèves soit nés le même jour soit supérieur à 0,9 ?

Exercice 344. Le code d'un antivol est composé de 4 chiffres compris entre 0 et 9.

a) Combien y-a-t-il de possibilités ?

b) Combien y-a-t-il de possibilités avec tous les chiffres différents ?

Exercice 345. On considère l'expérience qui consiste à lancer une pièce équilibrée, jusqu'à obtenir un total de deux Piles ou de deux Faces.

a) Combien y-a-t-il de partie possible ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir 2 Piles ?

c) Idem : en remplaçant 2 faces par 3 faces

Exercice 346. Le joueur FF joue contre le joueur PF avec une pièce équilibrée. On lance cette pièce. Si la séquence FF est observée avant la séquence PF, FF gagne. Si la séquence PF est observée en premier, c'est PF qui gagne.

En considérant les résultats des deux premiers lancers, montrer que PF a la plus grande probabilité de l'emporter et justifier que la probabilité que personne ne gagne est nulle.