

Feuille d'exercices n°51 : Chapitre 19,20,21

Exercice 408. On tire un nombre au hasard de l'intervalle $\llbracket 0; 3 \rrbracket$.

On sait que l'on a le tableau suivant :

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$		

On sait aussi que $P(X = 2) = P(X = 1)$.

- a) Compléter le tableau ci-dessus.
- b) Calculer $P(X < 2,5)$
- c) Calculer $E(X)$, $E(X^2)$ et $V(X)$

Exercice 409. On lance un dé à six faces tel que : la probabilité d'obtenir n'importe quel nombre pair est la même, la probabilité d'obtenir n'importe quel nombre impair est la même, il y a deux fois plus de chance d'obtenir un nombre pair qu'un nombre impair. On note X le résultat du lancer. Déterminer la loi de X et calculer $E(X)$.

Exercice 410. a) On lance deux fois de suite un dé équilibré à quatre faces et on appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme des deux lancers. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance.
b) Même exercice avec un dé à $n \geq 2$ faces.

Exercice 411. Soit X une variable aléatoire discrète à valeurs dans \mathbb{R} . On suppose que X est bornée. Montrer que X admet une espérance finie.

Exercice 412. Un joueur tire sur une cible de 10cm de rayon, constituée de couronnes concentriques, délimitées par des cercles de rayons $1, 2, \dots, 10$ cm, et numérotées respectivement de 10 (au centre) à 1. La probabilité d'atteindre la couronne k est proportionnelle à l'aire de cette couronne, et on suppose que le joueur atteint sa cible à chaque lancer. Soit X la variable aléatoire qui à chaque lancer associe le numéro de la cible.

- a) Calculer l'aire de la couronne $k \in \llbracket 1; 10 \rrbracket$ en fonction de k .
- b) Quelle est la loi de probabilité de X ?
- c) Le joueur gagne k euros s'il atteint la couronne numérotée k pour $k \in \llbracket 6; 10 \rrbracket$, tandis qu'il perd 2 euros s'il atteint l'une des couronnes périphériques numérotées de 1 à 5. Le jeu est-il favorable au joueur ?

Exercice 413. On lance deux fois de suite un dé équilibré à $n \geq 2$ faces et on appelle X la variable aléatoire correspondant au maximum des deux lancers.
a) Déterminer la loi de probabilité de X .
b) Déterminer $E(X)$

Exercice 414. a) Montrer qu'il existe une variable aléatoire discrète telle que :

$$\forall k \in \mathbb{N}^* \quad p(X = k) = \frac{3}{4^k}$$

- b) Calculer alors les probabilités $p(X \text{ est pair})$, $p(X \text{ est impair})$ et $P(X \geq k)$ pour $k \in \mathbb{N}$.