

## Feuille d'exercices n°51 : Chapitre 19,20,21

**Exercice 408.** On tire un nombre au hasard de l'intervalle  $\llbracket 0; 3 \rrbracket$ .

On sait que l'on a le tableau suivant :

$k$	$0$	$1$	$2$	$3$
$P(X = k)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$		

On sait aussi que  $P(X = 2) = P(X = 1)$ .

- a) Compléter le tableau ci-dessus.
- b) Calculer  $P(X < 2,5)$
- c) Calculer  $E(X)$ ,  $E(X^2)$  et  $V(X)$

**Exercice 409.** On lance un dé à six faces tel que : la probabilité d'obtenir n'importe quel nombre pair est la même, la probabilité d'obtenir n'importe quel nombre impair est la même, il y a deux fois plus de chance d'obtenir un nombre pair qu'un nombre impair. On note  $X$  le résultat du lancer. Déterminer la loi de  $X$  et calculer  $E(X)$ .

**Exercice 410.** a) On lance deux fois de suite un dé équilibré à quatre faces et on appelle  $X$  la variable aléatoire correspondant à la somme des deux lancers. Déterminer la loi de probabilité de  $X$  et calculer son espérance.  
b) Même exercice avec un dé à  $n \geq 2$  faces.

**Exercice 411.** Soit  $X$  une variable aléatoire discrète à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . On suppose que  $X$  est bornée. Montrer que  $X$  admet une espérance finie.

**Exercice 412.** Un joueur tire sur une cible de 10cm de rayon, constituée de couronnes concentriques, délimitées par des cercles de rayons  $1, 2, \dots, 10$ cm, et numérotées respectivement de 10 (au centre) à 1. La probabilité d'atteindre la couronne  $k$  est proportionnelle à l'aire de cette couronne, et on suppose que le joueur atteint sa cible à chaque lancer. Soit  $X$  la variable aléatoire qui à chaque lancer associe le numéro de la cible.

- a) Calculer l'aire de la couronne  $k \in \llbracket 1; 10 \rrbracket$  en fonction de  $k$ .
- b) Quelle est la loi de probabilité de  $X$  ?
- c) Le joueur gagne  $k$  euros s'il atteint la couronne numérotée  $k$  pour  $k \in \llbracket 6; 10 \rrbracket$ , tandis qu'il perd 2 euros s'il atteint l'une des couronnes périphériques numérotées de 1 à 5. Le jeu est-il favorable au joueur ?

**Exercice 413.** On lance deux fois de suite un dé équilibré à  $n \geq 2$  faces et on appelle  $X$  la variable aléatoire correspondant au maximum des deux lancers.

- a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
- b) Déterminer  $E(X)$

**Exercice 414.** a) Montrer qu'il existe une variable aléatoire discrète telle que :

$$\forall k \in \mathbb{N}^* \quad p(X = k) = \frac{3}{4^k}$$

- b) Calculer alors les probabilités  $p(X \text{ est pair})$ ,  $p(X \text{ est impair})$  et  $P(X \geq k)$  pour  $k \in \mathbb{N}$ .