Feuille d'exercices n°15 : chap. 6

Exercice 143. *a) Calculer, pour* $A > 0$, $I(A) = \int\limits_0^A cos(t)exp(-2t)dt$

b) En déduire que $I = \int\limits_0^{+\infty} cos(t)exp(-2t)dt$ *est convergente et calculer* I

Exercice 144. *a) Pour* $a > 0$, *calculer* $A(a) = \int\limits_{\frac{1}{a}}^{a} \frac{ln(t)}{t}dt$ *et déterminer* $\lim\limits_{a\to+\infty} A(a)$

b) Déterminer la nature de $A = \int\limits_0^{+\infty} \frac{ln(t))}{t}dt$

Exercice 145. *a) Montrer que :* $I_0 = \int\limits_0^1 ln(t)dt$ *est convergente et calculer* I_0

b) Montrer que : $\forall k \in \mathbb{N}^* \quad I_k = \int\limits_0^1 t^k ln(t)dt$ *est convergente et calculer* I_k

Exercice 146. *a) Montrer que :* $I_1 = \int\limits_0^{+\infty} e^{-t}dt$ *est convergente et calculer* I_1

b) Montrer que : $\forall k \in \mathbb{N}^* \quad I_k = \int\limits_0^{+\infty} t^k e^{-t}dt$ *est convergente et calculer* I_k

Exercice 147. *Déterminer si les intégrales suivantes sont convergentes ou divergentes et calculer celles qui sont convergentes.*

$A = \int\limits_0^{+\infty} \frac{2xdx}{1+x^2}$ $\quad B = \int\limits_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+4x+3}dx$ $\quad C = \int\limits_0^{+\infty} \frac{t^2}{1+t^6}dt$ $\quad D = \int\limits_0^{+\infty} texp(-t^2)dt$ $\quad E = \int\limits_1^{\infty} \frac{ln(1+t^2)}{t^2}dt$

$F = \int\limits_0^1 \frac{ln(1+t^2)}{t^2}dt$ $\quad G = \int\limits_0^{+\infty} \frac{ln(1+t^2)}{t^2}dt$ $\quad H = \int\limits_0^{+\infty} t^2e^{-t}dt$ $\quad I = \int\limits_0^{+\infty} cos(t)te^{-t}dt$ $\quad J = \int\limits_2^3 \frac{1}{\sqrt{4t-3-t^2}}dt$

Exercice 148. *Montrer que :* $I = \int\limits_0^{+\infty} \frac{2+sin(e^t)}{1+t^2}dt$ *est convergente puis montrer que :* $\frac{\pi}{2} \leq I \leq \frac{3\pi}{2}$

Exercice 149. *Soit* $f(x) = \frac{exp(x)+x^2}{4^x+sin(x)+x^2+1}$

a) Donner un équivalent de $f(x)$ *au voisinage de* $+\infty$

b) Déterminer la nature de $\int\limits_0^{+\infty} f(x)dx$

Exercice 150. *(⋆)*

a) Montrer que : $\int\limits_1^{+\infty} \frac{t-\lfloor t\rfloor}{t^2}dt$ *est convergente.*

b) En déduire l'existence de $\gamma = \lim\limits_{n\to+\infty}[(\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k}) - \ln(n)]$