

# PSI\* 2025-2026 : Plan du cours et questions de cours possibles

---

## PLAN DU COURS

**Chapitre 1.** *Révisions et compléments d'analyse*

**Chapitre 2.** *Séries numériques*

**Chapitre 3.** *Espaces vectoriels et applications linéaires*

**Chapitre 4.** *Calculs matriciels, algèbre linéaire et matrices*

**Chapitre 5.** *Compléments sur les espaces vectoriels, les endomorphismes et les matrices*

**Chapitre 6.** *Intégrales généralisées sur un intervalle*

## QUESTIONS DE COURS, Chapitre 1 : Révisions et compléments d'analyse

1. Définition d'un point adhérent dans  $\mathbb{R}$
2. Continuité en un point et continuité globale pour une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ .
3. Dérivabilité en un point et dérivabilité globale pour une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ .
4. Dérivée d'une fonction réciproque.
5. Théorème de la limite de la dérivée.
6. Comparaison locale de fonctions : équivalent, négligeable, dominée.
7. Tous les DL en 0 usuels.
8. Formule de Taylor-Young.
9. Théorème des valeurs intermédiaires.
10. Théorème des bornes atteintes.
11. Théorème des accroissements finis.
12. Définition de la monotonie (et lien avec la dérivée).
13. Définition d'une fonction paire ou impaire. Interprétation graphique.
14. Tangente en un point pour la représentation graphique d'une fonction.
15. Définition d'une fonction convexe sur un intervalle. Propriétés.
16. Définition d'une primitive. Propriétés.
17. Primitives usuelles.
18. Changement de variable.
19. Intégration par parties.
20. Somme de Riemann.
21. Définition d'une fonction continue par morceaux sur un segment ou sur un intervalle.
22. Intégrale sur un segment d'une fonction continue par morceaux.
23. Linéarité, positivité, croissante, inégalité de la moyenne, relation de Chasles pour les fonctions continues par morceaux.
24. Théorème de l'intégrale nulle.

## QUESTIONS DE COURS, Chapitre 2 : Séries numériques

25. *Définition d'une série, d'une série convergente, d'une série divergente, d'une série grossièrement divergente, de la somme et du reste.*
26. *Théorème suite-série :  $\sum(u_{n+1} - u_n)$  convergente  $\Leftrightarrow (u_n)$  convergente.*
27. *Combinaison linéaire de séries.*
28. *Séries géométriques : définition, convergence et somme.*
29. *Séries de Riemann.*
30. *Règle de comparaison pour les séries.*
31. *Règle de l'équivalent pour les séries.*
32. *Absolue convergence : définition et théorème.*
33. *Règle de D'Alembert pour les séries numériques.*
34. *Comparaison avec négligeable ou dominée.*
35. *Série alternée : définition et théorème spécial.*
36. *Produit de Cauchy : définition et théorème.*
37. *Formule de Stirling.*

## QUESTIONS DE COURS, Chapitre 3 : Espaces vectoriels et applications linéaires

38. *Définition d'une loi interne, d'une loi externe.*
39. *Définition d'un espace vectoriel.*
40. *Caractérisation d'un sous-espace vectoriel.*
41. *Définition d'une application linéaire et vocabulaire associé (endomorphisme, isomorphisme, automorphisme)*
42. *Définition du noyau, lien avec l'injectivité.*
43. *Définition de l'image, lien avec la surjectivité.*
44. *Famille finie de vecteurs libre, liée, génératrice. Base.*
45. *Définition d'un espace vectoriel de dimension finie.*
46. *Théorème de la base incomplète.*
47. *Formule de Grasmann.*
48. *Rang d'une famille de vecteurs.*
49. *Théorème du rang. Cas particulier avec les endomorphismes.*
50. *Définition d'une forme linéaire.*
51. *Hyperplan : définition, caractérisations, équation dans une base.*

## QUESTIONS DE COURS, Chapitre 4 : Espaces vectoriels et applications linéaires

52. *Définition du produit matriciel.*
53. *Définition de la transposée d'une matrice. Propriétés.*
54. *Définition d'une matrice symétrique, d'une matrice antisymétrique.*
55. *Définition du rang d'une matrice.*
56. *Définition du déterminant d'une matrice.*
57. *Propriétés du déterminant.*
58. *Développement du déterminant par rapport à une ligne ou une colonne.*
59. *Déterminant de Vandermonde : définition et expression.*
60. *Matrice d'un vecteur relativement à une base.*
61. *Matrice d'une application linéaire relativement à deux bases, d'un endomorphisme relativement à une base.*
62. *Matrice d'une composée.*
63. *Formule de changement de bases pour un vecteur.*
64. *Formule de changement de bases pour une application linéaire.*
65. *Formule de changement de bases pour un endomorphisme.*
66. *Déterminant d'une famille de  $\dim(E)$  vecteurs relativement à une base  $B$  de  $E$  (dimension finie). Propriétés.*
67. *Déterminant d'un endomorphisme (dimension finie). Propriétés.*

## QUESTION DE COURS : Chapitre 5 : Compléments sur les espaces vectoriels, les endomorphismes et les matrices

68. Définition de l'espace vectoriel produit d'un nombre fini d'espace vectoriel.
69. Dimension de  $E_1 \times E_2 \cdots \times E_n$  quand les  $E_i$  sont de dimensions finies.
70. Somme de  $p$  sous-espaces vectoriels.
71. Somme directe de  $p$  sous-espaces vectoriels : définition et caractérisation.
72. Cas particulier de la somme de 2 sous espaces vectoriels en somme directe. Caractérisations.
73. Base adaptée à une somme directe, partition d'une base.
74. Théorème sur la dimension d'une somme de sous espace vectoriels de dimensions finies.
75. Définition des matrices par blocs : opérations élémentaires ...
76. Définition d'un projecteur et théorème associé.
77. Définition d'une symétrie et théorème associé.
78. Définition d'un sous espace vectoriel stable et interprétation matricielle.
79. Définition de la trace d'une matrice. Propriétés.
80. Trace d'un endomorphisme. Propriétés.
81. Polynômes d'endomorphisme et de matrice. Définition et propriétés.
82. Polynômes annulateurs d'une matrice ou d'un endomorphisme : définitions.
83. Polynômes interpolateur de Lagrange : définition, propriétés et lien avec Vandermonde

**QUESTIONS DE COURS, Chapitre 6 : Intégrales généralisées sur un intervalle**

84. Définition d'une intégrale convergente sur un intervalle.
85. Propriétés : linéarité, positivité, croissance, Chasles, partie réelle et imaginaire
86. Intégrales de références :  $\int_0^1 \ln(t)dt$ ,  $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$  et intégrales de Riemann
87. Règle de comparaison pour les intégrales généralisées de fonctions positives.
88. Théorème de comparaison série-intégrale
89. Définition d'une fonction intégrable sur un intervalle.
90. Théorème de l'absolue convergence.
91. Inégalité de la moyenne
92. Théorème de l'intégrable généralisée nulle.
93. Inégalité triangulaire.
94. Espace  $L^1(I, K)$
95. Intégrabilité et équivalent.
96. Intégrabilité et négligeable ou dominée.
97. Théorème de comparaison série-intégrale.
98. Changement de variable dans les intégrales généralisées.
99. Intégration par parties dans les intégrales généralisées.