Feuille d'exercices n°38 : chap. 14

Exercice 324. *Trouver les matrices qui commutent avec* $A = \begin{pmatrix} 0 & -14 & 6 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice 325. $\star$ *Soit* $A \in M_n(\mathbb{C})$ *une matrice de rang un.*
Trouver une CNS sur A *pour que* A *soit diagonalisable dans* $M_n(\mathbb{C})$.

Exercice 326. *Soit* $A \in M_n(\mathbb{R})$ *telle que* $A^4 + 5A^2 + 4I_n = 0$. *Montrer que* $tr(A) = 0$

Exercice 327. *Trigonaliser, si c'est possible :* $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -5 & 5 \end{pmatrix}$

Exercice 328. *Donner une condition nécessaire et suffisante portant sur les réels* a, b *et* c *pour que la matrice* $\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$ *soit diagonalisable dans* $M_3(\mathbb{R})$.

Exercice 329. $\star$ *Soit* $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$ *avec* $(a, b, c) \in \mathbb{C}^3$
Diagonaliser A.

Exercice 330. $\star$ *Soit* $A \in GL_n(\mathbb{C})$, $p \in \mathbb{N}^*$. *On pose* $B = A^p$.
Montrer que : A *est diagonalisable si et seulement* B *diagonalisable*

Exercice 331. $\star$ *Soit* E *un* K*-espace vectoriel de dimension finie* $n \in \mathbb{N}^*$.
Soit f *et* g *deux endomorphismes de* E *qui commutent.*
Montrer que si f *admet* n *valeurs propres distinctes alors il existe une base de* E *diagonalisante pour* f *et* g *simultanément.*

Exercice 332. *Soit* $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
a) Calculer A^3
b) A *est-elle diagonalisable dans* $M_4(\mathbb{R})$ *? dans* $M_4(\mathbb{C})$ *?*

Exercice 333. *Trouver toutes les matrices* $A \in M_n(\mathbb{R})$ *diagonalisable dans* $M_n(\mathbb{R})$ *et vérifiant* $A^3 + A = 2I_n$

Exercice 334. *Soit* $M \in M_n(\mathbb{R})$ *vérifiant :* $M^2 + M^T = I_n$. *Montrer que* M *est diagonalisable.*