

Feuille d'exercices n°43 : chap. 16

Exercice 365. (\star)

On pose $\forall (p, q) \in \mathbb{N}^2$, $u_{p,q} = \frac{2(p-q)}{(p+q+1)(p+q+2)(p+q+3)}$

Calculer $A = \sum_{q=0}^{+\infty} \sum_{p=0}^{+\infty} u_{p,q}$, $B = \sum_{p=0}^{+\infty} \sum_{q=0}^{+\infty} u_{p,q}$ et $C = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{p+q=n} u_{p,q}$

La famille $(u_{p,q})_{(p,q) \in \mathbb{N}^2}$ est-elle sommable ?

Exercice 366. Soit Ω un ensemble dénombrable.

L'ensemble des parties finies de Ω est-il une tribu sur Ω ?

Exercice 367. a) Montrer qu'une intersection quelconque de tribu sur Ω est une tribu sur Ω

b) Soit E une famille de partie de Ω et F l'intersection de toutes les tribus sur Ω contenant E . Montrer que F est la plus petite tribu sur Ω (au sens de l'inclusion) contenant E .

Exercice 368. Un garagiste veut donner une voiture à chacune de ses trois filles : Juju, Zaza et Kiki. Il fait son choix parmi trois voitures vertes, une jaune et une bleue.

On note Ω l'univers égale à l'ensemble des solutions.

a) Calculer $\text{card}(\Omega)$

On note E_1 l'événement : "toutes ses filles ont un voiture verte"

On note E_2 l'événement : "toutes ses filles ont des voitures de couleurs différentes."

On note E_3 l'événement : "aucune fille n'a une voiture verte"

On note E_4 l'événement : "Juju et Zaza ont une voiture verte"

On note E_5 l'événement : "Kiki a une voiture verte"

On note E_6 l'événement : "Kiki a une voiture bleue"

On note E_7 l'événement : "Kiki a une voiture jaune"

b) Dire si les propositions suivantes, sont vraies ou fausses :

$P_1 : E_1$ et E_2 sont incompatibles

$P_2 : E_3$ et E_5 sont incompatibles

$P_3 : (E_1, E_3)$ est un système complet d'événements

$P_4 : (E_5, E_6, E_7)$ est un système complet d'événements

$P_5 : E_2 \Rightarrow E_4$ "

$P_6 : E_1 \Rightarrow E_5$ "

Exercice 369. On tire de manière équiprobable, 2 cartes dans un jeu classique de 52 cartes.

a) Calculer la probabilité d'avoir deux cartes de la même couleur (coeur, carreau, trèfle, pique).

b) Calculer la probabilité d'avoir une paire d'As.

c) Calculer la probabilité d'avoir une paire.

d) Calculer la probabilité d'avoir deux cartes de la même couleur qui se suivent.

Exercice 370. On oublie qu'il y a des années bissextiles et on suppose qu'une personne a autant de chance de naître chaque jour de l'année.

a) Quelle est la probabilité pour que deux élèves de la classe de PSI* de La Fayette 2022-2023 (effectif 27) soit nés le même jour ?

b) Combien faut-il d'élèves dans une classe, pour que la probabilité que deux élèves soit nés le même jour soit supérieur à 0,9 ?