

## Feuille d'exercices n°45 : chap. 16

**Exercice 377.** Un classique : une maladie rare touche un individu sur 1 000. On dispose d'un test de dépistage qui est positif pour 95% des personnes malades et pour 0.5% des individus sains. Un individu est testé positif. Quelle est la probabilité qu'il soit effectivement malade ?

**Exercice 378.** On jette deux dés non pipés, un dé noir et un dé blanc. Soient A l'événement : « le chiffre du dé noir est pair », B l'événement : « le chiffre du dé blanc est impair », C l'événement : « les deux chiffres ont même parité ». Montrer que A et B, A et C, B et C sont indépendants mais que les trois événements A, B et C ne le sont pas.

**Exercice 379.** On sait qu'à une date donnée, 3% d'une population est atteinte d'hépatite. On dispose de tests de dépistage de la maladie :

- Si la personne est malade, alors le test est positif avec une probabilité de 95%
  - Si la personne est saine, alors le test est positif avec une probabilité de 10%
1. Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est positif ?
  2. Quelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est positif ?
  3. Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est négatif ?
  4. Quelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est négatif ?

**Exercice 380.** Un professeur oublie fréquemment ses clés. Pour tout  $n$ , on note :  $E_n$  l'événement «le jour  $n$ , le professeur oublie ses clés». On pose  $P_n = P(E_n)$ .

On suppose que :  $P_1 = a \in ]0; 1[$  est donné et que si le jour  $n$  il oublie ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité  $\frac{1}{10}$  ; si le jour  $n$  il n'oublie pas ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité  $\frac{4}{10}$ .

a) Donner une relation de récurrence entre  $P_{n+1}$  et  $P_n$

b) Quelle est la probabilité de l'événement «le jour  $n$ , le professeur oublie ses clés» ?

**Exercice 381.** Lubo marque ses penalty avec une probabilité  $p_1 \in ]0, 1[$ , Salif marque ses penalty avec une probabilité  $p_2 \in ]0, 1[$ .

Ils tirent des penalty à tour de rôle, jusqu'à ce que l'un des deux réussisse. Salif commence.

a) Calculer les probabilités suivantes :

- Salif gagne
  - Lubo gagne
  - La partie est infinie
- b) Est-il possible que les deux joueurs aient la même probabilité de gagner ?

**Exercice 382.** On dispose de 100 dés à 6 faces dont 25 sont pipés.

Pour chaque dé pipé, la probabilité d'obtenir le chiffre 6 est de  $\frac{1}{2}$ .

a) On tire au hasard un dé parmi les 100 dés. On lance le dé et on obtient le chiffre 6.

Quelle est la probabilité que ce dé soit pipé ?

b) Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . On tire un dé au hasard parmi les 100 dés. On lance ce dé  $n$  fois et obtient chaque fois le chiffre 6.

Quelle est la probabilité  $p_n$  que ce dé soit pipé ?

c) Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$ . Interpréter.