

Feuille d'exercices n°45 : chap. 16

Exercice 377. *Un classique : une maladie rare touche un individu sur 1 000. On dispose d'un test de dépistage qui est positif pour 95% des personnes malades et pour 0.5% des individus sains. Un individu est testé positif. Quelle est la probabilité qu'il soit effectivement malade ?*

Exercice 378. *On jette deux dés non pipés, un dé noir et un dé blanc. Soient A l'événement : « le chiffre du dé noir est pair », B l'événement : « le chiffre du dé blanc est impair », C l'événement : « les deux chiffres ont même parité ». Montrer que A et B , A et C , B et C sont indépendants mais que les trois événements A , B et C ne le sont pas.*

Exercice 379. *On sait qu'à une date donnée, 3% d'une population est atteinte d'hépatite. On dispose de tests de dépistage de la maladie :*

- Si la personne est malade, alors le test est positif avec une probabilité de 95%
 - Si la personne est saine, alors le test est positif avec une probabilité de 10%
1. *Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est positif ?*
 2. *Quelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est positif ?*
 3. *Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est négatif ?*
 4. *Quelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est négatif ?*

Exercice 380. *Un professeur oublie fréquemment ses clés. Pour tout n , on note : E_n l'événement «le jour n , le professeur oublie ses clés». On pose $P_n = P(E_n)$.*

On suppose que : $P_1 = a \in]0; 1[$ est donné et que si le jour n il oublie ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité $\frac{1}{10}$; si le jour n il n'oublie pas ses clés, le jour suivant il les oublie avec la probabilité $\frac{4}{10}$.

- a) *Donner une relation de récurrence entre P_{n+1} et P_n*
- b) *Quelle est la probabilité de l'événement «le jour n , le professeur oublie ses clés» ?*

Exercice 381. *Lubo marque ses pénaltys avec une probabilité $p_1 \in]0, 1[$, Salif marque ses pénaltys avec une probabilité $p_2 \in]0, 1[$.*

Ils tirent des pénaltys à tour de rôle, jusqu'à ce que l'un des deux réussisse. Salif commence.

- a) *Calculer les probabilités suivantes :*
 - Salif gagne
 - Lubo gagne
 - La partie est infinie
- b) *Est-il possible que les deux joueurs aient la même probabilité de gagner ?*

Exercice 382. *On dispose de 100 dés à 6 faces dont 25 sont pipés.*

Pour chaque dé pipé, la probabilité d'obtenir le chiffre 6 est de $\frac{1}{2}$.

- a) *On tire au hasard un dé parmi les 100 dés. On lance le dé et on obtient le chiffre 6. Quelle est la probabilité que ce dé soit pipé ?*
- b) *Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On tire un dé au hasard parmi les 100 dés. On lance ce dé n fois et obtient chaque fois le chiffre 6. Quelle est la probabilité p_n que ce dé soit pipé ?*
- c) *Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$. Interpréter.*