

## Feuille d'exercices n°66 : chap. 22

**Exercice 509.** Soit  $\Sigma$  la surface d'équation cartésienne  $z = xy$ .

- a) Montrer que tous les points de  $\Sigma$  sont réguliers.
- b) Montrer que  $A(2, 3, 6) \in \Sigma$  et déterminer équation cartésienne de  $P_A$  le plan tangent à  $\Sigma$  en  $A$ .
- c) Soit  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  un point de  $\Sigma$ .

Déterminer une équation cartésienne de  $P_0$  le plan tangent à  $\Sigma$  en  $M_0$

- d) Déterminer  $\Gamma$  l'ensemble des points de  $\Sigma$  en lesquels le plan tangent contient la droite  $D$

$$d'equations \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

**Exercice 510.** Soit la surface  $S$  d'équation cartésienne  $z^3 = xy$ .

On pose  $\forall \lambda \in \mathbb{R} \quad \Gamma_\lambda = S \cap \{z = \lambda\}$

- a) Dessiner  $\Gamma_\lambda$
- b) Déterminer les points réguliers de  $S$ .
- c) Déterminer, en tout point régulier de  $S$ , une équation cartésienne du plan tangent.
- d) Déterminer tous les plans tangents à  $S$  contenant la droite  $D$  d'équations

$$\begin{cases} x - 2 = 0 \\ y = 3z + 3 \end{cases}$$

**Exercice 511.** Soit  $\Sigma$  la surface d'équation cartésienne  $3x^2 - 2y^2 = 1 + z^2$ .

Soit  $A = (2, 1, 3)$ .

- a) Montrer que  $A \in \Sigma$ .
- b) Déterminer une équation cartésienne de  $P$  le plan tangent à  $\Sigma$  en  $A$ .
- c) Etudier les lignes de niveaux  $\Gamma_\lambda = \{(x, y) \mid (x, y, \lambda) \in \Sigma\}$
- d) Etudier  $\gamma = \Sigma \cap \{y = 0\}$
- e) Essayer de dessiner grossièrement  $\Sigma$