

Feuille d'exercices n°4 : chap. 1

Exercice 38. Montrer que : $\forall x > 0 \quad \sin(x) - (x - \frac{x^3}{3!}) \leq \frac{x^5}{5!}$

Exercice 39. Etudier la fonction $f(x) = \ln(x + \frac{1}{x})$.
On s'appliquera en particulier sur l'étude en 0 et en $+\infty$.

Exercice 40. Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\forall x \neq 0 \quad f(x) = \frac{x}{1+|x|}$.

- a) Montrer que f est continue et dérivable en 0.
- b) f est-elle C^1 en 0 ?
- c) Donner l'allure de la représentation graphique de f .
- d) f est-elle C^2 en 0 ?

Exercice 41. (★)
Etudier $f(x) = x^2 \arctan(\frac{1}{1+x})$

Exercice 42. (★)

Donner un équivalent en $+\infty$ de $u_n = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$

Exercice 43. Calculer $A = \int_0^1 2^x dx$, $B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) 2^{\cos(x)} dx$

Exercice 44. Calculer $A = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx$ en effectuant le changement de variable : $u = x - 1$

Calculer $B = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \cos^3(x) \sin^5(x) dx$ en effectuant le changement de variable : $u = \sin(x)$

Calculer $C = \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$ en effectuant le changement de variable : $u = \sqrt{x}$

Exercice 45. En utilisant des intégrations par parties, calculer :

$$A = \int x^2 e^{2x} dx, \quad B = \int x^3 \ln(x) dx, \quad C = \int x \sin(x) dx$$

Exercice 46. Déterminer une primitive de $f(x) = \cos(2x) \exp(x)$

Exercice 47. a) On pose $I =]1; +\infty[$ et $\forall x \in I \quad f(x) = \frac{2x^2-3x+3}{x^3-x^2+x-1}$
Déterminer une primitive de f sur I .

b) Déterminer une primitive de $x \mapsto \frac{2x-1}{x^2+5x+6}$ sur un domaine à préciser.

Exercice 48. Calculer $Z = \int_1^{2+\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}} dx$