

Feuille d'exercices n°2 : chap. 1

Exercice 17. (Sommes)

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de : $A(x) = \ln(1-x) + \sin(x)$.

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de $B(x) = \exp(x^2) - \cos(x)$.

Exercice 18. produits

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de $C(x) = \cos(x)\sqrt{1-x}$

Donner le développement limité à l'ordre 4 en 0 de $D(x) = \sin(x)(1+x^2)^2$

Exercice 19. inverses

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de : $E(x) = \frac{1}{1-x}$

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de : $F(x) = \frac{1}{1-2x-x^2}$

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de : $G(x) = \frac{1}{2-\sin(x)}$

Exercice 20. composées

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de : $H(x) = \exp(\ln(1+x))$.

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de : $I(x) = (1+x)^{\frac{1}{x}}$.

Exercice 21. ailleurs qu'en zéro...

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 1 de : $J(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - 1$.

Donner le développement limité à l'ordre 3 en $\frac{\pi}{4}$ de : $K(x) = \tan(x)$.

Donner le développement asymptotique à l'ordre 2 en $+\infty$ de : $L(x) = \sqrt{2+x+x^2}$.

Exercice 22. Montrer que :

a) $\tan(\sin(x)) = o(\sqrt{x})$ au voisinage de 0.

b) $\cos\left(\frac{x\sqrt{1+x^2}}{1+x+x^2}\right) = O(1)$ au voisinage de $+\infty$.

c) $\ln(\sin(x)) \sim \ln(x)$ au voisinage de 0

Exercice 23. On pose
$$\begin{array}{ccc} f & : & \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x + e^{x^3} - 1 \end{array}$$

1) Montrer que f est une bijection de classe C^1 .

2) Montrer que f^{-1} est de classe C^1 .

3) Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre 3 de f

4) Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre 3 de f^{-1}

Exercice 24. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$ avec $a > 0$ et $b > 0$.

Exercice 25. ★

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$ l'équation $x - \ln(x) = n$ admet une unique solution, notée u_n , sur $[1; +\infty[$

b) Montrer qu'au voisinage de $+\infty$: $u_n = n + \ln(n) + o\left(\frac{\ln(n)}{n}\right)$