

Feuille d'exercices n°11 : chap. 3

Exercice 104. a) Etudier l'intégrabilité sur $]0; +\infty[$ de la fonction $t \mapsto 1 - th(t)$

b) Etudier l'intégrabilité sur $]0; 1[$ de la fonction $t \mapsto \sin^3(\frac{1}{t^2})$

c) Etudier l'intégrabilité sur $]0; 1[$ de la fonction $t \mapsto \frac{\sin(\ln(t))}{\sqrt{t(1-t)}}$

Exercice 105. a) Etudier suivant le paramètre $\alpha \in \mathbb{R}$ l'intégrabilité sur $[e; +\infty[$ de la fonction $t \mapsto \frac{1}{t(\ln(t))^\alpha}$

b) Etudier suivant le paramètre $\alpha \in \mathbb{R}$ l'intégrabilité sur $[e; +\infty[$ de la fonction $t \mapsto \frac{1}{t^\alpha \ln(t)}$

c) (★) Etudier suivant les paramètres $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ l'intégrabilité sur $[e; +\infty[$ de la fonction $t \mapsto \frac{1}{t^\alpha (\ln(t))^\beta}$

Exercice 106. Etudier suivant les paramètres $\alpha \in \mathbb{R}$ et $\beta \in \mathbb{R}$ la convergence des séries $\sum \frac{1}{t^\alpha (\ln(t))^\beta}$

Exercice 107. Convergence et calcul de $\int_0^{+\infty} \exp(-[t]) dt$

Exercice 108. Pour $n \in \mathbb{N}$ montrer la convergence de $I_n = \int_0^{+\infty} \frac{te^{-nt}}{sh(t)} dt$ et étudier $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

Exercice 109. Pour $a \in \mathbb{R}$ on pose $I(a) = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{(1+t^2)(1+t^a)}$

Montrer que $I(a)$ est convergente.

Calculer $I(a)$ après avoir effectué le changement de variable $u = \frac{1}{t}$