Mathématiques : contrôle des connaissances n°5

NOM, PRENOM :

1°) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$: $\begin{array}{rccc} f_n & : & [0,1] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & & t & \longmapsto & \frac{1+t^n}{2+t^2} \end{array}$

a) Montrer que $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge simplement sur $[0,1]$ vers une fonction f que l'on précisera.

b) La convergence est-elle uniforme sur $[0,1]$?

c) Soit $a \in [0,1[$. Montrer que $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge uniformément vers f sur $[0,a]$

2°) Donner la définition d'une norme sur un K espace vectoriel E.

3°) Soit $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ , \ x^2 + cos(xy) > 1\}$

a) Donner la définition d'un ouvert de $\mathbb{R}^2$.

b) Montrer que A est un ouvert de $\mathbb{R}^2$.

Mathématiques : contrôle des connaissances n°5

NOM, PRENOM :

1°) Donner la définition d'une norme sur un K espace vectoriel E.

2°) Soit $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ , \ y^3 + ch(x + y) > 1\}$

a) Donner la définition d'un ouvert de $\mathbb{R}^2$.

b) Montrer que A est un ouvert de $\mathbb{R}^2$.

3°) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$: $\begin{array}{rccc} f_n & : & [0,1] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & & t & \longmapsto & \frac{1+t^n}{1+t^3} \end{array}$

a) Montrer que $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge simplement sur $[0, 1]$ vers une fonction f que l'on précisera.

b) La convergence est-elle uniforme sur $[0, 1]$?

c) Soit $a \in [0, 1[$. Montrer que $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge uniformément vers f sur $[0, a]$