PSI* 2026-2027 : Plan du cours et questions de cours possibles

---

PLAN DU COURS

Chapitre 1. *Révisions et compléments d'analyse*

Chapitre 2. *Séries numériques*

Chapitre 3. *Intégrales généralisées sur un intervalle*

Chapitre 4. *Espaces vectoriels et applications linéaires*

Chapitre 5. *Calculs matriciels, algèbre linéaire et matrices*

Chapitre 6. *Compléments sur les espaces vectoriels, les endomorphismes et les matrices*

Chapitre 7. *Espaces préhilbertiens et espaces euclidiens*

Chapitre 8. *Espaces vectoriels normés*

Chapitre 9. *Topologie d'un espace vectoriel normé : application*

Chapitre 10. *Suites de fonctions*

Chapitre 11. *Séries de fonctions*

Chapitre 12. *Séries entières*

QUESTIONS DE COURS, Chapitre 1 : Révisions et compléments d'analyse

1. *Continuité en un point et continuité globale pour une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.*
2. *Dérivabilité en un point et dérivabilité globale pour une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.*
3. *Dérivée d'une fonction réciproque.*
4. *Théorème de la limite de la dérivée.*
5. *Comparaison locale de fonctions : équivalent, négligeable, dominée.*
6. *Tous les DL en 0 usuels.*
7. *Formule de Taylor-Young.*
8. *Théorème des valeurs intermédiaires.*
9. *Théorème des bornes atteintes.*
10. *Théorème des accroissements finis.*
11. *Définition de la monotonie (et lien avec la dérivée).*
12. *Définition d'une fonction paire ou impaire. Interprétation graphique.*
13. *Tangente en un point pour la représentation graphique d'une fonction.*
14. *Définition d'une fonction convexe sur un intervalle. Propriétés.*
15. *Définition d'une primitive. Propriétés.*
16. *Primitives usuelles.*
17. *Changement de variable.*
18. *Intégration par parties.*
19. *Somme de Riemann.*
20. *Définition d'une fonction continue par morceaux sur un segment ou sur un intervalle.*
21. *Intégrale sur un segment d'une fonction continue par morceaux.*
22. *Linéarité, positivité, croissante, inégalité de la moyenne, relation de Chasles pour les fonctions continues par morceaux.*
23. *Théorème de l'intégrale nulle.*

QUESTIONS DE COURS, Chapitre 2 : Séries numériques

24. *Définition d'une série, d'une série convergente, d'une série divergente, d'une série grossièrement divergente, de la somme et du reste.*

25. *Théorème suite-série :* $\sum(u_{n+1} - u_n)$ *convergente* $\Leftrightarrow (u_n)$ *convergente.*

26. *Combinaison linéaire de séries.*

27. *Séries géométriques : définition, convergence et somme.*

28. *Séries de Riemann.*

29. *Règle de comparaison pour les séries.*

30. *Règle de l'équivalent pour les séries.*

31. *Absolue convergence : définition et théorème.*

32. *Règle de D'Alembert pour les séries numériques.*

33. *Comparaison avec négligeable ou dominée.*

34. *Série alternée : définition et théorème spécial.*

35. *Produit de Cauchy : définition et théorème.*

36. *Formule de Stirling.*

QUESTIONS DE COURS, Chapitre 3 : Intégrales généralisées sur un intervalle

37. *Définition d'une intégrale convergente sur un intervalle.*

38. *Propriétés : linéarité, positivité, croissance, Chasles, partie réelle et imaginaire*

39. *Intégrales de références :* $\int_0^1 ln(t)dt$, $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t}dt$ *et intégrales de Riemann*

40. *Règle de comparaison pour les intégrales généralisées de fonctions positives.*

41. *Théorème de comparaison série-intégrale*

42. *Définition d'une fonction intégrable sur un intervalle.*

43. *Théorème de l'absolue convergence.*

44. *Inégalité de la moyenne*

45. *Théorème de l'intégrable généralisée nulle.*

46. *Inégalité triangulaire.*

47. *Espace* $L^1(I, K)$

48. *Intégrabilité et équivalent.*

49. *Intégrabilité et négligeable ou dominée.*

50. *Théorème de comparaison série-intégrale.*

51. *Changement de variable dans les intégrales généralisées.*

52. *Intégration par parties dans les intégrales généralisées.*

QUESTIONS DE COURS, Chapitre 4 : Espaces vectoriels et applications linéaires

53. *Définition d'une loi interne, d'une loi externe.*
54. *Définition d'un espace vectoriel.*
55. *Caractérisation d'un sous-espace vectoriel.*
56. *Définition d'un application linéaire et vocabulaire associé (endomorphisme, isomorphisme, automorphisme)*
57. *Définition du noyau, lien avec l'injectivité.*
58. *Définition du l'image, lien avec la surjectivité.*
59. *Famille finie de vecteurs libre, liée, génératrice. Base.*
60. *Définition d'un espace vectoriel de dimension finie.*
61. *Théorème de la base incomplète.*
62. *Formule de Grasmann.*
63. *Rang d'une famille de vecteurs.*
64. *Théorème du rang. Cas particulier avec les endomorphismes.*
65. *Définition d'une forme linéaire.*
66. *Hyperplan : définition, caractérisations, équation dans une base.*

QUESTIONS DE COURS, Chapitre 5 : Calculs matriciels, algèbre linéaire et matrices

67. *Définition du produit matriciel.*

68. *Définition de la transposée d'une matrice. Propriétés.*

69. *Définition d'une matrice symétrique, d'une matrice antisymétrique.*

70. *Définition du rang d'une matrice.*

71. *Définition du déterminant d'une matrice.*

72. *Propriétés du déterminant.*

73. *Développement du déterminant par rapport à une ligne ou une colonne.*

74. *Déterminant de Vandermonde : définition et expression.*

75. *Matrice d'un vecteur relativement à une base.*

76. *Matrice d'une application linéaire relativement à deux bases, d'un endomorphisme relativement à une base.*

77. *Matrice d'une composée.*

78. *Formule de changement de bases pour un vecteur.*

79. *Formule de changement de bases pour une application linéaire.*

80. *Formule de changement de bases pour un endomorphisme.*

81. *Déterminant d'une famille de $\dim(E)$ vecteurs relativement à une base B de E (dimension finie). Propriétés.*

82. *Déterminant d'un endomorphisme (dimension finie). Propriétés.*

QUESTION DE COURS : Chapitre 6 : Compléments sur les espaces vectoriels, les endomorphismes et les matrices

83. *Définition de l'espace vectoriel produit d'un nombre fini d'espace vectoriel.*
84. *Dimension de $E_1 \times E_2 \cdots \times E_n$ quand les E_i sont de dimensions finies.*
85. *Somme de p sous-espaces vectoriels.*
86. *Somme directe de p sous-espaces vectoriels : définition et caractérisation.*
87. *Cas particulier de la somme de 2 sous espaces vectoriels en somme directe. Caractérisations.*
88. *Base adaptée à une somme directe, partition d'une base.*
89. *Théorème sur la dimension d'une somme de sous espace vectoriels de dimensions finies.*
90. *Définition des matrices par blocs : opérations élémentaires ...*
91. *Définition d'un projecteur et théorème associé.*
92. *Définition d'une symétrie et théorème associé.*
93. *Définition d'un sous espace vectoriel stable et interprétation matricielle.*
94. *Définition de la trace d'une matrice. Propriétés.*
95. *Trace d'un endomorphisme. Propriétés.*
96. *Polynômes d'endomorphisme et de matrice. Définition et propriétés.*
97. *Polynômes annulateurs d'une matrice ou d'un endomorphisme : définitions.*
98. *Polynômes interpolateur de Lagrange : définition, propriétés et lien avec Vandermonde*

QUESTIONS DE COURS,
Chapitre 7 : Espaces préhilbertiens réels ; espaces euclidiens

99. *Définition d'un produit scalaire, d'un espace préhilbertien, d'un espace euclidien*

100. *Les produits scalaires usuels : produit scalaire canonique sur* $\mathbb{R}^n$, *sur* $M_n(\mathbb{R})$ *(expression avec la trace), sur* $C^0([a;b])$

101. *Norme euclidienne. Propriétés.*

102. *Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité.*

103. *Inégalité triangulaire, cas d'égalité.*

104. *Identité du parallélogramme*

105. *Identités de polarisation.*

106. *Vecteurs unitaires, vecteurs orthogonaux. Famille orthogonale, orthonormale.*

107. *Théorème sur la liberté d'une famille orthogonale de vecteurs non nuls.*

108. *Théorème de Pythagore.*

109. *Orthogonal d'une partie. Propriétés.*

110. *Algorithme d'orthonormalisation de Schmidt.*

111. *Existence de bases orthonormées pour des sous-espaces vectoriels de dimensions finies.*

112. *Calcul du produit scalaire dans une base orthonormée d'un espace euclidien.*

113. *Théorème de projection orthogonale.*

114. *Représentation d'une forme linéaire à l'aide du produit scalaire.*

115. *Caractérisation d'un hyperplan par un vecteur normal.*

116. *Projection sur une droite et distance à un hyperplan.*

Chapitre 8 : QUESTIONS DE COURS, Espaces vectoriels normés

117. **Définition d'une norme. Propriétés de la norme (dont la deuxième inégalité triangulaire).**

118. **Normes usuelles sur K^n : norme 1, norme 2, norme infinie. Application à $M_n(K)$**

119. *Extensions des normes usuelles de K^n à un K espace vectoriel de dimension finie.*

120. **Norme infinie sur $B(I,K)$ sur l'espace vectoriel des fonctions bornées de I dans K.**

121. *Définition et propriétés de la distance associée à une norme.*

122. *Définitions des boules ouvertes, fermées, et des sphères (de centre a et de rayon r).*

123. **Définition de deux normes équivalentes.**

124. **Equivalence de normes en dimension finie.**

QUESTIONS DE COURS chapitre 9 : Topologie d'un espace vectoriel normé : applications

125. *Définition d'un point intérieur.*

126. *Définition d'un ouvert. Propriétés avec intersection et union.*

127. *Définition d'un fermé. Propriétés avec intersection et union.*

128. *Parties bornées, parties convexe.*

129. *Suite d'un espace vectoriel normé, convergence, divergence, suites bornées.*

130. *Propriétés et opérations sur les suites convergentes.*

131. *Suites extraites.*

132. *Définition d'un point adhérent, de l'adhérence d'une partie.*

133. *Caractérisation séquentielle d'un point adhérent, lien avec les fermés.*

134. *Définition d'une partie dense.*

135. *Convergence par coordonnées en dimension finie.*

136. *Définition de la limite d'une fonction en un point adhérent.*

137. *Caractérisation séquentielle de la limite.*

138. *Opérations sur les limites.*

139. *Continuité en un point, continuité global, prolongement par continuité.*

140. *Caractérisation séquentielle de la continuité en un point.*

141. *Opérations sur les fonctions continues.*

142. *Image réciproque d'un ouvert ou d'un fermé par une application continue.*

143. *Fonction Lipschitzienne : définition et propriétés.*

144. *Continuité par coordonnées dans le cas ou l'espace d'arrivée est de dimension finie.*

145. *Théorèmes des bornes atteintes.*

146. *Continuité des applications linéaires, multilinéaires, polynomiales.*

QUESTIONS DE COURS : Chapitre 10 : Suites de fonctions

147. *Convergence SIMPLE d'une suite de fonctions à valeurs dans $K = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ sur I un intervalle de $\mathbb{R}$.*

148. *Convergence UNIFORME d'une suite de fonctions à valeurs dans $K = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ sur I un intervalle de $\mathbb{R}$.*

149. *Lien entre la convergence uniforme et la norme infinie.*

150. *Lien entre convergence uniforme et convergence simple.*

151. *Continuité et convergence uniforme (en un point, sur I, sur tout segment inclu dans I).*

152. *Intégration sur un segment et continuité uniforme.*

153. *Dérivation et continuité uniforme : classe C^1.*

154. *Dérivation et continuité uniforme : classe C^k.*

QUESTIONS DE COURS : Chapitre 11 : Séries de fonctions

155. *Convergence SIMPLE, convergence UNIFORME et convergence NORMALE d'une série de fonctions d'un intervalle de* $\mathbb{R}$ *dans* $K = \mathbb{R}$ *ou* $\mathbb{C}$.

156. *Lien entre ces modes de convergence.*

157. *Utilisation du reste.*

158. *Continuité d'une série de fonctions.*

159. *Intégration terme à terme sur un segment.*

160. *Dérivation terme à terme d'une séries de fonctions. (classe* C^1*).*

161. *Généralisation : classe* C^k.

162. *Théorème de la double limite pour les séries de fonctions.*

QUESTIONS DE COURS : Chapitre 12 : Séries entières

163. *Définition d'une série entière et de sa somme.*

164. *Définitions du rayon de convergence d'une série entière.*

165. *Règles de comparaisons et règle de l'équivalent pour les séries entières.*

166. *Utilisation de la règle de D'Alembert pour calculer un rayon de convergence.*

167. *Somme de deux séries entières et rayon de convergence.*

168. *Produit de deux séries entières et rayon de convergence.*

169. *Convergence normale d'une série entière.*

170. *Continuité d'une série entière.*

171. *Dérivations successives d'une série entière sur l'intervalle ouvert de convergence.*

172. *Primitivation d'une série entière sur tout segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.*

173. *Fonctions développables en série entière sur* $[-r, r]$

174. *Unicité du DSE et lien avec Taylor.*

175. DSE_0 *usuels.*

176. *Continuité d'une série entière d'une variable complexe.*

177. *Exponentielle complexe. Définition et propriétés.*