Feuille d'exercices n°4 : Chapitre 1

Exercice 34. *a) Montrer que :* $\forall x > 0 \quad \frac{1}{x+1} \leq ln(1+x) - ln(x) \leq \frac{1}{x}$
b) Montrer que au voisinage de $+\infty$: $\sum\limits_{p=1}^{n} \frac{1}{p} \sim ln(n)$

Exercice 35. *Montrer que :* $\forall x > 0 \quad sin(x) - (x - \frac{x^3}{3!}) \leq \frac{x^5}{5!}$

Exercice 36. *Etudier la fonction* $f(x) = ln(x + \frac{1}{x})$.
On s'appliquera en particulier sur l'étude en 0 et en $+\infty$.

Exercice 37. *Etudier la fonction* $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 6}$.
On s'appliquera en particulier sur l'étude en 0 et en $+\infty$.

Exercice 38. *Soit la fonction définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $\forall x \neq 0 \quad f(x) = \frac{x}{1+|x|}$.
a) Montrer que f *est continue et dérivable en 0.*
b) f *est-elle* C^1 *en 0 ?*
c) Donner l'allure de la représentation graphique de f.
d) f *est-elle* C^2 *en* 0 *?*

Exercice 39. *($\star$)*
Etudier $f(x) = x^2 \arctan(\frac{1}{1+x})$

Exercice 40. *Calculer* $A = \int\limits_0^1 2^x dx$, $B = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} sin(x) 2^{cos(x)} dx$

Exercice 41. *Calculer* $A = \int\limits_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx$ *en effectuant le changement de variable :* $u = x - 1$

Calculer $B = \int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} cos^3(x) sin^5(x) dx$ *en effectuant le changement de variable :* $u = sin(x)$

Calculer $C = \int\limits_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$ *en effectuant le changement de variable :* $u = \sqrt{x}$

Exercice 42. *En utilisant des intégrations par parties, calculer :*
$A = \int x^2 e^{2x} dx$, $B = \int x^3 ln(x) dx$, $C = \int x sin(x) dx$

Exercice 43. *Déterminer une primitive de* $f(x) = cos(2x) exp(x)$

Exercice 44. *a) On pose* $I =]1; +\infty[$ *et* $\forall x \in I \quad f(x) = \frac{2x^2-3x+3}{x^3-x^2+x-1}$
Déterminer une primitive de f *sur* I.
b) Déterminer une primitive de $x \mapsto \frac{2x-1}{x^2+5x+6}$ *sur un domaine à préciser.*

Exercice 45. *Calculer* $Z = \int\limits_1^{2+\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}} dx$