

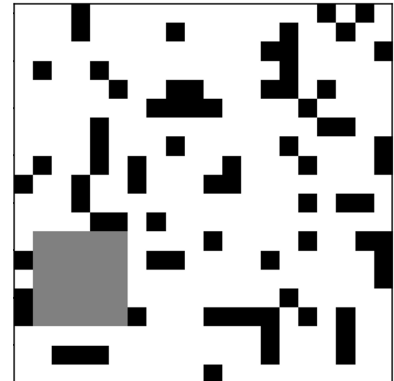
05 - Application des dictionnaires et de la mémoïsation : Recherche du plus grand carré blanc dans une grille

Le but de cet exercice est de trouver la taille du plus grand carré blanc contenu dans une image de pixels blancs ou noirs, et de localiser un tel carré.

Dans "Cahier de prépas", ouvrir le fichier texte *grille*, et copier-coller dans votre fichier python la ligne d'instruction qui déclare la grille *G*. Il s'agit d'une liste de liste qui ne contient que des 0 (codant le noir) et des 1 (codant le blanc).

Ceci correspond à une matrice carrée, de 20 lignes et 20 colonnes. Pour visualiser l'image, taper les instructions suivantes :

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 plt.imshow(G,cmap="gray")
```



Le plus grand carré blanc est colorié en gris

Ainsi, si $G[2][3]$ vaut 1, c'est que le pixel qui est à la troisième ligne en partant du haut et quatrième colonne en partant de la gauche est blanc.

On souhaite donc trouver la taille du plus grand carré blanc présent dans la grille. Pour cela, on va coder une fonction $PGCB(i, j)$ qui, pour un indice de ligne i et un indice de colonne j , va renvoyer la longueur du côté du plus grand carré blanc dont (i, j) est le sommet en bas à droite.

1. Si $PGCB(3, 7)=3$, quelles sont les coordonnées des 9 pixels qui forment le carré blanc ?
2. Si $G[i][j]=0$ que doit renvoyer $PGCB(i, j)$?
3. Si $G[i][j]=1$, et si $(i=0$ ou $j=0)$, que doit renvoyer $PGCB(i, j)$?

On suppose pour les questions 4. et 5. que $G[i][j]=1$ et que i et j sont différents de 0 .

4. Si $PGCB(i-1, j-1)=7$, $PGCB(i-1, j)=4$, $PGCB(i, j-1)=8$, faire un dessin de la situation et trouver la valeur de $PGCB(i, j)$.
5. De façon générale, exprimer $PGCB(i, j)$ en fonction de $PGCB(i-1, j-1)$, $PGCB(i-1, j)$, $PGCB(i, j-1)$
6. Coder la fonction $PGCB$ de façon récursive, avec mémoïsation grâce à un dictionnaire. On pourra utiliser la fonction `min` de Python.
7. Trouver la plus grande valeur que renvoie la fonction $PGCB$ ainsi qu'un couple (i_0, j_0) qui atteint cette plus grande valeur.
8. Modifier la valeur de $G[x][y]$ à 0.5 pour tous les x et y qui sont dans ce plus grand carré blanc, puis afficher le résultat.