



Bilan du programme de physique de PCSI

LYCÉE LAKANAL — RÉVISIONS DE PREMIÈRE ANNÉE POUR LA PSI*

Ce document rassemble, chapitre par chapitre, ce qu'il faut **savoir** (lois, résultats, ordres de grandeur) et **savoir faire** (méthodes) à l'issue de la PCSI. Il suit l'organisation du programme officiel (2021). Il ne remplace pas le cours : il sert à le *réviser* à l'entrée en PSI*, à vérifier qu'aucune notion n'a été oubliée et à repérer les liens entre les chapitres. Les encadrés « **Regard étoilé** » signalent les points qui font la différence aux concours les plus exigeants ; les encadrés « **Pièges** » recensent les erreurs les plus fréquentes ; les encadrés « **Et en PSI* ?** » indiquent où ces notions sont réinvesties en seconde année.

Table des matières

1 Outils transverses	3
1.1 Mesures et incertitudes	3
1.2 Capacités expérimentales	3
1.3 Outils mathématiques	3
1.4 Outils numériques (Python)	4
2 Formation des images	5
2.1 Sources et modèle de l'optique géométrique	5
2.2 Approximation de Gauss et lentilles minces	5
2.3 Quelques dispositifs optiques	6
3 Électrocinétique et filtrage	7
3.1 Signaux électriques dans l'ARQS	7
3.2 Circuits du premier ordre	7
3.3 Oscillateurs libres et forcés	8
3.4 Filtrage linéaire	8
4 Propagation d'un signal	10
4.1 Signaux et ondes progressives	10
4.2 Interférences	10
4.3 Ondes stationnaires	11
5 Mécanique du point	12
5.1 Cinématique du point	12
5.2 Lois de Newton	12
5.3 Approche énergétique	13
5.4 Particule chargée dans des champs uniformes et stationnaires	13
6 Moment cinétique, forces centrales, solide	15
6.1 Moment cinétique	15
6.2 Mouvement dans un champ de force centrale conservatif	15
6.3 Mouvement d'un solide	16
7 Thermodynamique	17
7.1 Descriptions microscopique et macroscopique	17
7.2 Énergie échangée au cours d'une transformation	17
7.3 Premier principe	18
7.4 Deuxième principe	18

7.5	Machines thermiques dithermes	18
8	Statique des fluides	20
9	Induction et forces de Laplace	21
9.1	Champ magnétique	21
9.2	Actions d'un champ magnétique	21
9.3	Lois de l'induction	21
9.4	Circuits fixes : auto-induction et inductance mutuelle	22
9.5	Circuits mobiles : conversion de puissance	22
10	Introduction à la physique quantique	23

Chapitre 1

Outils transverses

Programme : formation expérimentale, mesures et incertitudes, outils mathématiques et numériques (annexes 1, 2 et 3)

1.1 Mesures et incertitudes

🔧 Incertitudes-types

- Toute mesure est **variable** : sources liées à l'opérateur, à l'environnement, à l'instrument, à la méthode. On caractérise cette variabilité par l'**incertitude-type** $u(x)$.
- **Type A** (série de N mesures indépendantes) : $u(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{N}}$, s écart-type expérimental (`np.std(x, ddof=1)`).
- **Type B** (mesure unique) : loi uniforme sur $[x_0 - a, x_0 + a] \Rightarrow u = a/\sqrt{3}$ (lecture de graduation, tolérance constructeur, notice d'un multimètre).
- Loi normale : l'intervalle $[\bar{x} - u, \bar{x} + u]$ contient la valeur vraie avec une probabilité de 68 %, $[\bar{x} - 2u, \bar{x} + 2u]$ avec 95 %.
- **Composition** (sources indépendantes) : somme/différence $u(y)^2 = \sum u(x_i)^2$; produit/quotient $\left(\frac{u(y)}{y}\right)^2 = \sum \left(\frac{u(x_i)}{x_i}\right)^2$. Comparer les contributions pour identifier la source dominante.
- **Monte-Carlo** : tirer $N \sim 10^5$ jeux de valeurs selon leurs lois, calculer y pour chacun ; $u(y)$ = écart-type des résultats.
- **Écart normalisé** : $z = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}}$; compatibilité si $z \leq 2$. Sinon, analyser les causes (modèle trop simple, erreur systématique, incertitude sous-estimée).
- **Régression linéaire** : valider le modèle par les résidus (barres d'incertitude ou écarts normalisés ≤ 2 , *sans tendance*), **jamais** par le seul coefficient R^2 ; incertitudes sur pente et ordonnée à l'origine par Monte-Carlo.
- Écriture : u avec 1 ou 2 chiffres significatifs, valeur arrondie au même rang : $g = (9,79 \pm 0,03) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1.2 Capacités expérimentales

Domaine	À maîtriser
Électricité	Oscilloscope numérique (couplages AC/DC, mode XY, mesure de déphasage $\varphi = 2\pi \Delta t/T$, avance ou retard), multimètre (valeur efficace <i>vraie</i> RMS ou non, calibre, résolution), GBF (résistance de sortie 50Ω), masses communes de l'oscilloscope et du GBF.
Optique	Former une image nette (choix de f' , condition $D \geq 4f'$), autocollimation, lunette et collimateur réglés à l'infini, viseur à frontale fixe, goniomètre, spectromètre à fibre.
Signaux	Choisir f_e et la durée d'acquisition T_a pour une analyse spectrale (résolution $1/T_a$, $f_e > 2f_{\max}$) ; battements pour mesurer un petit écart de fréquence.
Mécanique	Pointage vidéo, stroboscopie, dynamomètre, accéléromètre (microcontrôleur), moment d'inertie à partir d'une période (Huygens fourni).
Thermodynamique	Capteurs de pression (absolu/différentiel) et de température (thermocouple, thermistance, infrarouge : linéarité, sensibilité, temps de réponse), calorimétrie (valeur en eau du calorimètre).

1.3 Outils mathématiques

🔧 Équations différentielles linéaires à coefficients constants

- **Ordre 1** : forme canonique $\tau \frac{dy}{dt} + y = y_\infty$, solution $y(t) = y_\infty + (y(0^+) - y_\infty) e^{-t/\tau}$. Stable si $\tau > 0$.
- **Ordre 2** : forme canonique $\ddot{y} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{y} + \omega_0^2 y = \omega_0^2 y_\infty$; équation caractéristique $r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$, discriminant $\Delta = \omega_0^2 \left(\frac{1}{Q^2} - 4 \right)$. Solutions bornées (stabilité) si les coefficients sont **de même signe**.
- Solution complète = solution homogène + solution particulière (constante, ou en $Ae^{j\omega t}$ via les complexes) ;

les constantes se fixent **à la fin** avec les conditions initiales.

- Variables séparables : $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y) \Rightarrow \int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x) dx$. Équation de Newton $\ddot{x} = f(x)$: multiplier par $\dot{x}$ donne l'intégrale première $\frac{1}{2}\dot{x}^2 - F(x) = \text{cste}$.
- **Développements limités** : $(1+x)^\alpha \simeq 1 + \alpha x$, $e^x \simeq 1 + x$, $\ln(1+x) \simeq x$, $\sin x \simeq x$, $\cos x \simeq 1 - \frac{x^2}{2}$.
- **Valeurs moyennes** sur une période : $\langle \cos \rangle = \langle \sin \rangle = 0$, $\langle \cos^2 \rangle = \langle \sin^2 \rangle = \frac{1}{2}$.
- **Produit vectoriel** : $\vec{a} \wedge \vec{b}$ orthogonal à $\vec{a}$ et $\vec{b}$, de norme $ab|\sin \theta|$, trièdre direct (règle de la main droite) ; antisymétrique. En base orthonormée directe : $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = \vec{u}_z$ et permutations circulaires.
- **Gradient** : $df = \overrightarrow{\text{grad}} f \cdot d\vec{r}$; en cartésiennes $\overrightarrow{\text{grad}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$; $\overrightarrow{\text{grad}} f$ est orthogonal aux surfaces iso- f et orienté vers les f croissants.
- Échelles log : une loi de puissance $y = Ax^n$ est une droite de pente n en log-log.
- Courbes paramétrées $x = a \cos \omega t$, $y = b \cos(\omega t - \varphi)$: segment ($\varphi = 0$ ou π), ellipse d'axes Ox , Oy ($\varphi = \pi/2$) : c'est le mode XY de l'oscilloscope.
- Volumes et aires : sphère $4\pi R^2$, boule $\frac{4}{3}\pi R^3$, cylindre $\pi R^2 h$.

1.4 Outils numériques (Python)

Problème	Méthode et point de vigilance
EDO d'ordre 1	Euler explicite $y_{k+1} = y_k + dt f(t_k, y_k)$; erreur proportionnelle à dt , choisir $dt \ll \tau$.
EDO d'ordre 2	Vecteur $Y = (x, \dot{x})$, système de deux équations d'ordre 1, <code>odeint</code> de <code>scipy.integrate</code> . Euler explicite <i>amplifie</i> un oscillateur harmonique (l'énergie dérive).
Zéro d'une fonction	Dichotomie (encadrer d'abord la racine sur un graphe), <code>scipy.optimize.bisect</code> .
Intégrale, dérivée	Méthode des rectangles ; dérivée approchée $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.
Statistiques	<code>np.random.normal</code> , <code>np.random.uniform</code> , <code>np.mean</code> , <code>np.std</code> , <code>plt.hist</code> , <code>np.polyfit(x, y, 1)</code> .

➔ Et en PSI* ?

Les mêmes outils sont complétés en seconde année : opérateurs divergence, rotationnel, laplacien, théorèmes de Stokes et d'Ostrogradski, équations aux dérivées partielles (diffusion, d'Alembert) et leur résolution numérique.

Chapitre 2

Formation des images

Programme : 1.1 Sources lumineuses – optique géométrique – approximation de Gauss – dispositifs optiques

2.1 Sources et modèle de l'optique géométrique

Lumière et rayons lumineux

- Source caractérisée par son **spectre** : spectre de raies (lampe spectrale), spectre continu (lumière blanche, corps chaud), raie quasi unique (laser). Modèle de la source ponctuelle monochromatique.
- Domaine visible : λ_0 de 400 nm (violet) à 800 nm (rouge) ; vert vers 550 nm.
- Indice d'un milieu transparent homogène : $n = c/v \geq 1$. Dans un milieu homogène isotrope, la lumière se propage en ligne droite.
- **Optique géométrique** : valable lorsque les dimensions des obstacles et ouvertures sont grandes devant λ (sinon **diffraction**). Les rayons sont indépendants.

Lois de Snell-Descartes

- Rayons réfléchi et réfracté dans le plan d'incidence ; réflexion : $i_r = i_1$; réfraction : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.
- Passage vers un milieu plus réfringent ($n_2 > n_1$) : le rayon se rapproche de la normale.
 - **Réflexion totale** si $n_1 > n_2$ et $\sin i_1 > \frac{n_2}{n_1}$ (angle limite $i_\ell = \arcsin(n_2/n_1)$, $\simeq 42^\circ$ pour verre/air).

Ordres de grandeur

Indices : air 1,0003 $\simeq 1$, eau 1,33, verre 1,5, diamant 2,4. Le verre est dispersif : n décroît avec λ (le bleu est plus dévié que le rouge par un prisme).

2.2 Approximation de Gauss et lentilles minces

Stigmatisme et conditions de Gauss

- **Stigmatisme** : tous les rayons issus de A passent par un même point A' (image). Le miroir plan est rigoureusement stigmatique (image symétrique de l'objet).
- **Conditions de Gauss** : rayons **paraxiaux** (peu inclinés et peu éloignés de l'axe). Conséquences : stigmatisme et aplanétisme *approchés*, relations de conjugaison linéarisées.
- Stigmatisme approché suffisant si la tache image est plus petite qu'un élément du détecteur (pixel, cellule de la rétine).

Lentilles minces (dans l'air)

Centre optique O , foyers F et F' symétriques, distance focale $f' = \overline{OF'}$ (> 0 : convergente), vergence $V = 1/f'$ (en dioptries, $\delta = \text{m}^{-1}$).

$$\text{Descartes : } \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}, \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{Newton : } \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2, \quad \gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}}.$$

- Rayons utiles : par O , non dévié ; parallèle à l'axe, émerge par F' ; passant par F , émerge parallèle à l'axe.
- **Foyers secondaires** : des rayons incidents parallèles entre eux convergent en un point du plan focal image.
- Image **réelle** (les rayons émergents s'y croisent, projetable sur un écran) ou **virtuelle** (seuls leurs prolongements s'y croisent).
- Image réelle d'un objet réel par une convergente : possible seulement si la distance objet-écran vérifie $D \geq 4f'$ (méthode de Bessel : deux positions de la lentille pour $D > 4f'$).

✂ Méthode : construire une image

- Tracer deux des trois rayons particuliers issus de B ; l'image A' de A (sur l'axe) s'obtient par aplanétisme.
- Objet à l'infini : utiliser le rayon passant par O (non dévié) pour placer le foyer secondaire image dans le plan focal.
- Vérifier par la relation de conjugaison avec des mesures **algébriques** (sens de propagation de la lumière).

2.3 Quelques dispositifs optiques

👁 Œil, appareil photographique, fibre optique

- **Œil** : lentille de vergence variable (cristallin) et capteur plan fixe (rétine). L'accommodation permet de voir net du **punctum remotum** (PR, à l'infini pour un œil emmétrope) au **punctum proximum** (PP, $\simeq 25$ cm). Myope : trop convergent ; hypermétrope : pas assez.
- **Appareil photographique** : objectif (lentille) + capteur ; mise au point en déplaçant l'objectif. Nombre d'ouverture $N = f'/D$. Fermer le diaphragme (N grand) augmente la **profondeur de champ** mais diminue l'éclairement ; la quantité de lumière reçue varie comme t_{exp}/N^2 ; une durée d'exposition longue donne un flou de bougé. La taille de l'image d'un objet lointain est proportionnelle à f' (téléobjectif vs grand-angle).
- **Fibre à saut d'indice** (cœur n_1 , gaine $n_2 < n_1$) : guidage par réflexion totale. Cône d'acceptance (depuis l'air) : $\sin \theta_a = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ (ouverture numérique). Dispersion intermodale (rayon axial vs rayon le plus incliné) sur une longueur L :

$$\Delta t = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right),$$

qui limite le débit (impulsions séparées de plus de Δt).

- **Lunette astronomique** (afocale, $F'_1 = F_2$) : grossissement $G = -f'_1/f'_2$. Microscope : objectif de courte focale, oculaire en loupe.

📏 Ordres de grandeur

Pouvoir séparateur de l'œil $\simeq 1' \simeq 3 \cdot 10^{-4}$ rad ; plage d'accommodation d'un œil jeune $\simeq 4$ ffi ; lentilles de TP f' de 10 à 50 cm ; fibre $n_1 - n_2 \sim 10^{-2}$, $\Delta t/L \sim 10\text{--}50$ ns $\cdot$ km $^{-1}$.

⚠ Pièges classiques

Les relations de conjugaison ne valent que dans les conditions de Gauss et avec des grandeurs *algébriques* ; $\overline{OA} < 0$ pour un objet réel. Une image virtuelle ne se projette pas mais peut servir d'objet pour une seconde lentille. Ne pas confondre foyer principal et foyer secondaire.

➡ Et en PSI* ?

L'optique géométrique n'est plus au programme de PSI, mais elle sert en TP (montages interférentiels, spectroscopie à réseau). La limite de l'optique géométrique (diffraction) annonce la physique des ondes.

Chapitre 3

Électrocinétique et filtrage

Programme : 1.2 Signaux électriques dans l'ARQS – 1.3 Circuit linéaire du premier ordre – 1.4 Oscillateurs libres et forcés – 1.5 Filtrage linéaire

3.1 Signaux électriques dans l'ARQS

Lois de Kirchhoff et dipôles

- Intensité : débit de charge $i = \frac{dq}{dt}$. La charge est quantifiée ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C), mais un courant de 1 mA correspond à $\sim 10^{16}$ électrons par seconde : on traite q comme continue.
- **ARQS** : les durées de propagation sont négligeables, soit $L \ll \lambda = c/f$ (taille du circuit). L'intensité est alors la même en tout point d'une branche.
- **Loi des nœuds** (conservation de la charge) et **loi des mailles** (additivité des tensions, $u_{AB} = V_A - V_B$).
- Puissance **reçue** en convention récepteur : $\mathcal{P} = ui$ (fournie en convention générateur).

dipôle (conv. récepteur)	relation	énergie / puissance	continuité
résistance	$u = Ri$	$\mathcal{P}_J = Ri^2$ (dissipée)	–
condensateur	$i = C \frac{du}{dt}$	$\mathcal{E} = \frac{1}{2}Cu^2$	u continue
bobine	$u = L \frac{di}{dt}$	$\mathcal{E} = \frac{1}{2}Li^2$	i continue
source de Thévenin (conv. générateur)	$u = E - ri$	–	–

Associations et diviseurs

Série : $R = R_1 + R_2$; parallèle : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Diviseur de tension (même courant) : $u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$; diviseur de courant (même tension) : $i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i$.

- **Résistance d'entrée** d'un appareil : un voltmètre ou un oscilloscope (grande R_e) se branche en dérivation sans perturber ; **résistance de sortie** d'une source : sa tension chute si le courant débité est grand.
- **Point de fonctionnement** : intersection des caractéristiques du générateur et du récepteur (dipôles éventuellement non linéaires).

Ordres de grandeur

R : 10 Ω à 1 M Ω ; C : pF à μ F (supercondensateurs : jusqu'au farad) ; L : mH à H. GBF : $R_s = 50 \Omega$; oscilloscope : $R_e = 1 \text{ M}\Omega$; voltmètre : 10 M Ω . Tensions : mV (capteurs), V (électronique), 230 V efficaces (secteur), 400 kV (lignes THT). Intensités : mA (électronique), A (domestique), kA (industrie, foudre). Secteur à 50 Hz : $\lambda = 6000$ km, l'ARQS est excellente.

3.2 Circuits du premier ordre

Circuits RC et RL

- Charge de C par un échelon E à travers R : $\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E$, $\tau = RC$, $u_C(t) = E \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ si $u_C(0) = 0$. Circuit RL : $\tau = L/R$.
- Régime permanent atteint à 1 % près au bout de 5τ ($e^{-5} \simeq 0,7\%$) ; la tangente à l'origine coupe l'asymptote en $t = \tau$.
- **Bilan d'énergie** de la charge complète : le générateur fournit CE^2 , le condensateur stocke $\frac{1}{2}CE^2$, la résistance dissipe $\frac{1}{2}CE^2$ (quel que soit R).

✂ Méthode : étudier un régime transitoire

- Déterminer l'état initial ($t = 0^-$) et final ($t \rightarrow \infty$) par les comportements limites en régime permanent continu : condensateur $\leftrightarrow$ interrupteur ouvert, bobine $\leftrightarrow$ fil.
- Utiliser la continuité de u_C et i_L pour obtenir les conditions en $t = 0^+$.
- Établir l'équation différentielle (lois de Kirchhoff), la mettre sous forme canonique, résoudre (homogène + particulière), fixer les constantes.

3.3 Oscillateurs libres et forcés

🔊 Oscillateur harmonique

$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$, solution $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ (amplitude, phase, période $T_0 = 2\pi/\omega_0$). Circuit LC : $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$; masse-ressort : $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. Énergie conservée, échanges entre formes : $\frac{1}{2}Li^2 + \frac{q^2}{2C} = \text{cste}$, $\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{cste}$.

🔊 Oscillateur amorti

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \text{RLC série : } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}; \quad \text{méca } (-\alpha\vec{v}) : \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad Q = \frac{\sqrt{km}}{\alpha}.$$

- $Q > \frac{1}{2}$: régime **pseudo-périodique**, $x = A e^{-t/\tau} \cos(\Omega t + \varphi)$, $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$, $\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$; on observe environ Q oscillations.
- $Q = \frac{1}{2}$: régime **critique** (retour à l'équilibre le plus rapide sans oscillation); $Q < \frac{1}{2}$: régime **apériodique**.
- Énergie : l'énergie de l'oscillateur décroît, dissipée par effet Joule ou par frottement.

🔊 Régime sinusoïdal forcé

Impédances complexes : $Z_R = R$, $Z_C = \frac{1}{jC\omega}$, $Z_L = jL\omega$ (associations comme les résistances). En basse fréquence, C est un interrupteur ouvert et L un fil; en haute fréquence, c'est l'inverse.

- **Résonance en intensité** (ou en vitesse) : toujours à $\omega = \omega_0$, où i est en phase avec e ; bande passante à -3 dB : $\Delta\omega = \omega_0/Q$ (acuité $\propto Q$).
- **Résonance en tension** aux bornes de C (ou en elongation) : seulement si $Q > 1/\sqrt{2}$, à $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < \omega_0$, amplitude $\simeq QE$ si $Q \gg 1$. À ω_0 , u_C est en quadrature retard sur e .

Lecture expérimentale : ω_0 au passage du déphasage par la valeur caractéristique (0 pour i , $-\pi/2$ pour u_C), $Q = \omega_0/\Delta\omega$.

★ Regard étoilé

Les oscillateurs électrique et mécanique sont décrits par la *même* équation : $L \leftrightarrow m$, $R \leftrightarrow \alpha$, $1/C \leftrightarrow k$, $q \leftrightarrow x$, $i \leftrightarrow v$. Le facteur de qualité mesure à la fois la lenteur de l'amortissement en régime libre ($\tau = 2Q/\omega_0$) et l'acuité de la résonance en régime forcé ($\Delta\omega = \omega_0/Q$) : c'est la même grandeur vue dans les domaines temporel et fréquentiel.

3.4 Filtrage linéaire

🔊 Signaux périodiques

Un signal périodique est la somme de son **harmonique** de rang 0 (valeur moyenne $\langle s \rangle$) et de sinusoïdes de fréquences multiples de la fréquence fondamentale. Valeur efficace : $S_{\text{eff}}^2 = \langle s^2 \rangle$; sinusoïde : $S_{\text{eff}} = S_m/\sqrt{2}$. Le carré de la valeur efficace est la somme des carrés des valeurs efficaces des harmoniques : $S_{\text{eff}}^2 = \langle s \rangle^2 + \sum_n \frac{S_n^2}{2}$.

🔧 Fonction de transfert et diagramme de Bode

$\underline{H}(j\omega) = \underline{s}/\underline{e}$, gain $G = |\underline{H}|$, $G_{dB} = 20 \log G$, phase $\varphi = \arg \underline{H}$. **Linéarité** : chaque composante sinusoïdale de l'entrée est multipliée par $G(\omega_n)$ et déphasée de $\varphi(\omega_n)$; un filtre linéaire ne crée *aucune* fréquence nouvelle.

filtre	$\underline{H} (x = \omega/\omega_c \text{ ou } \omega/\omega_0)$	asymptotes
passé-bas ordre 1	$\frac{H_0}{1+jx}$	0 dB/déc, puis -20 dB/déc ; -3 dB et $-\pi/4$ en $x = 1$
passé-haut ordre 1	$\frac{H_0 jx}{1+jx}$	+20 dB/déc, puis 0 dB/déc
passé-bas ordre 2	$\frac{H_0}{1-x^2+jx/Q}$	0, puis -40 dB/déc ; $G(1) = QH_0$
passé-bande ordre 2	$\frac{H_0}{1+jQ(x-\frac{1}{x})}$	± 20 dB/déc ; bande passante $\Delta\omega = \omega_0/Q$

✂ Méthode : utiliser un filtre

- Décomposer le signal d'entrée en harmoniques, appliquer G et φ à chacune, recomposer.
- **Moyenneur** : passé-bas de fréquence de coupure très inférieure à la fréquence fondamentale.
- **Intégrateur** : passé-bas utilisé dans sa zone à -20 dB/déc ($\underline{H} \simeq \frac{\omega_c}{j\omega}$) ; **dérivateur** : passé-haut dans sa zone à +20 dB/déc ($\underline{H} \simeq \frac{j\omega}{\omega_c}$).
- **Mise en cascade** : $\underline{H} = \underline{H}_1 \underline{H}_2$ seulement si l'impédance de sortie du premier étage est faible devant l'impédance d'entrée du second (sinon le second « charge » le premier).
- Détecter une non-linéarité : apparition, dans le spectre de sortie, de fréquences absentes en entrée.

🔧 ALI idéal en régime linéaire

Courants d'entrée nuls ($i_+ = i_- = 0$) ; une **rétroaction sur la borne inverseuse** est l'indice d'un fonctionnement linéaire, où $\varepsilon = v_+ - v_- = 0$.

montage	relation	impédance d'entrée
suiveur	$v_s = v_e$	infinie
non inverseur	$v_s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_e$	infinie
inverseur	$v_s = -\frac{R_2}{R_1} v_e$	R_1
intégrateur inverseur	$RC \frac{dv_s}{dt} = -v_e$	R

⚠ Pièges classiques

Le diagramme de Bode en gain se trace en fonction de $\log \omega$; une pente de -20 dB/déc correspond à $G \propto 1/\omega$. Un passé-bande d'ordre 2 n'a *pas* de pente -40 dB/déc. Le gain maximal d'un passé-bas d'ordre 2 n'est pas forcément en ω_0 . Toujours vérifier la cohérence des comportements asymptotiques avec le circuit (C ouvert en BF, fil en HF).

📏 Ordres de grandeur

Domaine audible 20 Hz–20 kHz ; ultrasons de TP 40 kHz ; une coupure à -3 dB divise l'amplitude par $\sqrt{2}$ et la puissance par 2 ; -20 dB $\leftrightarrow$ amplitude divisée par 10.

➡ Et en PSI* ?

Stabilité des systèmes linéaires, modèle de l'ALI du premier ordre, rétroaction, comparateurs, oscillateurs, échantillonnage et modulation prolongent directement ce chapitre (chapitre « Électronique » du bilan de PSI*). Le régime sinusoïdal forcé et la puissance moyenne $\langle P \rangle = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$ servent en conversion de puissance.

Chapitre 4

Propagation d'un signal

Programme : 1.6 Signaux – ondes progressives – interférences – ondes stationnaires

4.1 Signaux et ondes progressives

 Onde progressive à une dimension

- Grandeurs physiques : surpression (acoustique), tension et courant (électrique), champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ (électromagnétique), déplacement (corde).
- Onde progressive non dispersive de célérité c : $s(x, t) = f(t - x/c)$ (vers les x croissants) ou $g(t + x/c)$ (vers les x décroissants) ; de manière équivalente $F(x - ct)$ ou $G(x + ct)$. Le signal en x reproduit celui en 0 avec un **retard** x/c .
- **Onde progressive sinusoïdale** : $s = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$, double périodicité $T = 2\pi/\omega$ et $\lambda = 2\pi/k$; $\lambda = cT = c/f$, vitesse de phase $v_\varphi = \omega/k$.
- Déphasage entre deux points distants de Δx (sens de propagation) : retard $\Delta x/c$, soit $\Delta\varphi = k\Delta x = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$; points en phase si $\Delta x = p\lambda$.
- Milieu **dispersif** : v_φ dépend de la fréquence (lumière dans le verre, houle). Air pour le son et vide pour la lumière : non dispersifs.

 Battements

Somme de deux sinusoïdes de même amplitude et de fréquences voisines : $\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t = 2 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$: oscillation rapide modulée par une enveloppe de période $T_b = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$ (accord d'un instrument).

 Ordres de grandeur

Son dans l'air $c \simeq 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, dans l'eau $1500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, dans l'acier $5000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; audible 20 Hz–20 kHz (λ de 17 m à 1,7 cm) ; ondes radio FM $\sim 100 \text{ MHz}$ ($\lambda = 3 \text{ m}$) ; lumière visible $\sim 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$; ondes sismiques quelques $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$.

4.2 Interférences

 Interférences de deux ondes de même fréquence

- Ondes mécaniques ou acoustiques d'amplitudes A_1, A_2 et de déphasage $\Delta\varphi$ en M : $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\Delta\varphi$. Constructives si $\Delta\varphi = 2p\pi$, destructives si $\Delta\varphi = (2p+1)\pi$.
- Ondes lumineuses : $\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0}$, δ **différence de chemin optique** (chemin optique = $\int n d\ell$). Formule de Fresnel (fournie) :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right).$$

- **Trous d'Young** (distance a , écran à $D \gg a, x$) : $\delta = \frac{ax}{D}$ (dans l'air), franges rectilignes d'**interfrange** $i = \frac{\lambda_0 D}{a}$.

4.3 Ondes stationnaires

Corde fixée à ses deux extrémités

- Onde stationnaire : $y(x, t) = A \cos(kx + \psi) \cos(\omega t + \varphi)$, variables découplées ; **nœuds** (amplitude nulle) et **ventres** (amplitude maximale) séparés de $\lambda/4$; deux nœuds consécutifs sont distants de $\lambda/2$. Pas de propagation d'énergie en moyenne.
- Corde de longueur L fixée aux deux bouts : $L = n \frac{\lambda_n}{2}$, soit des **modes propres** de fréquences $f_n = n \frac{c}{2L}$, $n \in \mathbb{N}^*$.
- Toute vibration libre de la corde est une superposition de modes propres : le son a pour fréquence le fondamental f_1 , son **timbre** dépend des harmoniques. Octave : fréquence doublée.
- Corde de Melde (excitation forcée) : résonance quand la fréquence excitatrice coïncide avec un mode propre ; stroboscopie pour « figer » la corde.

Pièges classiques

$f(t - x/c)$ se propage vers les x croissants. La distance entre deux nœuds est $\lambda/2$, pas λ . Interférences : les deux ondes doivent avoir la même fréquence (et, en optique, être issues de la même source) ; on additionne les *amplitudes* avec leurs phases, pas les intensités.

Et en PSI* ?

En seconde année, l'onde est décrite par une **équation d'onde** (d'Alembert) établie à partir des lois de la physique (corde, câble coaxial, acoustique, électromagnétisme) ; les modes propres découlent des conditions aux limites, la dispersion de la relation $k(\omega)$.

Chapitre 5

Mécanique du point

Programme : 2.1 Cinématique – 2.2 Lois de Newton – 2.3 Approche énergétique – 2.4 Particules chargées

5.1 Cinématique du point

🔧 Vitesse et accélération

- Le mouvement est relatif à un **référentiel** ; en mécanique classique, distances et durées sont absolues (prise en défaut à des vitesses proches de c : GPS, particules).
- **Cartésiennes** : $\vec{v} = \dot{x}\vec{u}_x + \dot{y}\vec{u}_y + \dot{z}\vec{u}_z$, $\vec{a} = \ddot{x}\vec{u}_x + \ddot{y}\vec{u}_y + \ddot{z}\vec{u}_z$.
- **Cylindriques** ($\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$, $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_r$) :

$$\overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z, \quad \vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{u}_z, \quad \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{u}_\theta + \ddot{z}\vec{u}_z.$$

- Déplacements élémentaires : $d\vec{r} = dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta + dz\vec{u}_z$ (cylindriques) ; $dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta + r \sin\theta d\varphi\vec{u}_\varphi$ (sphériques).
- **Mouvement circulaire** de rayon R : $\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta$, $\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_r + R\ddot{\theta}\vec{u}_\theta$; uniforme : accélération centripète v^2/R .
- **Repère de Frenet** : $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{R_c}\vec{N}$ (R_c rayon de courbure, $\vec{N}$ vers le centre de courbure).

✂ Méthode : choisir un système de coordonnées

Identifier les degrés de liberté et les symétries : cartésiennes pour une accélération constante (chute libre, particule dans $\vec{E}$ uniforme), cylindriques ou polaires pour une rotation ou une force centrale, Frenet pour discuter qualitativement d'une trajectoire plane (l'accélération pointe toujours vers la concavité).

5.2 Lois de Newton

🔧 Les trois lois

- Quantité de mouvement d'un système fermé : $\vec{p} = m\vec{v}(G)$.
- **Principe d'inertie** : il existe des référentiels (galiléens) où un point isolé est en mouvement rectiligne uniforme ; deux référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre.
- **Loi de la quantité de mouvement** : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$, soit $m\vec{a}(G) = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$ dans un référentiel galiléen.
- **Actions réciproques** : $\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$ (même droite d'action).

🔧 Modèles de forces

- Gravitation : $\vec{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\vec{u}_r$; poids $m\vec{g}$ (champ uniforme au voisinage du sol).
- Frottement fluide : linéaire $-\alpha\vec{v}$ (faibles vitesses) ou quadratique $-\beta v\vec{v}$ (vitesses élevées) ; il impose une **vitesse limite** ($mg = \alpha v_\ell$ ou βv_ℓ^2).
- Ressort (élasticité linéaire) : $\vec{F} = -k(\ell - \ell_0)\vec{u}_{\text{ext}}$, valable dans le domaine élastique.
- Tension d'un fil (inextensible, sans masse) : dirigée le long du fil, $T \geq 0$ (sinon le fil se détend).
- **Lois de Coulomb** (réaction $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T$, coefficient f) : sans glissement $\|\vec{R}_T\| \leq f\|\vec{R}_N\|$; avec glissement $\|\vec{R}_T\| = f\|\vec{R}_N\|$, $\vec{R}_T$ opposée à la vitesse de glissement.

🔧 Mouvements de référence

- Chute libre ($\vec{a} = \vec{g}$), vitesse initiale v_0 à l'angle α : trajectoire parabolique $z = -\frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha$, portée maximale à $\alpha = 45^\circ$.
- **Pendule simple** : $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \sin \theta = 0$; aux petits angles, oscillateur harmonique de pulsation $\omega_0 = \sqrt{g/\ell}$. Aux grandes amplitudes, la période augmente (**non-isochronisme**).

✂ Méthode : mettre en équation et exploiter

- Système, référentiel (galiléen ?), repère, bilan des forces **sur un schéma**, projection de la loi de la quantité de mouvement.
- Frottement solide : *faire une hypothèse* (glissement ou non), résoudre, puis *vérifier* l'inégalité de Coulomb ou le signe de la vitesse de glissement.
- Sans résoudre : vitesse limite, temps caractéristique par analyse dimensionnelle, **équation adimensionnée** (on pose $t = \tau t^*$, $v = v_\ell v^*$) pour faire apparaître les paramètres pertinents ; résolution numérique si besoin.

5.3 Approche énergétique

🔧 Théorèmes énergétiques (point matériel, référentiel galiléen)

- Puissance $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (motrice si > 0 , résistante si < 0), travail $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$.
- **TEC** : $\Delta E_c = \sum W$; **TPC** : $\frac{dE_c}{dt} = \sum \mathcal{P}$, $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.
- Force **conservative** : $\vec{F} = -\text{grad} E_p$ ($F = -\frac{dE_p}{dx}$ à une dimension). Pesanteur $E_p = mgz$ (z vers le haut) ; gravitation $E_p = -\frac{GMm}{r}$; élastique $E_p = \frac{1}{2}k(\ell - \ell_0)^2$.
- **Énergie mécanique** $E_m = E_c + E_p$; $\Delta E_m = W_{nc}$ (travail des forces non conservatives). Mouvement conservatif : E_m constante.

🔧 Lecture d'un profil d'énergie potentielle (1D)

- Le mouvement n'est possible que là où $E_p(x) \leq E_m$; les points où $E_p = E_m$ sont des points de vitesse nulle (rebroussement). Mouvement **borné** dans un puits (périodique), non borné sinon. La force est dirigée vers les E_p décroissantes.
- **Équilibre** : $E'_p(x_e) = 0$; stable si $E''_p(x_e) > 0$ (minimum), instable si maximum.
- **Petits mouvements** autour d'un équilibre stable : $E_p \simeq E_p(x_e) + \frac{1}{2}E''_p(x_e)(x - x_e)^2$, puits harmonique, $\omega_0 = \sqrt{E''_p(x_e)/m}$.

5.4 Particule chargée dans des champs uniformes et stationnaires

🔧 Force de Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}), \quad \mathcal{P} = q\vec{E} \cdot \vec{v} \quad (\text{la force magnétique ne travaille pas}).$$

- $\vec{E}$ uniforme : accélération constante $q\vec{E}/m$. Accélération sous une tension U depuis le repos : $\frac{1}{2}mv^2 = |q|U$ (énergie potentielle électrique qV).
- $\vec{B}$ uniforme, $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$: mouvement **circulaire uniforme** de rayon $R = \frac{mv_0}{|q|B}$, à la pulsation cyclotron $\omega_c = \frac{|q|B}{m}$ (indépendante de v_0) ; vecteur rotation $\vec{\omega} = -\frac{q}{m}\vec{B}$ (une charge positive tourne dans le sens indirect autour de $\vec{B}$).

 Ordres de grandeur

Poids d'un électron $\sim 10^{-29}$ N, force électrique dans $E = 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$: $\sim 10^{-16}$ N : le poids est négligeable. $e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$. Électron accéléré sous 1 kV : $v \simeq 2 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, non relativiste.

 Pièges classiques

Le poids ne s'écrit mgz en énergie potentielle qu'avec z orienté vers le haut. Ne pas oublier la réaction d'un support dans le bilan des forces ; elle ne travaille pas s'il n'y a pas de frottement. Un champ magnétique seul ne modifie jamais la norme de la vitesse.

 Et en PSI* ?

Les lois de Newton appliquées à un système fermé bien choisi deviennent en PSI les **bilans macroscopiques** de quantité de mouvement (fusée, jet, coude de conduite). La force de Lorentz fonde le modèle de Drude de la conduction électrique.

Chapitre 6

Moment cinétique, forces centrales, solide

Programme : 2.5 Moment cinétique – 2.6 Champ de force centrale conservatif – 2.7 Mouvement d'un solide

6.1 Moment cinétique

 Moment cinétique et théorème du moment cinétique

- Moment cinétique en O : $\vec{L}_O = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v}$; par rapport à un axe orienté Δ passant par O : $L_\Delta = \vec{L}_O \cdot \vec{u}_\Delta$ (scalaire algébrique). Pour un mouvement circulaire de rayon r autour de Δ : $L_\Delta = mr^2\dot{\theta}$.
- Moment d'une force : $\vec{M}_O = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$; par rapport à un axe : $\mathcal{M}_\Delta = \pm Fd$, d **bras de levier** (distance entre l'axe et la droite d'action), signe selon le sens de rotation induit.
- **TMC** en un point fixe O d'un référentiel galiléen : $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum \vec{M}_O$; scalaire : $\frac{dL_\Delta}{dt} = \sum \mathcal{M}_\Delta$.
- Conservation de $\vec{L}_O$ si le moment total des forces en O est nul (force centrale de centre O , force parallèle à l'axe ou rencontrant l'axe).

6.2 Mouvement dans un champ de force centrale conservatif

 Conséquences de la conservation du moment cinétique

- $\vec{L}_O$ constant $\Rightarrow$ mouvement **plan** (plan orthogonal à $\vec{L}_O$ contenant O).
- **Loi des aires** : $C = r^2\dot{\theta}$ constante; le rayon vecteur balaie des aires égales en des durées égales ($\frac{dA}{dt} = C/2$).
- **Énergie potentielle effective** : $E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \underbrace{\frac{mC^2}{2r^2} + E_p(r)}_{E_{p,\text{eff}}(r)}$: mouvement radial à une dimension. État lié si r reste borné, état de **diffusion** sinon.

 Champ newtonien ($E_p = -k/r$, $k = GMm$)

- État lié $\iff E_m < 0$ (ellipse, dont le cercle); $E_m \geq 0$: diffusion (parabole, hyperbole).
- **Lois de Kepler** : (1) orbites elliptiques dont l'astre attracteur occupe un foyer; (2) loi des aires; (3) $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ (a demi-grand axe).
- **Orbite circulaire** : mouvement uniforme, $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$, $E_m = -\frac{GMm}{2r} = -E_c = \frac{E_p}{2}$.
- Orbite elliptique : $E_m = -\frac{GMm}{2a}$ (admis par analogie, à savoir utiliser).
- **Vitesses cosmiques** : orbite basse $v_1 = \sqrt{GM_T/R_T} = \sqrt{gR_T} \simeq 7,9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$; libération ($E_m = 0$) $v_2 = \sqrt{2}v_1 \simeq 11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

 Ordres de grandeur

Satellite **géostationnaire** : période d'un jour sidéral (23 h 56 min), rayon 42 000 km soit altitude $\simeq 36\,000$ km, nécessairement dans le plan équatorial (le plan de l'orbite contient le centre de la Terre et le satellite doit rester à la verticale d'un même point). Orbite basse (ISS) : 400 km, $T \simeq 90$ min. GPS : 20 000 km, $T \simeq 12$ h. Météo : géostationnaires ou polaires héliosynchrones (~ 800 km). $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$, $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R_T = 6400 \text{ km}$, distance Terre-Soleil $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$.

6.3 Mouvement d'un solide

Cinématique et dynamique du solide en rotation autour d'un axe fixe

- Solide : distances entre points invariables (sinon système déformable). **Translation** : tous les points ont la même vitesse (rectiligne ou circulaire, comme une nacelle de grande roue). **Rotation** autour d'un axe fixe : chaque point décrit un cercle, $v = r\omega$.
- Moment cinétique : $L_\Delta = J_\Delta \omega$, $J_\Delta = \sum m_i r_i^2$ (fourni) d'autant plus grand que la masse est loin de l'axe.
- **Couple** : actions de résultante nulle et de moment non nul. **Liaison pivot parfaite** : moment nul par rapport à l'axe.
- **TMC scalaire** : $J_\Delta \dot{\omega} = \sum \mathcal{M}_\Delta$.
- Énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$; **TPC** : $\frac{dE_c}{dt} = \sum \mathcal{P}_{\text{ext}}$, avec $\mathcal{P} = \mathcal{M}_\Delta \omega$ (équivalent au TMC pour un solide).

système	équation	pulsation (petits angles)	intégrale première
pendule de torsion	$J\ddot{\theta} = -C\theta$	$\sqrt{C/J}$	$\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}C\theta^2$
pendule pesant ($d = OG$)	$J\ddot{\theta} = -mgd \sin \theta$	$\sqrt{mgd/J}$	$\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 - mgd \cos \theta$

Système déformable

$\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{\text{ext}} + \mathcal{P}_{\text{int}}$: la puissance des forces **intérieures** est nulle pour un solide mais pas pour un système déformable. **Tabouret d'inertie** : $L_\Delta = J\omega$ se conserve ; en ramenant les bras, J diminue, ω augmente et $E_c = \frac{L_\Delta^2}{2J}$ augmente grâce au travail des forces intérieures (muscles).

Pièges classiques

Le TMC s'applique en un point *fixe* d'un référentiel galiléen (ou au centre de masse). Le signe d'un moment se lit avec l'orientation de l'axe (règle de la main droite). Ne pas confondre $C = r^2 \dot{\theta}$ (constante des aires) et la constante de torsion C .

Et en PSI* ?

Le théorème du moment cinétique sert aux bilans sur les fluides en écoulement (tourniquet, turbine Pelton) et aux machines tournantes en conversion électromécanique ($J\dot{\Omega} = \Gamma_{\text{em}} - \Gamma_r$).

Chapitre 7

Thermodynamique

Programme : 3.1 Descriptions microscopique et macroscopique – 3.2 Énergie échangée – 3.3 Premier principe – 3.4 Deuxième principe – 3.5 Machines thermiques

7.1 Descriptions microscopique et macroscopique

Du microscopique au macroscopique

- Trois échelles : microscopique (molécule, $\sim 0,1$ nm), **mésoscopique** (grande devant le libre parcours moyen et la distance intermoléculaire, petite devant l'échelle des variations macroscopiques), macroscopique.
- Gaz homogène et isotrope de densité particulaire n^* : **pression cinétique** $P = \frac{1}{3}n^*mu^2$, u vitesse quadratique moyenne ; **température cinétique** : $\frac{1}{2}mu^2 = \frac{3}{2}k_B T$, d'où $u = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.
- Système ouvert, fermé, isolé ; grandeurs intensives (définies localement : P , T) et extensives (additives : V , U , S , n).
- **Gaz parfait** : $PV = nRT$; monoatomique : $U = \frac{3}{2}nRT$; U_m ne dépend que de T (première loi de Joule). **Phase condensée** incompressible et indilatable : $\bar{V}$ constant, $U_m = U_m(T)$.
- Capacité thermique à volume constant $C_V = \frac{dU}{dT}$; GP : $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$.

Ordres de grandeur

Libre parcours moyen dans l'air (CNTP) $\simeq 0,1$ m ; dans un liquide, de l'ordre de la taille des molécules. $u \simeq 500$ m $\cdot$ s $^{-1}$ pour N₂ à 300 K. Volume molaire d'un gaz $\simeq 24$ L $\cdot$ mol $^{-1}$ (20 °C, 1 bar), de l'eau liquide 18 mL $\cdot$ mol $^{-1}$ (rapport $\sim 10^3$). $R = 8,314$ J $\cdot$ K $^{-1}$ $\cdot$ mol $^{-1}$, $k_B = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J $\cdot$ K $^{-1}$.

Gaz réels et corps pur diphasé

- Le gaz réel tend vers le gaz parfait à faible pression (isothermes d'Amagat $PV = f(P)$ horizontales) ; les liquides sont beaucoup moins compressibles que les gaz (isothermes de Clapeyron très raides).
- Diagramme (P, T) : domaines solide, liquide, gaz, courbes d'équilibre, **point triple** et **point critique**. Pour l'eau, la courbe de fusion a une pente négative.
- Équilibre liquide-vapeur : $P = P_{\text{sat}}(T)$; une seule variable intensive libre. Diagramme de Clapeyron (P, v) : courbe de saturation (ébullition et rosée), palier isotherme dans la zone diphasée.
- **Titre en vapeur** (théorème des moments) : $x_V = \frac{v - v_L}{v_V - v_L} = \frac{LM}{LV}$.
- En présence d'une atmosphère inerte : évaporation tant que la pression partielle $P_{\text{vap}} < P_{\text{sat}}(T)$, condensation (rosée, buée) si elle l'atteint. Humidité relative $\varphi = P_{\text{vap}}/P_{\text{sat}}(T)$.

7.2 Énergie échangée au cours d'une transformation

Travail et transfert thermique

- Transformations : isochore, isobare (P du système constante), **monobare** (P_{ext} constante), isotherme, **monotherme** (contact avec un thermostat), adiabatique ; quasi statique (suite d'états d'équilibre).
- Travail des forces de pression : $\delta W = -P_{\text{ext}} dV$. Monobare : $W = -P_{\text{ext}}\Delta V$; quasi statique : $W = -\int P dV = -(\text{aire sous la courbe en diagramme de Clapeyron})$; cycle parcouru en sens horaire : $W < 0$ (moteur).
- Isotherme quasi statique d'un GP : $W = nRT \ln \frac{V_i}{V_f}$.
- Transfert thermique Q : conduction, convection, rayonnement. **Thermostat** : système de température constante quels que soient les échanges (atmosphère, grand volume d'eau, source régulée).

7.3 Premier principe

Premier principe et enthalpie

$$\Delta U + \Delta E_{c,\text{macro}} = W + Q \quad (\text{système fermé ; entre états voisins : } dU = \delta W + \delta Q).$$

- ΔU ne dépend que des états initial et final ; W et Q dépendent du chemin suivi.
- **Enthalpie** $H = U + PV$. Transformation **monobare** avec équilibre mécanique à l'état initial et à l'état final (et seulement des forces de pression) : $\Delta H = Q$.
- GP : $H_m(T) = U_m + RT$, **relation de Mayer** $C_P - C_V = nR$, $\gamma = C_P/C_V$, $C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}$. Phase condensée : $H \simeq U$, $C_P \simeq C_V = C$, $\Delta H = C \Delta T$.
- Changement d'état à T et $P_{\text{sat}}(T)$: $\Delta H = m \Delta h_{12}$ (enthalpies de fusion, vaporisation, sublimation, positives).

Ordres de grandeur

$c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $\Delta h_{\text{vap}}(\text{eau}, 100^\circ\text{C}) = 2,26 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; $\Delta h_{\text{fus}}(\text{glace}) = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; $\gamma = 5/3$ (monoatomique), $7/5$ (diatomique, air).

Méthode : bilan d'énergie en calorimétrie

Système = calorimètre + contenu, transformation monobare et adiabatique : $\Delta H = 0$. Écrire ΔH comme somme des variations de chaque partie (extensivité) en introduisant un **chemin fictif** (échauffement, puis changement d'état à température fixe, puis échauffement). Vérifier la cohérence de l'état final supposé (toute la glace a-t-elle fondu ?).

7.4 Deuxième principe

Entropie et deuxième principe

$$\Delta S = S_e + S_c, \quad S_e = \sum_i \frac{Q_i}{T_i} \quad (T_i \text{ température de la frontière, celle du thermostat}), \quad S_c \geq 0.$$

- $S_c = 0$ pour une transformation **réversible** ; causes d'irréversibilité : inhomogénéités (de température, de pression, de concentration), frottements, effet Joule, réactions chimiques.
- Interprétation statistique : $S = k_B \ln \Omega$ (formule de Boltzmann, fournie) : l'entropie mesure le « désordre ».
- Expressions de S **fournies** : GP $S = C_V \ln T + nR \ln V + \text{cste}$ (ou $C_P \ln T - nR \ln P$) ; phase condensée $S = C \ln T + \text{cste}$.
- Système isolé ou évolution adiabatique : $\Delta S = S_c \geq 0$.
- **Loi de Laplace** : GP, adiabatique et réversible, γ constant : $PV^\gamma = \text{cste}$ ($TV^{\gamma-1}$ et $T^\gamma P^{1-\gamma}$ aussi).
- Changement d'état : $\Delta h_{12}(T) = T \Delta s_{12}(T)$.

7.5 Machines thermiques dithermes

Bilans sur un cycle

Machine en contact avec une source chaude T_c et une source froide T_f : $W + Q_c + Q_f = 0$ et $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$ (inégalité de Clausius).

machine	signes	performance	maximum (Carnot, réversible)
moteur	$W < 0, Q_c > 0, Q_f < 0$	$\eta = \frac{-W}{Q_c}$	$1 - \frac{T_f}{T_c}$
réfrigérateur	$W > 0, Q_f > 0, Q_c < 0$	$e = \frac{Q_f}{W}$	$\frac{T_f}{T_c - T_f}$
pompe à chaleur	$W > 0, Q_f > 0, Q_c < 0$	$e = \frac{-Q_c}{W}$	$\frac{T_c}{T_c - T_f}$

Cycle de Carnot : deux isothermes et deux adiabatiques réversibles. **Cogénération** : valoriser le transfert thermique cédé à la source froide (chauffage urbain).

🏢 Ordres de grandeur

Moteur automobile $\eta \simeq 35\%$; centrale nucléaire $\eta \simeq 33\%$; centrale à cycle combiné $\simeq 60\%$; pompe à chaleur domestique $e \simeq 3-4$; réfrigérateur $e \simeq 3$.

⚠ Pièges classiques

Toujours raisonner sur des *températures absolues* (kelvins). S_e s'écrit avec la température de la *source*, pas celle du système. Un moteur monotherme est impossible. Un cycle a $\Delta U = \Delta S = 0$ mais pas $W = 0$! Le signe des transferts se lit du point de vue du fluide.

★ Regard étoilé

Pourquoi le rendement de Carnot est-il une borne ? Parce que l'entropie reçue de la source chaude, Q_c/T_c , doit être évacuée (au moins) vers la source froide : le fluide ne peut convertir intégralement Q_c en travail. Toute irréversibilité (écart de température aux échangeurs, frottements) crée de l'entropie qu'il faut aussi évacuer, d'où un rendement plus faible.

➡ Et en PSI* ?

La forme infinitésimale des principes conduit en PSI à l'équation de la diffusion thermique ; les principes pour un fluide en écoulement ($\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_u + q$) servent à l'étude des machines industrielles avec le diagramme (P, h) .

Chapitre 8

Statique des fluides

Programme : 3.6 Statique des fluides dans un référentiel galiléen

🔧 Forces de pression et équation locale

- Forces **surfaiques** (pression, viscosité) et **volumiques** (poids, force électrique).
- Force de pression sur un élément de surface : $d\vec{F} = -P dS \vec{n}_{\text{ext}}$ (vers l'intérieur de la paroi). Résultante : découper la surface en éléments ($dS = R d\theta dz$ sur un cylindre...), utiliser les symétries pour trouver la direction, sommer.
- **Équivalent volumique** des forces de pression : $-\vec{\text{grad}} P$.
- **Équation de la statique des fluides** : $-\vec{\text{grad}} P + \rho \vec{g} = \vec{0}$, soit $\frac{dP}{dz} = -\rho g$ (z vertical ascendant).

🔧 Deux modèles de référence

- Fluide **incompressible et homogène** : $P(z) = P_0 - \rho g(z - z_0)$; +1 bar tous les 10 m dans l'eau. Force sur un barrage de largeur L et de hauteur d'eau H (pression relative) : $F = \frac{1}{2} \rho g L H^2$.
- **Atmosphère isotherme** (gaz parfait) : $P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$, $H = \frac{RT}{Mg} \simeq 8 \text{ km}$.

🔧 Poussée d'Archimède et facteur de Boltzmann

- **Poussée d'Archimède** : résultante des forces de pression exercées par un fluide au repos sur un corps immergé : opposée au poids du fluide déplacé, $\vec{\Pi} = -\rho_f V_{\text{imm}} \vec{g}$, appliquée au centre de poussée (centre de masse du fluide déplacé).
- Atmosphère isotherme : $n^*(z) = n_0^* \exp\left(-\frac{mgz}{k_B T}\right)$: la probabilité d'occuper un état d'énergie E est proportionnelle au **facteur de Boltzmann** $\exp(-E/k_B T)$. $k_B T$ est l'énergie de référence de l'agitation thermique.

📊 Ordres de grandeur

$P_{\text{atm}} = 1,013 \text{ bar}$; fosse océanique (11 km) : $\sim 1100 \text{ bar}$; $k_B T \simeq 4 \cdot 10^{-21} \text{ J} \simeq \frac{1}{40} \text{ eV}$ à 300 K (à comparer à une énergie de liaison chimique $\sim \text{eV}$).

⚠️ Pièges classiques

Le signe de dP/dz dépend de l'orientation de l'axe : la pression *augmente* avec la profondeur. La poussée d'Archimède ne vaut $\rho_f V g$ que si le fluide est au repos et entoure complètement le volume immergé (un objet posé au fond, sans eau en dessous, n'en subit pas).

➡ Et en PSI* ?

La statique est le cas $\vec{v} = \vec{0}$ de la mécanique des fluides de PSI : même découpage en particules de fluide, même équivalent volumique $-\vec{\text{grad}} P$, auquel s'ajoutent les forces de viscosité.

Chapitre 9

Induction et forces de Laplace

Programme : 1.7.1 Champ magnétique – 1.7.2 Actions d'un champ magnétique – 1.7.3 Lois de l'induction – 1.7.4 Circuit fixe – 1.7.5 Circuit mobile

9.1 Champ magnétique

 Sources et cartes de champ

- Sources : aimants et courants. Lignes de champ orientées ; elles se **resserrent** là où le champ est intense et entourent les courants.
- Cartes à savoir tracer : aimant droit (du nord vers le sud à l'extérieur), spire circulaire, bobine longue (champ quasi uniforme à l'intérieur, $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$ fourni, quasi nul à l'extérieur). Champ quasi uniforme : bobine longue, bobines de Helmholtz.
- B est proportionnel à l'intensité qui le crée.
- **Symétries** : un plan de symétrie des courants est orthogonal au champ magnétique en ses points ; un plan d'antisymétrie le contient. Les invariances réduisent les variables dont dépend $\vec{B}$.
- **Moment magnétique** d'une boucle plane de surface S : $\vec{m} = IS\vec{n}$ ($\vec{n}$ orienté par le sens du courant, main droite). Un aimant se modélise par un moment magnétique (du sud vers le nord).

 Ordres de grandeur

Champ terrestre $\sim 5 \cdot 10^{-5}$ T (composante horizontale $2 \cdot 10^{-5}$ T en France) ; aimant permanent 0,1 à 1 T au voisinage ; bobine de TP ~ 10 mT ; IRM 1,5 à 3 T. Moment magnétique d'un petit aimant ~ 1 A · m².

9.2 Actions d'un champ magnétique

 Forces de Laplace

- Force sur un élément de courant : $d\vec{F} = i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$, où $\vec{B}$ est le champ **extérieur** (le champ propre ne met pas le circuit en mouvement).
- Barre de longueur ℓ dans $\vec{B}$ uniforme orthogonal : $\vec{F} = i\vec{\ell} \wedge \vec{B}$, $F = i\ell B$; puissance $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$.
- Spire rectangulaire (ou aimant) dans $\vec{B}$ uniforme : résultante nulle, **couple** $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$, puissance $\mathcal{P} = \vec{\Gamma} \cdot \vec{\omega}$. Le moment magnétique tend à s'aligner sur $\vec{B}$: équilibre stable si $\vec{m}$ et $\vec{B}$ sont de même sens, instable s'ils sont opposés (boussole).
- **Champ tournant** : deux bobines d'axes orthogonaux alimentées par des courants en quadrature créent $\vec{B} = B_0(\cos \omega t \vec{u}_x + \sin \omega t \vec{u}_y)$; un aimant le suit (principe du moteur synchrone).

9.3 Lois de l'induction

 Loi de Faraday et loi de Lenz

- Flux à travers une surface s'appuyant sur un contour orienté (normale par la règle de la main droite) : $\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$; champ uniforme et surface plane : $\Phi = BS \cos \theta$.
- **Loi de Faraday** : un circuit soumis à un flux variable est le siège d'une f.é.m. $e = -\frac{d\Phi}{dt}$, orientée dans le sens choisi pour le contour (on dessine e en convention générateur, dans le sens de i).
- **Loi de Lenz** : les effets de l'induction s'opposent aux causes qui leur ont donné naissance (le courant induit crée un flux qui s'oppose à la variation de flux, la force de Laplace freine le mouvement).

9.4 Circuits fixes : auto-induction et inductance mutuelle

⚡ Inductances

- Flux propre : $\Phi_p = Li$ ($L > 0$) ; f.é.m. auto-induite $e = -L \frac{di}{dt}$, d'où le modèle de la bobine $u = L \frac{di}{dt}$ (convention récepteur). Bobine longue : $L = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell}$. Énergie $\frac{1}{2} Li^2$.
- Deux circuits : $\Phi_{1 \rightarrow 2} = Mi_1$ et $\Phi_{2 \rightarrow 1} = Mi_2$ (même M , de signe dépendant des orientations). Deux bobines longues coaxiales en influence totale : $M = \mu_0 \frac{N_1 N_2 S}{\ell}$.
- Équations couplées (régime sinusoïdal forcé) : $\underline{u}_1 = R_1 \underline{i}_1 + jL_1 \omega \underline{i}_1 + jM \omega \underline{i}_2$ et symétriquement. Énergie magnétique $\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$.
- Transformateur** idéal : $\left| \frac{u_2}{u_1} \right| = \frac{N_2}{N_1}$ (signe fixé par les orientations), puissance transmise intégralement. Applications : adaptation de tension (lignes THT), chargeurs, isolement.

9.5 Circuits mobiles : conversion de puissance

⚡ Rails de Laplace et spire en rotation

- Générateur** (rails, barre de longueur ℓ , vitesse v , champ B uniforme) : $|e| = B\ell v$, puis courant induit, puis force de Laplace qui **freine** la barre. Avec une résistance R : $m\dot{v} = -\frac{B^2 \ell^2}{R} v$, $\tau = \frac{mR}{B^2 \ell^2}$.
- Couplage électromécanique parfait** : $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} + e i = 0$: la puissance mécanique perdue est intégralement convertie en puissance électrique.
- Spire en rotation à ω dans $\vec{B}$ uniforme : $\Phi = BS \cos \omega t$, $e = BS\omega \sin \omega t$ (**alternateur**).
- Moteur à courant continu** (entrefer plan, modèle des rails) : un générateur impose le courant, la force de Laplace met en mouvement, la f.é.m. induite (contre-électromotrice) limite le courant quand la vitesse augmente. Utilisations : petits actionneurs (essuie-glaces, vitres, jouets, ventilateurs).
- Courants de Foucault** : courants induits dans un conducteur massif ; freinage (ralentisseurs de poids lourds), plaques à induction, détecteurs de métaux.

✂ Méthode : étude d'un système électromécanique

- Orienter le circuit (ce qui oriente $d\vec{S}$ et e), choisir le sens de i cohérent.
- Équation **électrique** : schéma équivalent avec $e = -d\Phi/dt$ et loi des mailles.
- Équation **mécanique** : loi de la quantité de mouvement ou TMC avec la force de Laplace.
- Découpler, résoudre ; bilan de puissance : multiplier l'équation électrique par i , l'équation mécanique par v , et utiliser $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} = -ei$.
- Contrôler le résultat par la loi de Lenz.

⚠ Pièges classiques

$e = -d\Phi/dt$ n'a de sens qu'avec une orientation explicite du circuit ; sur un schéma, e est fléchée dans le sens de i . Ne pas oublier le flux propre quand l'inductance n'est pas négligeable. La force de Laplace se calcule avec le champ *extérieur*.

➡ Et en PSI* ?

En PSI : équations de Maxwell et forme locale de Faraday ($\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$), ARQS magnétique, milieux ferromagnétiques et transformateur réel, conversion électro-magnéto-mécanique (machine synchrone, machine à courant continu) avec les mêmes bilans de puissance.

Chapitre 10

Introduction à la physique quantique

Programme : 1.8 Dualité onde-particule – formalisme quantique – quantification de l'énergie

Dualité onde-particule

- **Photon** : $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, $p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$. Mis en évidence par l'effet photoélectrique (seuil en fréquence, indépendant de l'intensité) ou l'effet Compton.
- **Onde de matière** : relation de de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$. Mise en évidence : diffraction d'électrons par un cristal (Davisson et Germer), interférences d'atomes ou de molécules.
- **Fonction d'onde** ψ : $|\psi|^2 dV$ est la probabilité de détecter la particule dans le volume dV . Interférences « particule par particule » : chaque impact est aléatoire, la figure d'interférences se construit statistiquement.
- **Inégalité de Heisenberg spatiale** : $\Delta x \Delta p_x \gtrsim \hbar$ (par analogie avec la diffraction par une fente de largeur a : $\Delta p_x \sim p\lambda/a = h/a$). Il n'y a plus de trajectoire.

Quantification de l'énergie

- **Modèle de Bohr** (atome d'hydrogène) : orbite circulaire et moment cinétique quantifié $L = n\hbar \Rightarrow r_n = n^2 a_0$ ($a_0 = 53 \text{ pm}$) et $E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$. Limites : notion de trajectoire incompatible avec Heisenberg, échec pour les atomes à plusieurs électrons.
- **Puits infini** de largeur L : par analogie avec la corde vibrante fixée aux deux bouts, $L = n\lambda/2$, soit $p_n = \frac{nh}{2L}$ et $E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{8mL^2}$.
- **Énergie de confinement** : Heisenberg impose $\Delta p \gtrsim \hbar/L$, donc $E_{\min} \sim \frac{\hbar^2}{2mL^2} > 0$. Plus le confinement est fort, plus les niveaux sont écartés (couleur des boîtes quantiques).

Ordres de grandeur

$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $hc \simeq 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ (photon visible $\simeq 2$ à 3 eV). Électron accéléré sous 100 V : $\lambda \simeq 0,12 \text{ nm}$ (distance interatomique, d'où la diffraction par les cristaux). Balle de tennis : $\lambda \sim 10^{-34} \text{ m}$, aucun effet ondulatoire observable.

★ Regard étoilé

Le critère du « quantique ou classique ? » est toujours une comparaison d'échelles : longueur d'onde de de Broglie devant la taille du système, ou action caractéristique devant $\hbar$. Le même raisonnement en ordre de grandeur (Heisenberg $\Rightarrow$ énergie de confinement) donne la taille et l'énergie de l'atome d'hydrogène sans aucun calcul quantique.

Bonne révision, et bonne rentrée en PSI* !