



CONCOURS COMMUN INP

RAPPORT DE L'ÉPREUVE ORALE

DE MATHÉMATIQUES

1. Remarques générales

• Organisation de l'épreuve

L'épreuve orale de mathématiques dure une heure :

- Une demi-heure pour présenter les documents administratifs et préparer le sujet ;
- Une demi-heure de présentation au tableau

Le sujet proposé au candidat est composé de deux exercices portant sur deux parties différentes du programme de mathématiques de 1^{re} et de 2^e année de la filière PSI.

Une fois entré dans la salle, le candidat prépare le sujet pendant une demi-heure alors qu'un autre candidat présente ses exercices au tableau.

• Matériel

Le papier de brouillon est fourni mais il faut prévoir de quoi écrire. Les smartphones ou autres objets connectés (montres connectées) sont interdits. Les calculatrices sont interdites. Il est fortement conseillé de prévoir de quoi lire l'heure ou un chronomètre. L'examineur ne prête pas de montre et il n'y a pas forcément d'horloge dans la salle.

Des bouchons d'oreilles peuvent être utiles pour ne pas être distrait par l'autre candidat en passage. L'examineur dispose d'un ou plusieurs écrans qui lui permettent de suivre l'oral et prendre des notes.

• Gestion du temps de préparation

Les examinateurs conseillent aux candidats qui attendent de passer leur oral de se tenir prêts avec stylos, pièce d'identité et convocation dans une poche plastique facilement ouvrable. En effet, certains perdent du temps à chercher leurs documents ou stylos dans leur sac alors que le temps de préparation a déjà commencé.

• Gestion du temps de présentation

Le candidat peut débiter sa présentation par l'exercice de son choix. Il peut admettre un résultat intermédiaire, sauter les questions qu'il souhaite et changer d'exercice quand bon lui semble.

Répéter ou réécrire l'énoncé peut paraître une étape rassurante pour le candidat, mais attention de ne pas y passer trop de temps. En revanche, si le candidat prend le temps d'exposer au préalable les différentes étapes de son raisonnement avant de rentrer dans les détails, la qualité de la présentation s'en retrouve améliorée.

Les candidats doivent être conscients qu'ils sont évalués sur l'ensemble des deux exercices. Le candidat ne doit pas s'inquiéter en priorité de terminer un exercice au mépris du second car il est difficile d'improviser sur un exercice qui n'a pas été préparé en amont. Si l'examineur signale que 15 ou 20 minutes se sont déjà écoulées, c'est bien pour inciter le candidat (dans son intérêt) à commencer la présentation du deuxième exercice, même si l'autre n'est pas terminé.

Les candidats ont intérêt à gagner en efficacité dans la présentation de ce qu'ils ont préparé pour bénéficier d'un temps de réflexion supplémentaire sur les questions qu'ils n'ont pas entièrement traitées, en s'appuyant sur les indications éventuelles de l'examineur.

- **Attitude générale**

Les examinateurs ont noté le sérieux de la plupart des candidats qui arrivent préparés pour cette épreuve. Dans la grande majorité, les candidats sont très polis et respectueux. Ils demandent l'autorisation d'effacer le tableau avant de le faire. Un bon dynamisme et une bonne communication sont toujours appréciés et peut permettre de valoriser la note finale.

L'autonomie du candidat est également jugée. Le rôle de l'examineur est de poser des questions avec bienveillance, conscient du stress que peut générer ce type d'épreuve, mais pas de mener l'oral. En particulier, les candidats n'ont pas à rechercher l'approbation régulière de l'examineur durant la présentation. Rappelons que les examinateurs gardent en tête que les candidats vivent des épreuves stressantes et ont le souci de rester bienveillant. Le candidat n'est pas censé réclamer des indications, en revanche l'examineur est libre de faire des remarques.

- **Travail de l'oral**

Une bonne présentation passe par un équilibre subtil entre l'usage du tableau et l'oral. C'est au candidat de juger ce qui mérite d'être écrit et ce qui peut être réservé à l'oral pour gagner du temps, sans pour autant faire de compromis sur la rigueur du propos.

Les examinateurs ne sauraient trop rappeler qu'une affirmation n'est pas une démonstration. De plus, il est attendu qu'un candidat puisse énoncer proprement une définition ou un résultat du programme. À ce titre, un bon usage des quantificateurs est indispensable, même à l'oral.

D'une manière générale, la capacité à présenter une démarche, un raisonnement, voire des difficultés rencontrées de manière claire et convaincante, est une compétence importante attendue des candidats et essentielle dans leur futur métier d'ingénieur. Elle prend donc une part significative dans l'évaluation de l'épreuve orale.

2. Remarques mathématiques

En analyse

La majoration d'une fraction rationnelle est un problème simple mais récurrent : majorer le numérateur, minorer le dénominateur.

Les fonctions trigonométriques réciproques (Arcsin, Arccos, Arctan) interviennent régulièrement dans les exercices et ne sont pas toujours bien connues : ensemble de définition, conditions de dérivabilité et expression des dérivées.

La manipulation d'équivalents, très utile pour les convergences d'intégrales ou de séries, ne vient pas toujours à l'esprit des candidats et trahit trop souvent la mauvaise compréhension de la notion : il ne suffit pas que deux suites ou fonctions aient le même comportement vis-à-vis de la convergence de l'intégrale ou la série étudiée pour être équivalentes.

Les comparaisons séries intégrales, et en particulier les conditions sous lesquelles on peut les mettre en œuvre, sont rarement bien maîtrisées.

Les raisonnements sur les suites et séries de fonctions sont sources de confusion pour beaucoup de candidats. La notion délicate de convergence uniforme est souvent retenue par la convergence vers 0 d'une norme infinie. Peu pensent à l'argument direct d'une suite ou série de fonctions continues dont la limite ne l'est pas.

Sur les fonctions développables en série entière, les techniques sont souvent connues (notamment la règle de d'Alembert), en revanche la nécessité de prouver qu'un rayon est non nul pour garantir qu'une fonction est développable en série entière n'est pas toujours comprise.

Les équations différentielles restent un sujet qui pose des difficultés à beaucoup de candidats. En particulier, la structure de l'ensemble des solutions est souvent mal connue, et la technique du changement de variable, toujours guidée, n'est pas toujours bien menée : certains candidats n'introduisent pas de bonnes notations et ne voient pas qu'il y a lieu de dériver des fonctions composées.

Les fonctions à plusieurs variables inspirent peu les candidats.

En probabilité

La maîtrise globale de ce sujet progresse avec les années. Il reste encore quelques définitions qui semblent faire l'objet d'impasse pendant les années de classes préparatoires, comme celle de la fonction de répartition. Les conditions pour qu'une famille de réels puisse définir une loi de probabilité sont plus ou moins bien connues et beaucoup de candidats ne voient pas que lorsqu'une somme (finie ou infinie) de nombres positifs est égale à 1, prouver que chaque nombre est lui-même inférieur ou égal à 1 est superflu. On voit souvent des confusions entre l'évènement « A inter B » et l'évènement « A sachant B ». Les propriétés de l'espérance sont le plus souvent bien connues, c'est moins le cas pour la variance : variance de $aX + B$, condition pour que la variance soit additive.

En algèbre

La compréhension de la nature des objets est au cœur des enjeux du programme. Une application linéaire sur un espace vectoriel de matrices ou de polynômes peut rapidement déstabiliser la majorité des candidats.

La formule du rang est en général bien connue, mais la compréhension fine de la notion de rang pose parfois des difficultés.

Les calculs par blocs pour les matrices sont rarement bien menés, parfois évités en passant par des calculs coefficient par coefficient bien fastidieux.

La compréhension de la notion d'espaces supplémentaires (voire supplémentaires orthogonaux) est souvent fragile. Un nombre significatif de candidats s'arrête à la somme directe.

Le calcul de déterminant est trop souvent maladroit : traité principalement avec la règle de Sarrus (matrice de taille 3) ou par développement par rapport à une ligne sans trop de réflexion. La mise en œuvre pratique de la réduction (diagonalisation, trigonalisation) de matrices est en général satisfaisante et les conditions pour les matrices sont la plupart du temps connues : valeurs propres et dimension des espaces propres associés, polynôme annulateur scindé à racines simples. L'adaptation à des endomorphismes est souvent moins convaincante, avec des conditions qui sont rarement énoncées spontanément : existence d'une base de vecteurs propres, ou écriture de l'espace comme somme (directe) des espaces propres.

Les calculs sur les polynômes, en particulier leur factorisation (en utilisant à bon escient la division euclidienne) sont souvent maladroits.

Le procédé de Gram Schmidt est souvent méconnu bien que classiquement attendu. En revanche, les questions relevant d'une distance à un sous-espace ou d'une projection orthogonale posent problème à une majorité de candidats. Les notions de projeté orthogonal et de distance à un sous-espace vectoriel sont méconnues.

Peu de candidats utilisent une approche géométrique comme support à leur intuition, alors que c'est souvent éclairant, en particulier en dimension 2 ou 3. Le conseil parfois donné d'illustrer la situation par une figure est trop souvent source de confusion alors qu'il a pour but d'aider.

3. Évolution du format de l'épreuve orale en 2024

L'épreuve orale de mathématiques durera encore une heure.

- Une demi-heure pour présenter les documents administratifs et préparer le sujet.
- Une demi-heure de présentation au tableau.

Le sujet proposé au candidat sera composé **d'un seul exercice détaillé** portant sur le programme de mathématiques de 1^{re} et de 2^e année de la filière PSI de CPGE.

Une fois entré dans la salle, le candidat préparera le sujet pendant une demi-heure.

Il présentera ensuite son exercice puis l'examineur l'interrogera soit sur un exercice plus court, soit sur des questions de cours, soit lui demandera des exemples pour illustrer une autre partie du cours.