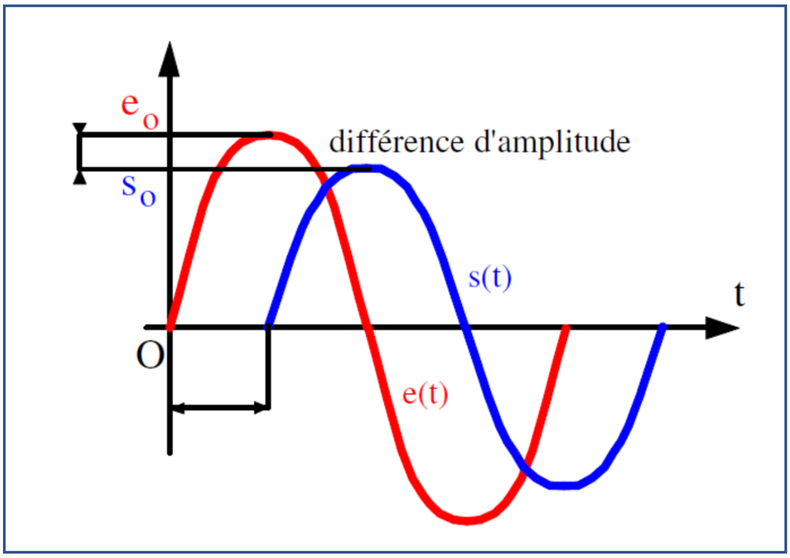
Pour l'étude fréquentielle des systèmes asservis, nous utiliserons les diagrammes de Bode de gain et de Phase.
L'objectif de ce cours est d'analyser la réponse fréquentielle d'un système linéaire à l'aide du tracé asymptotique et réel des diagrammes de **Bode** dans le but d'étudier sa stabilité dans un prochain chapitre

I. ETUDE FREQUENTIELLE : RAPPEL

Le système étudié à une fonction transfert $H(p)$ quelconque. Il est soumis à une sollicitation (entrée) sinusoïdale. La réponse de ce système linéaire est aussi sinusoïdale de même pulsation que l'entrée mais elle est déphasée et son amplitude est différente.



$H(j.\omega)$ est la fonction transfert complexe du système :

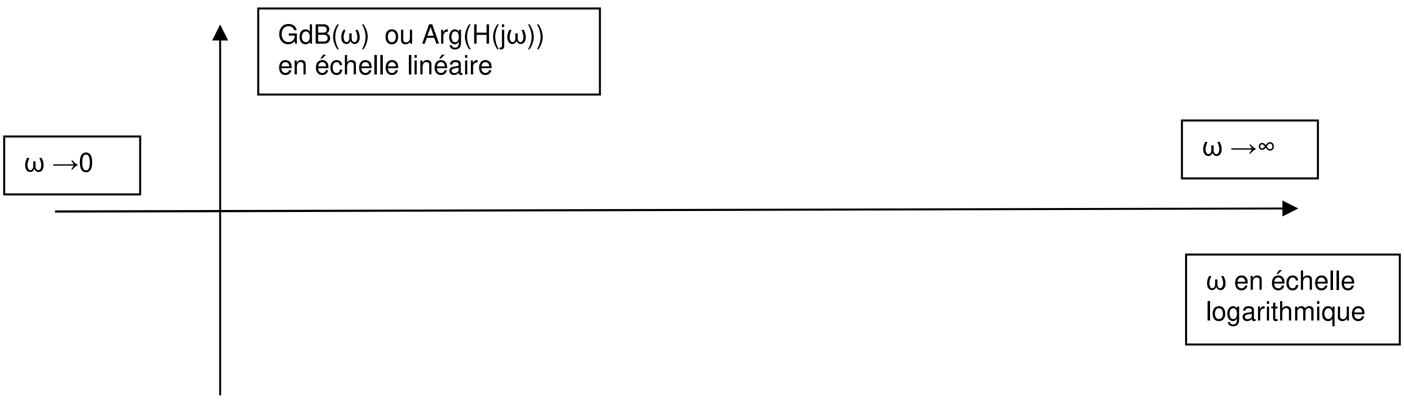
- de module GdB(ω)= $20.\log|H(j\omega)| = 20.\log\frac{s_0}{e_0}$ qui est **le gain en décibel du système.**
- d'argument Arg(H(jω))= φ qui est **la phase du système.**

Conclusion :

L'étude de la fonction de transfert harmonique en fonction de la pulsation ω permet de déterminer l'amplitude et la phase de la réponse harmonique du système. On utilisera pour cela **les lieux de transfert qui sont des représentations graphiques du gain $\frac{s_0}{e_0}$ et de la phase φ.**

Nous étudierons les diagrammes de Bode des systèmes du premier ordre et du second ordre et nous généraliserons.

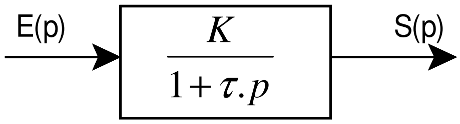
Le diagramme de **Bode** est le tracé du gain $G_{dB}(\omega)$ et $\varphi(\omega)$ en fonction de la pulsation ω.



II. DIAGRAMME DE BODE pour les systèmes du 1er et 2d ordre

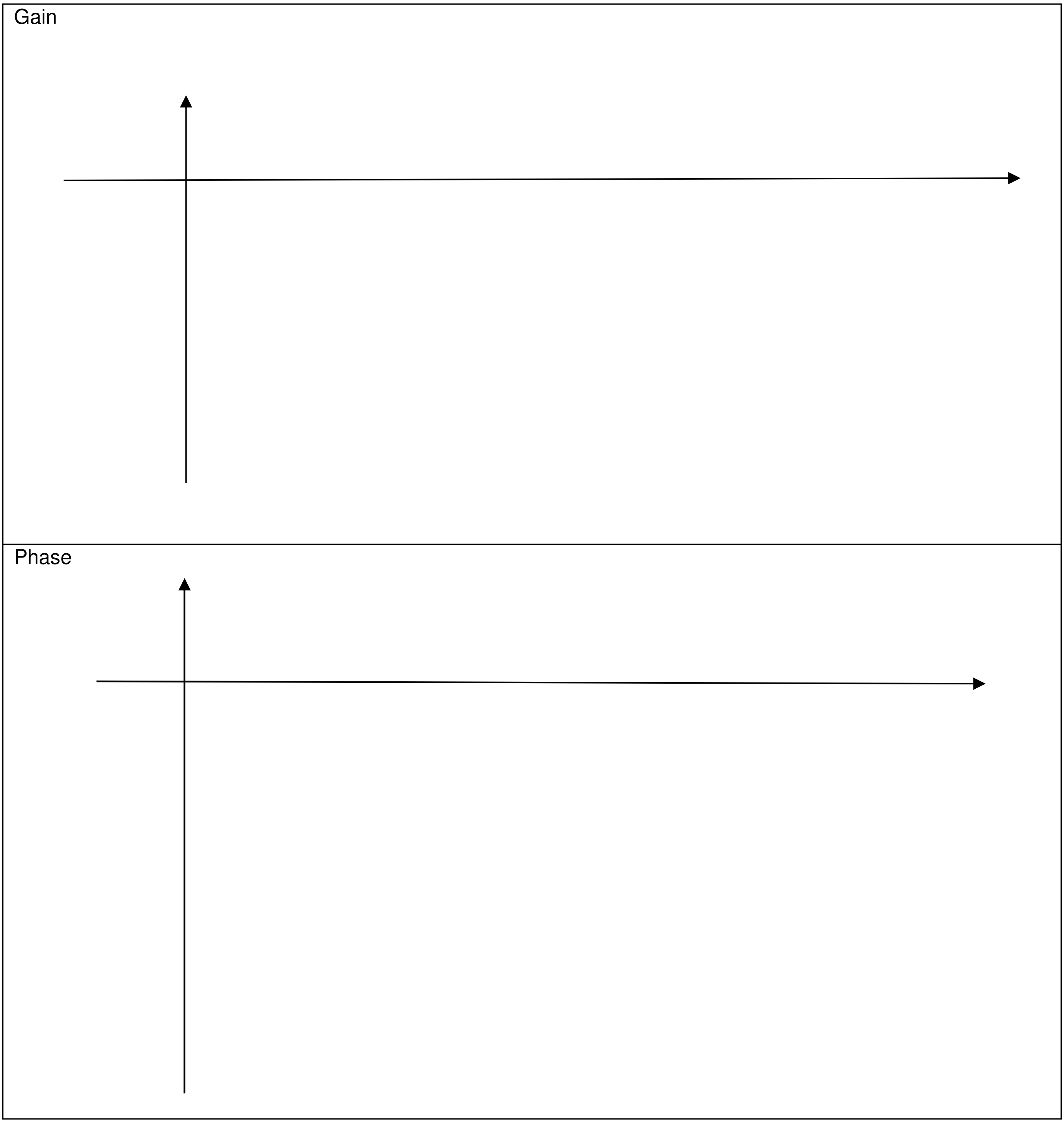
1. Système du premier ordre

Soit un système du premier ordre de fonction transfert :



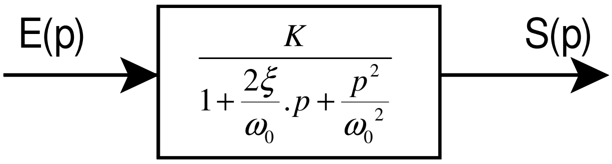
Système du premier ordre

Diagrammes de Bode



2. Système du deuxième ordre

Soit un système du second ordre de fonction transfert :



$$\frac{K}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}.p+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}$$

système du second ordre

Diagrammes de Bode

Gain

Phase

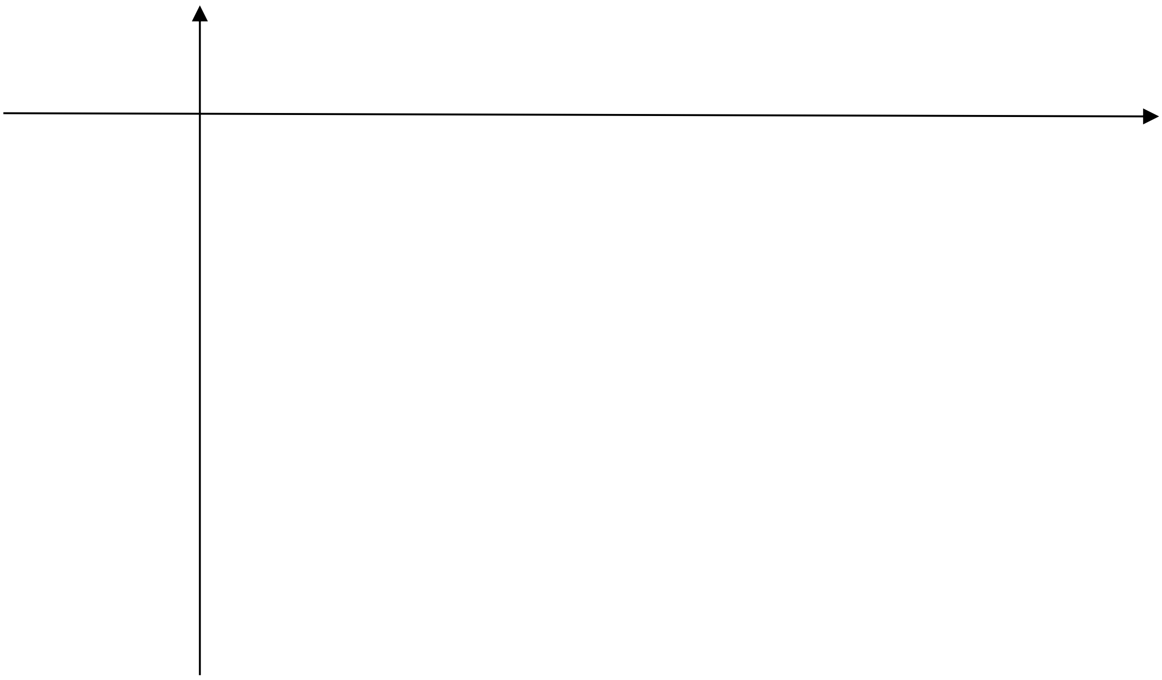
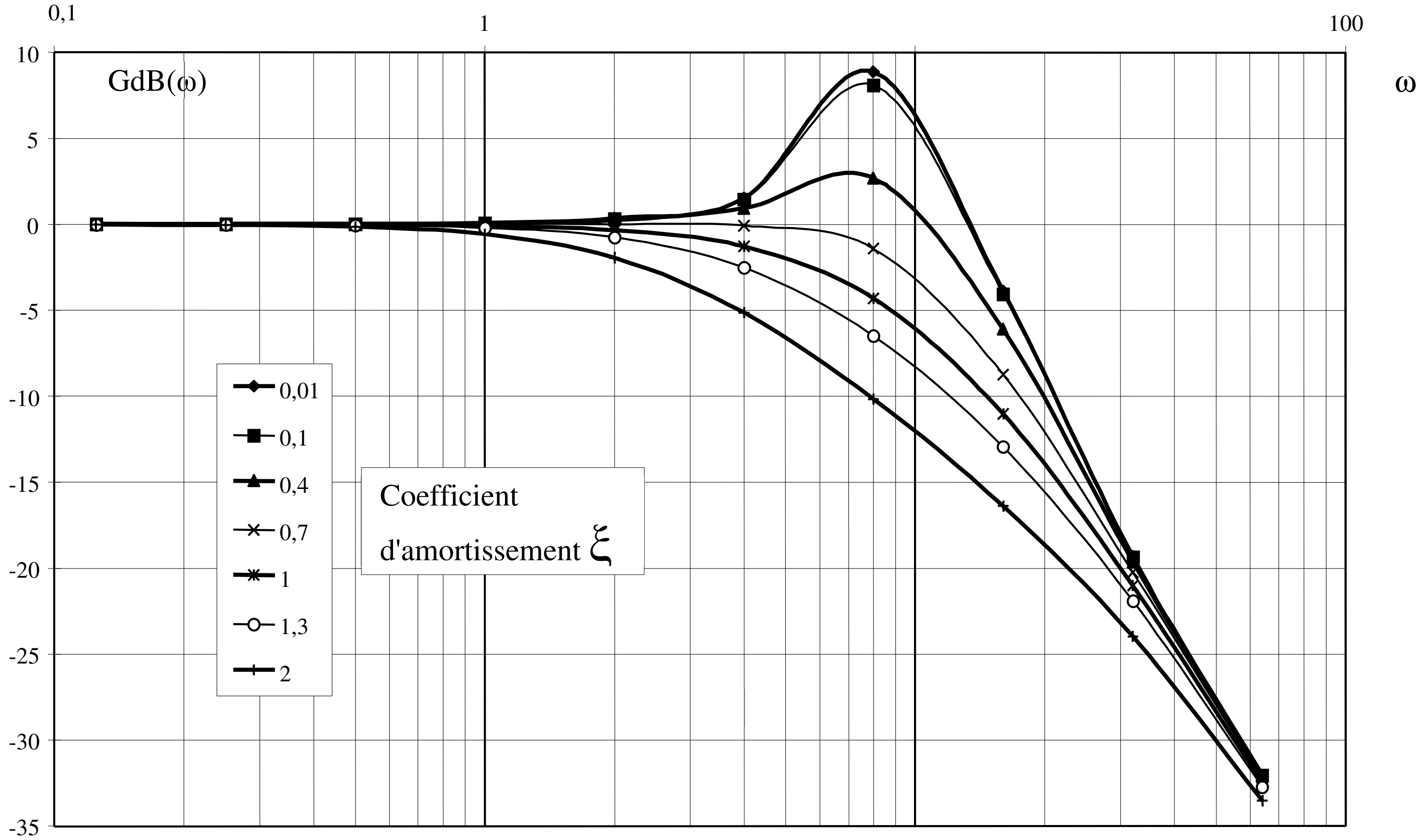
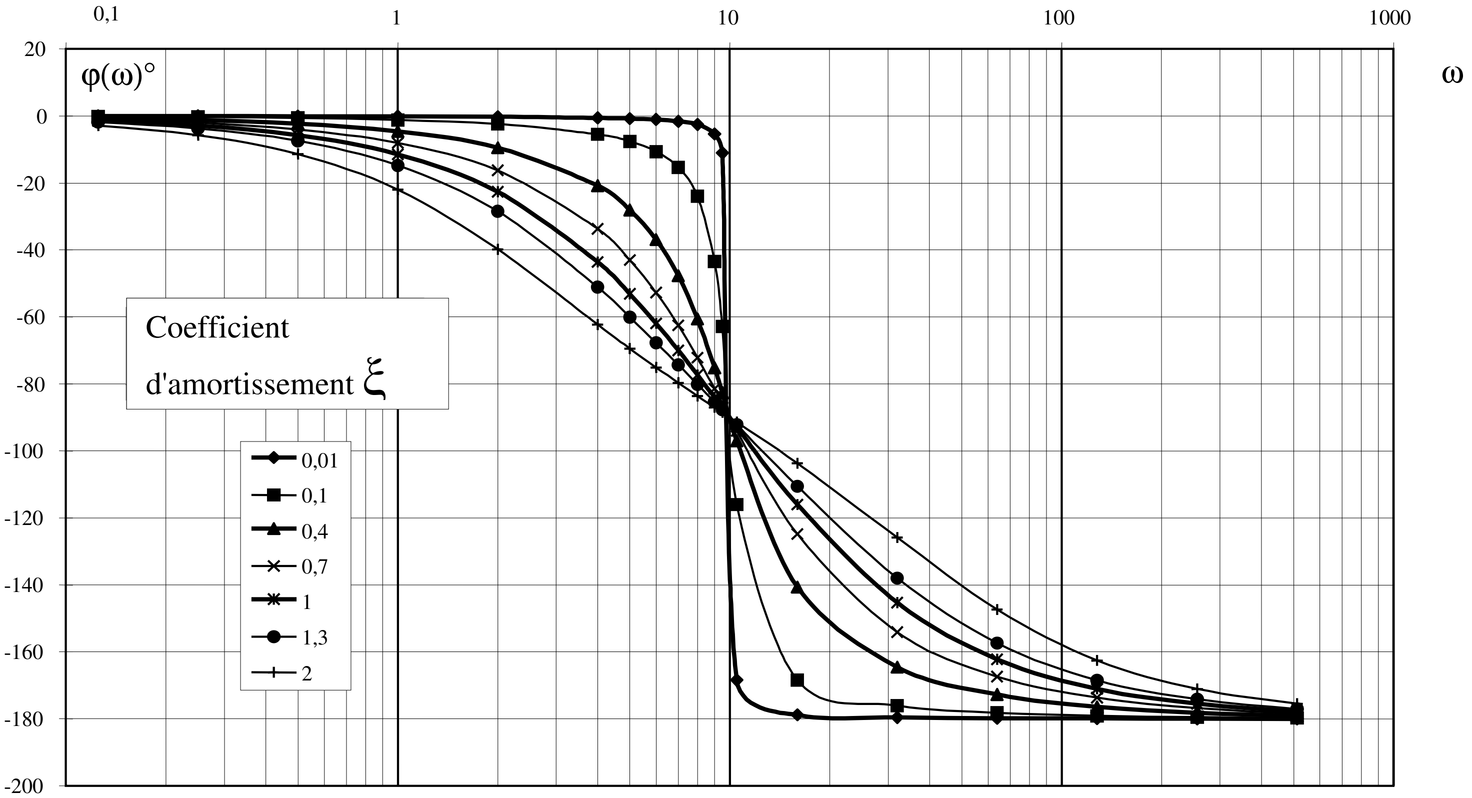


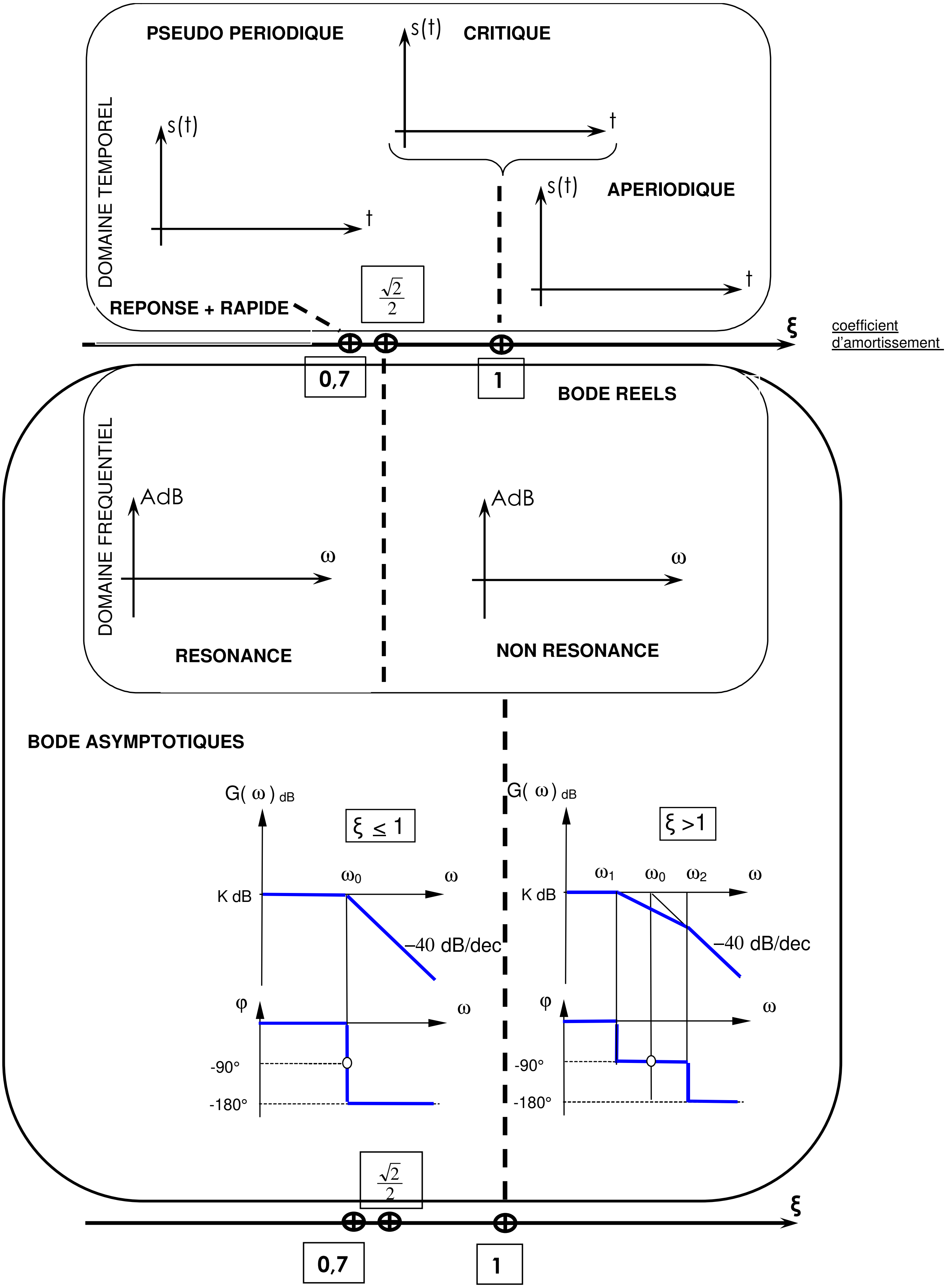
Diagramme de Bode réel en fonction du coefficient d'amortissement :





Evolution de la réponse fréquentielle d'un système du second ordre avec l'amortissement ξ
(ω_0=10 rad/s, K=1)

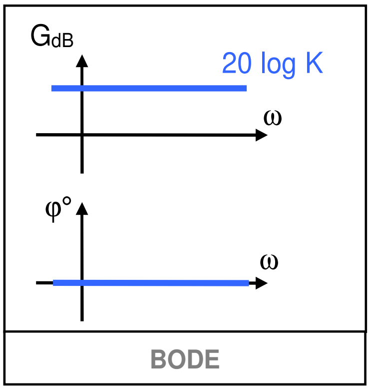
Récapitulatif temporel/fréquentiel pour les systèmes du second ordre



III. ANALYSE DES SYSTEMES ELEMENTAIRES

1. Gain pur : $H(j\omega) = K$

- **gain :** $G_{dB} = 20 \log K$
- **phase :** $\varphi = 0°$

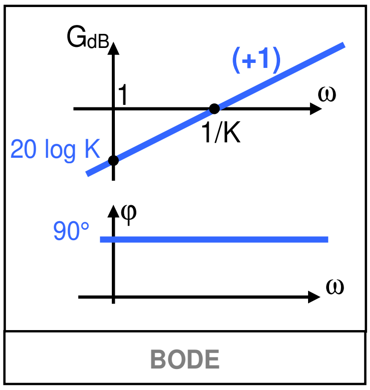


2. Dérivateur pur : $H(j\omega) = jK\omega$

- **gain :** $G_{dB} = 20 \log K + 20 \log \omega$
- **phase :** $\varphi = +90°$

- La pente du gain est de +20 dB par décade (noté +1).

- La droite représentant le gain passe par le point de coordonnées (1, 20 log K)

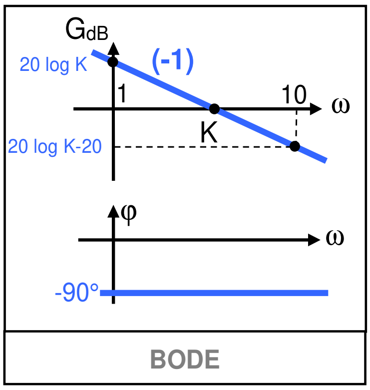


3. Intégrateur pur : $H(j\omega) = \dfrac{K}{j\omega}$

- **gain :** $G_{dB} = 20 \log K - 20 \log \omega$
- **phase :** $\varphi = -90°$

- La pente du gain est de -20 dB par décade (noté -1).

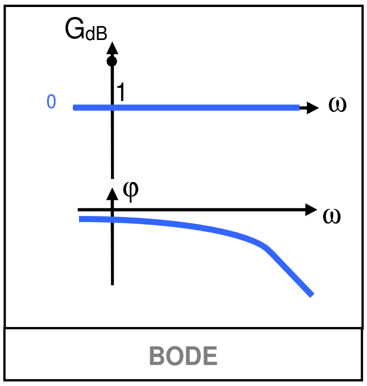
- La droite représentant le gain passe par le point de coordonnées (1, 20 log K)



4. Retard pur : $H(j\omega) = e^{-j\tau\omega}$

- **gain :** $G_{dB} = 0$
- **phase :** $\varphi = -\tau\omega$

ω	0	1/τ	∞
log ω	- ∞	- log τ	∞
φ	0	- 1 rad	- ∞

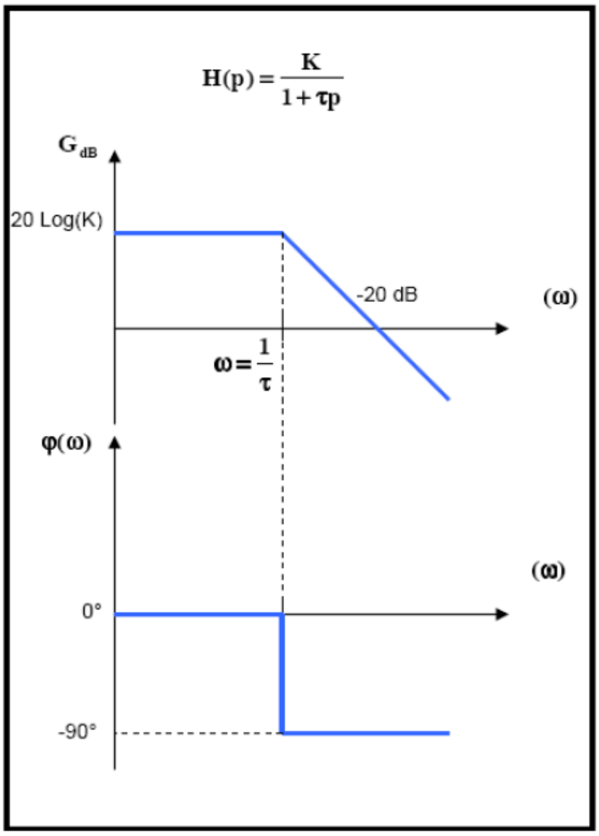


5. Premier ordre et Second ordre (classiques)

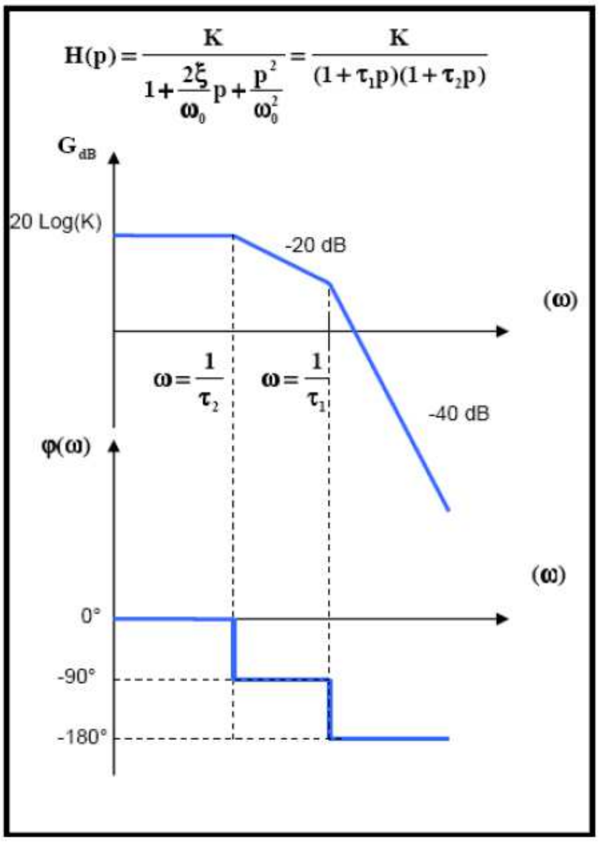
$$H(p)=\frac{K}{1+\tau.p}$$

$$H(p)=\frac{K}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}.p+\frac{p^2}{\omega_0{}^2}}$$

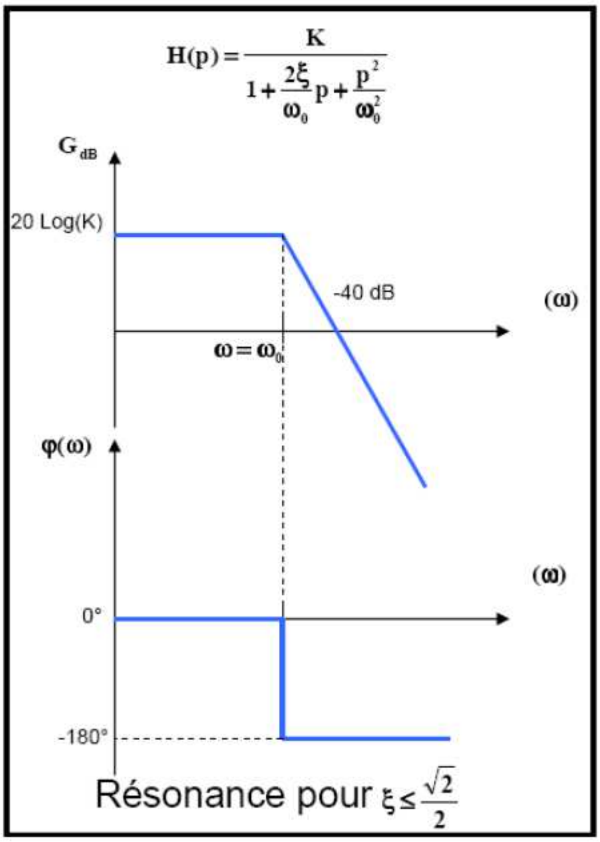
1^er^ ordre



2ème ordre $\xi > 1$



2ème ordre $\xi < 1$

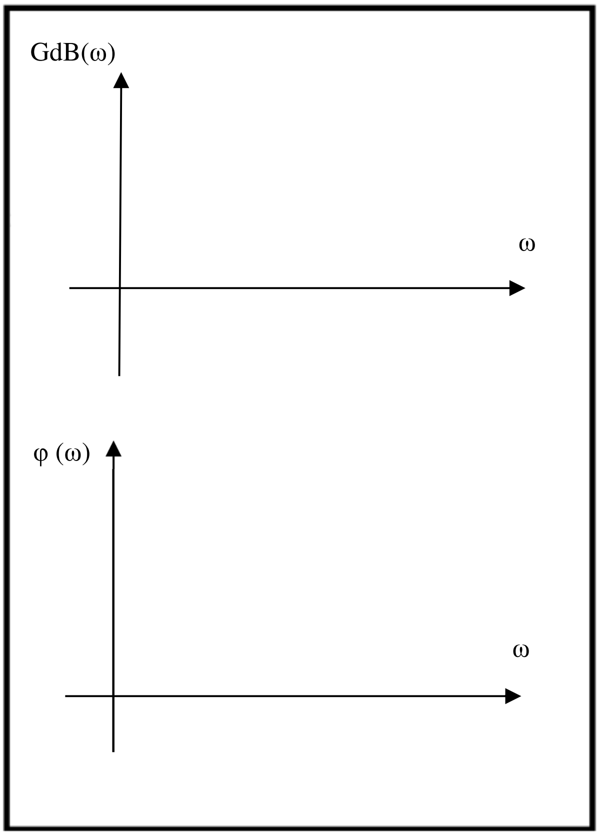


6. Premier ordre et Second ordre (numérateur)

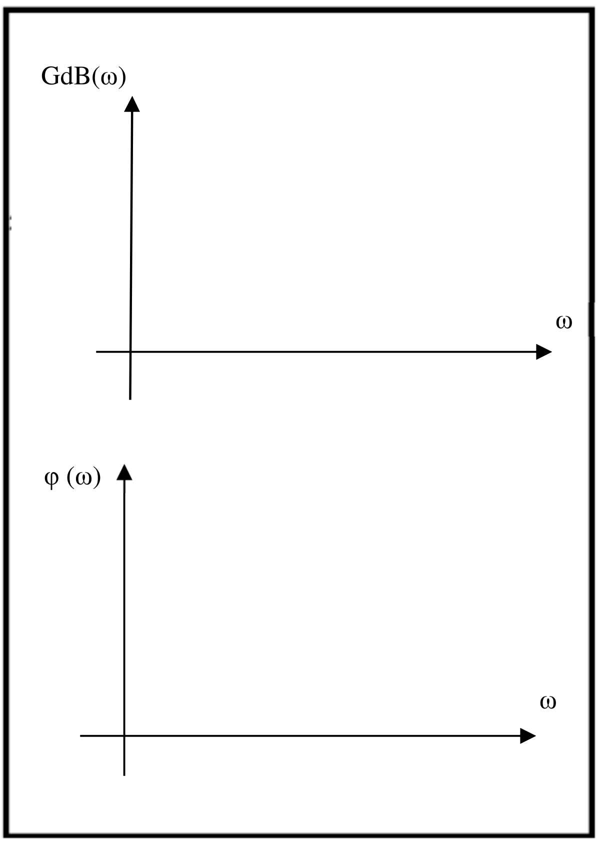
$$H(p) = K\left(1+\tau.p\right)$$

$$H(p) = K\left(1+\frac{2\xi}{\omega_0}.p+\frac{p^2}{\omega_0^{\,2}}\right)$$

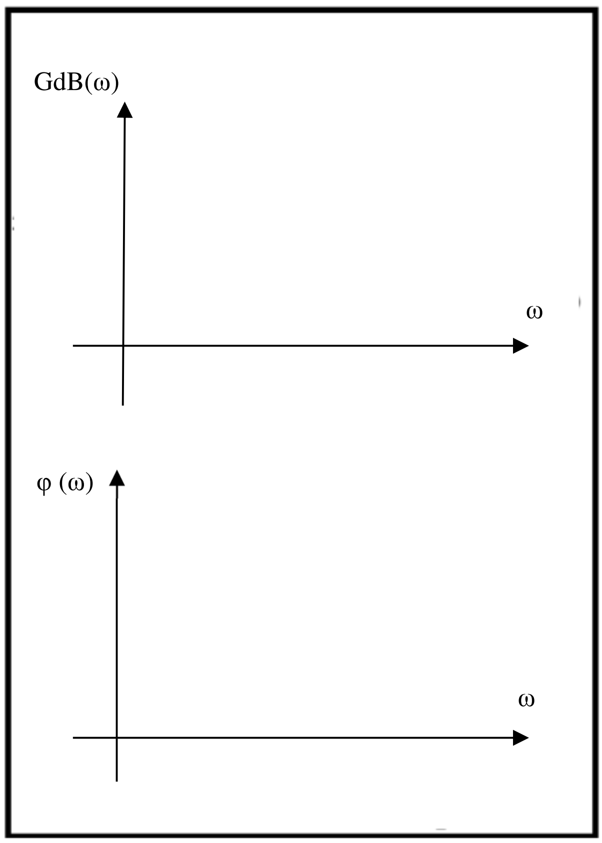
1er ordre



2ème ordre $\xi > 1$



2ème ordre $\xi < 1$



IV. TRACE DE DIAGRAMMES DE BODE POUR UNE FONCTION QUELCONQUE

Pour obtenir le tracé d'un diagramme asymptotique de Bode d'une fonction de transfert quelconque, bien souvent suffisant pour estimer certaines performances du système, on exprime cette fonction de transfert sous forme de produit de fonctions connues (gain pur, dérivateur, intégrateur, premier et second ordre...).

Pour : $H(p) = H_1(p).\, H_2(p)$ l'étude harmonique revient à étudier : $H(j\,\omega) = H_1(j.\omega).\, H_2(j.\,\omega)$.

Nous avons alors :
$$\begin{cases} |H(j.\omega)| = |H_1(j.\omega)|.|H_2(j.\omega)| \\ \mathrm{Arg}\left(H(j.\omega)\right) = \mathrm{Arg}\left(H(j.\omega)\right) + \mathrm{Arg}\left(H(j.\omega)\right) \end{cases}$$

- L'amplitude (en dB) est obtenue en écrivant :

$$20.\log\left(|H(j.\omega)|\right) = 20.\log\left(|H_1(j.\omega)|\right) + 20.\log\left(|H_2(j.\omega)|\right)$$
$$\left(|H(j.\omega)|\right)_{dB} = \left(|H_1(j.\omega)|\right)_{dB} + \left(|H_2(j.\omega)|\right)_{dB}$$

- La phase s'écrit également : $\varphi\left(H(j.\omega)\right) = \varphi\left(H_1(j.\omega)\right) + \varphi\left(H_2(j.\omega)\right)$.

Les courbes d'amplitude et de phase sont obtenues pour le diagramme de Bode en sommant les courbes pour chaque pulsation des fonctions de transfert élémentaires.

Exemple 1 :

$$H_1(p) = 100\frac{(0.01+p)}{(0.1+p)} = K_1\frac{(1+\tau_1 p)}{(1+\tau_2 p)}$$

$K_1 =$

$1/\tau_1 =$

$1/\tau_2 =$

Exemple 2 :

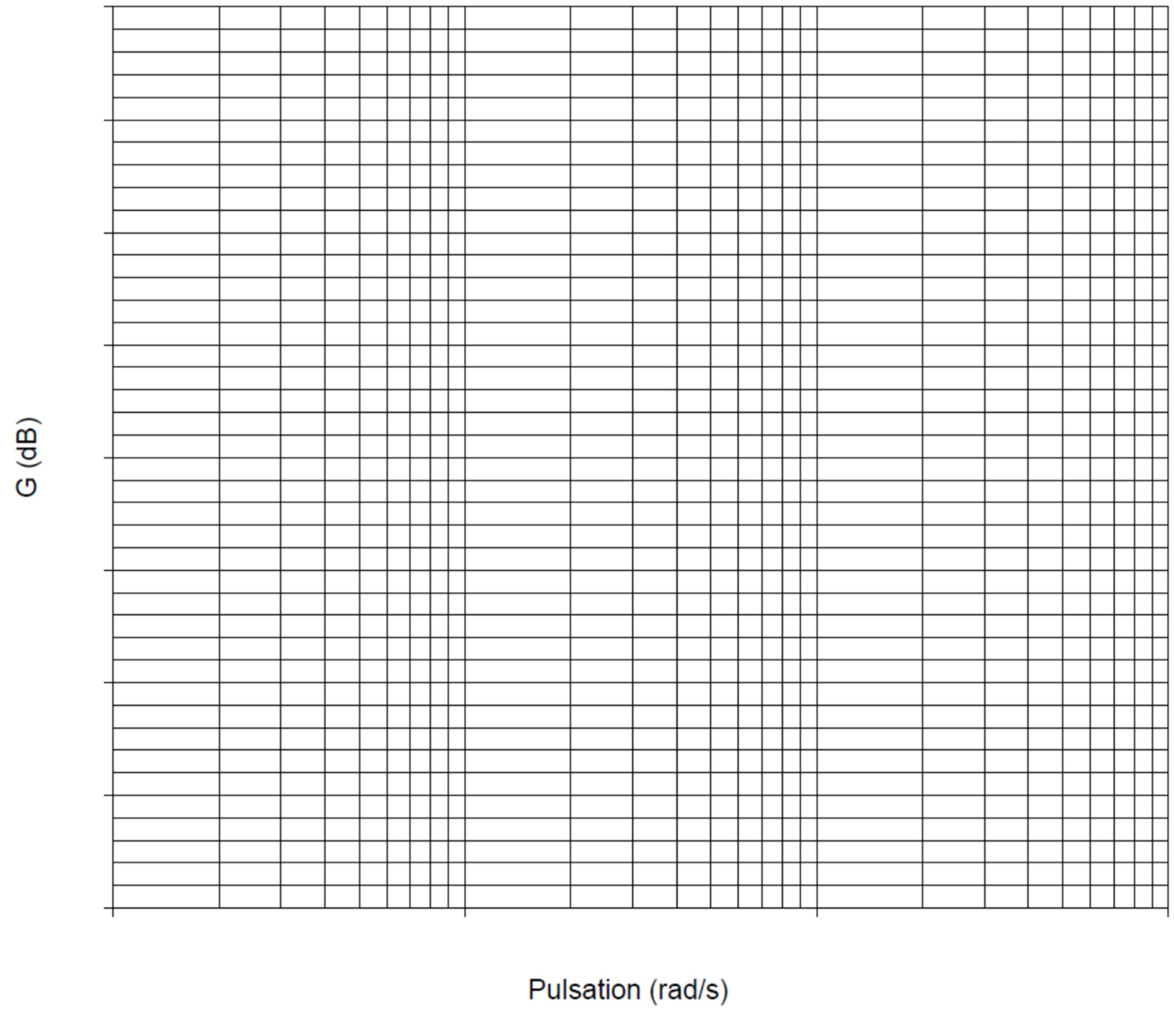
$$H_2(p) = \frac{(0.1+p)}{\left(0.01+1.01p+p^2\right)} = K_2\frac{(1+\tau_3 p)}{(1+\tau_4 p)(1+\tau_5 p)}$$

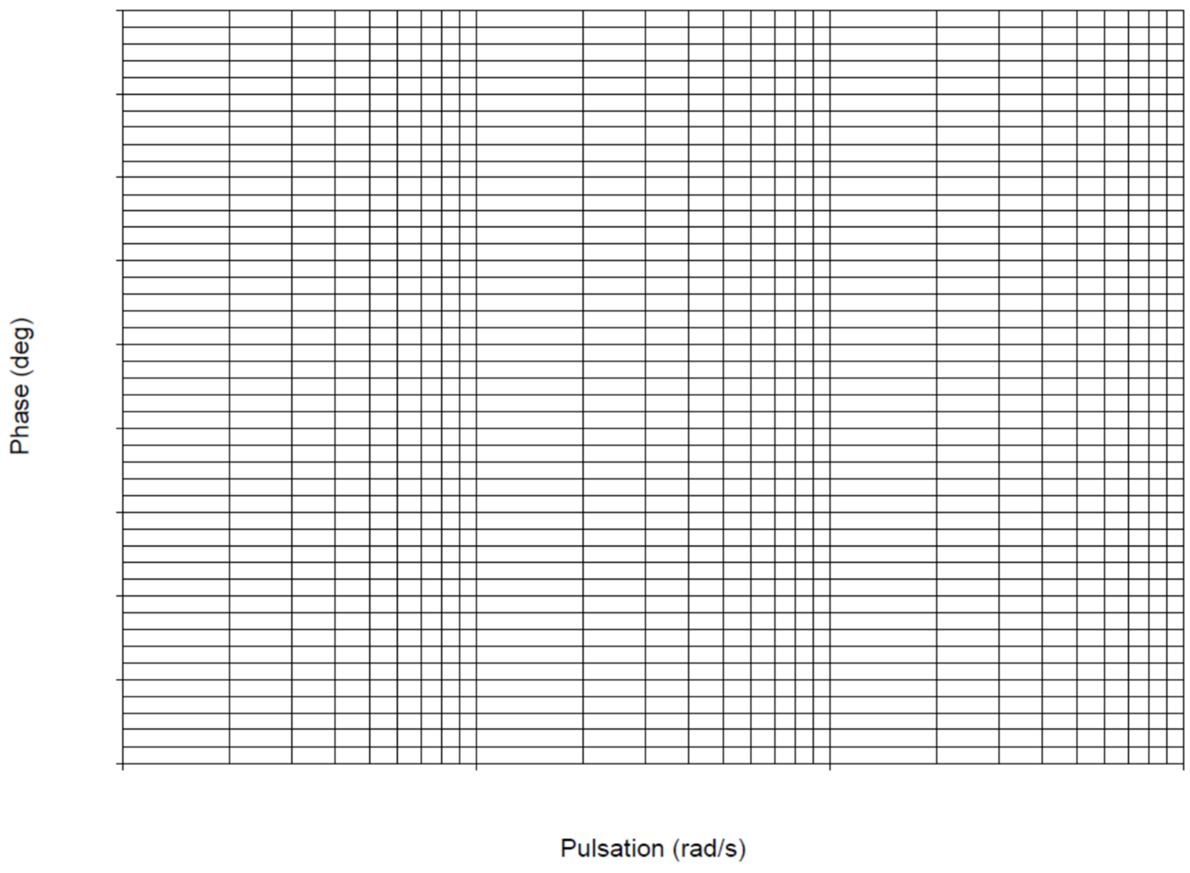
$K_2 =$ $\omega_0 =$ $\xi =$

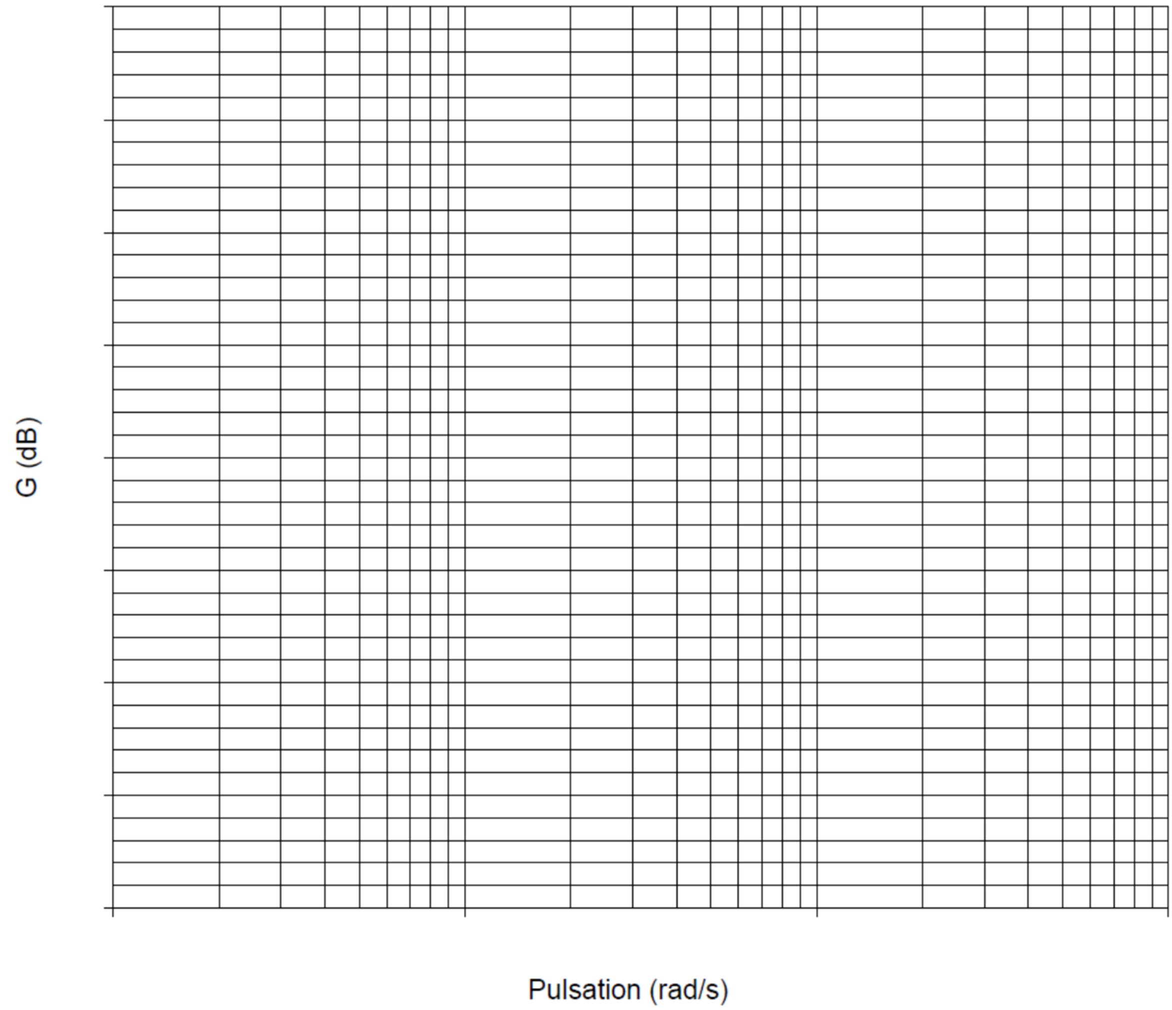
$1/\tau_3 =$

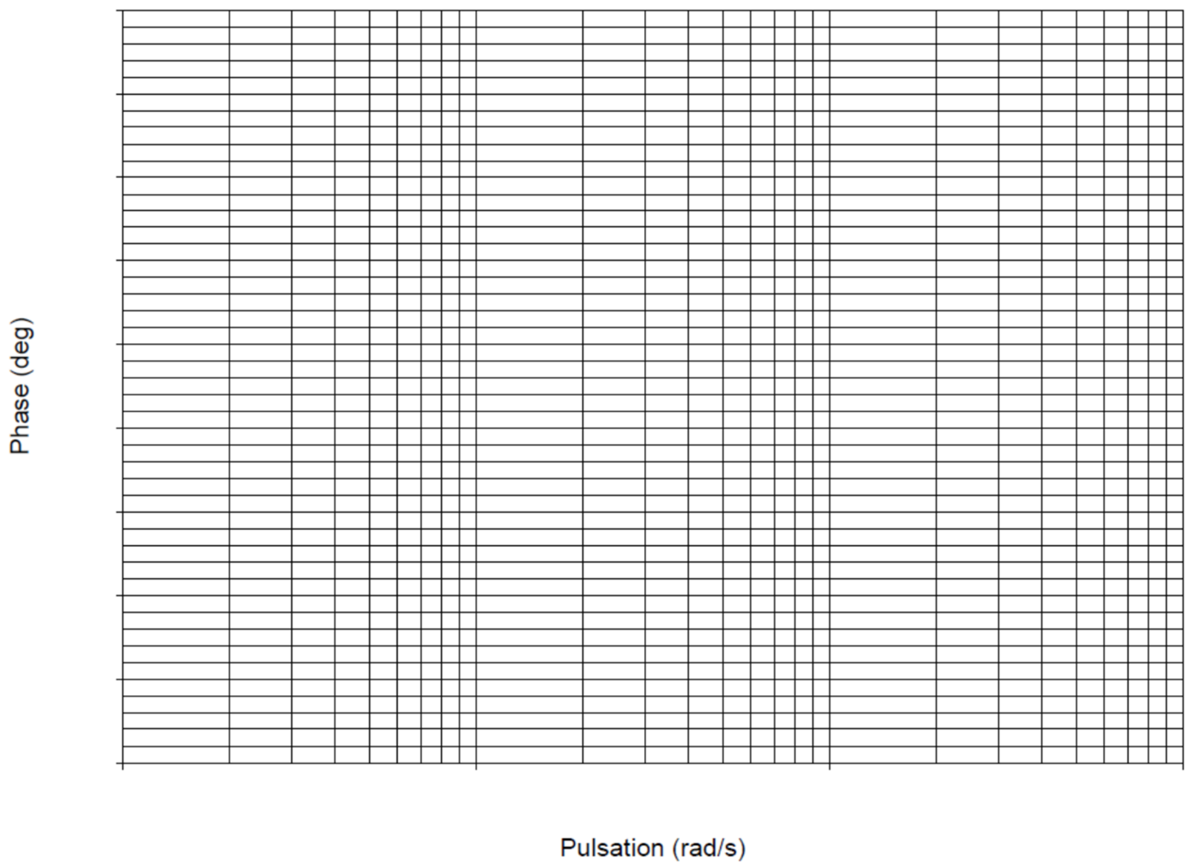
$1/\tau_4 =$

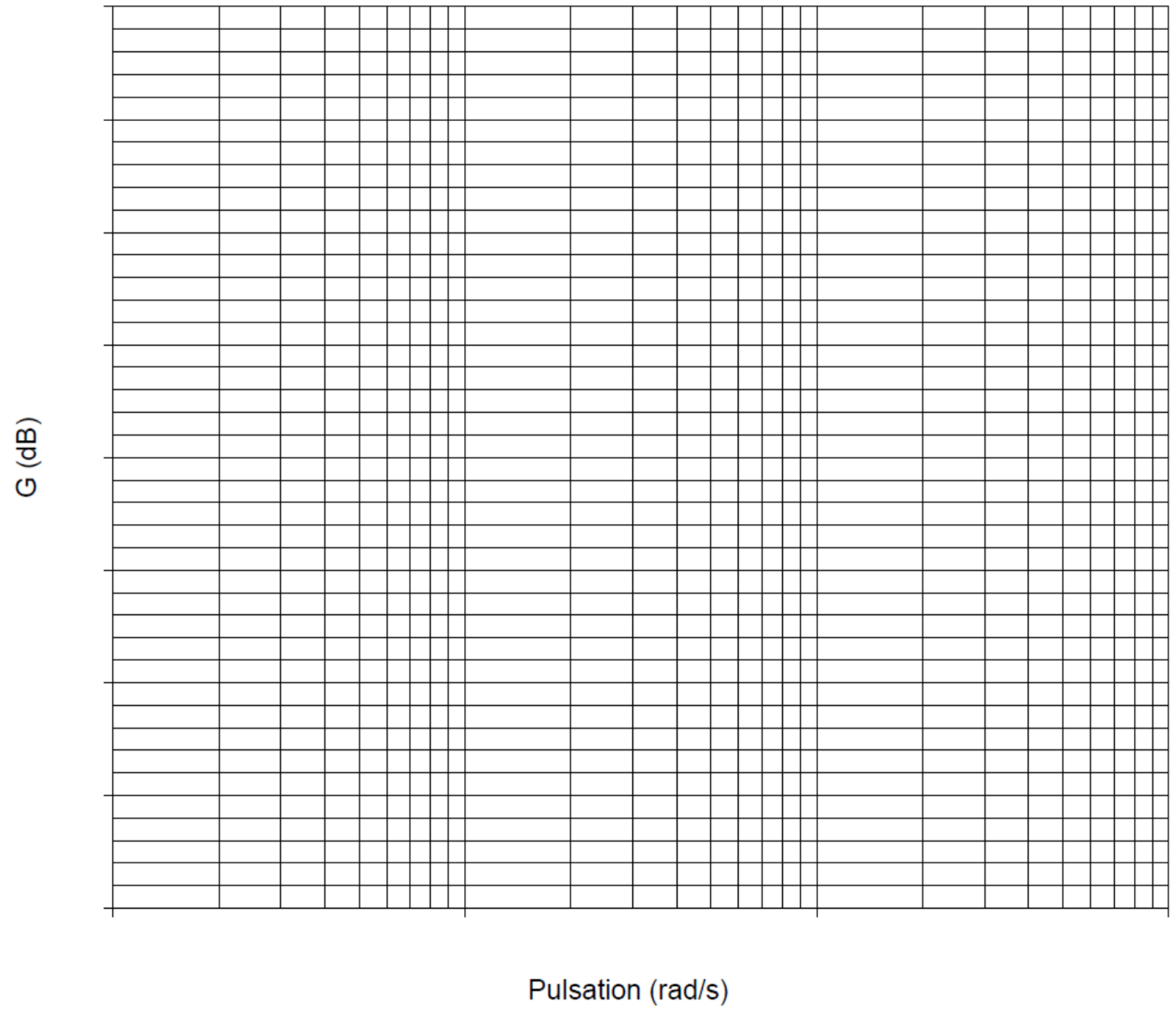
$1/\tau_5 =$

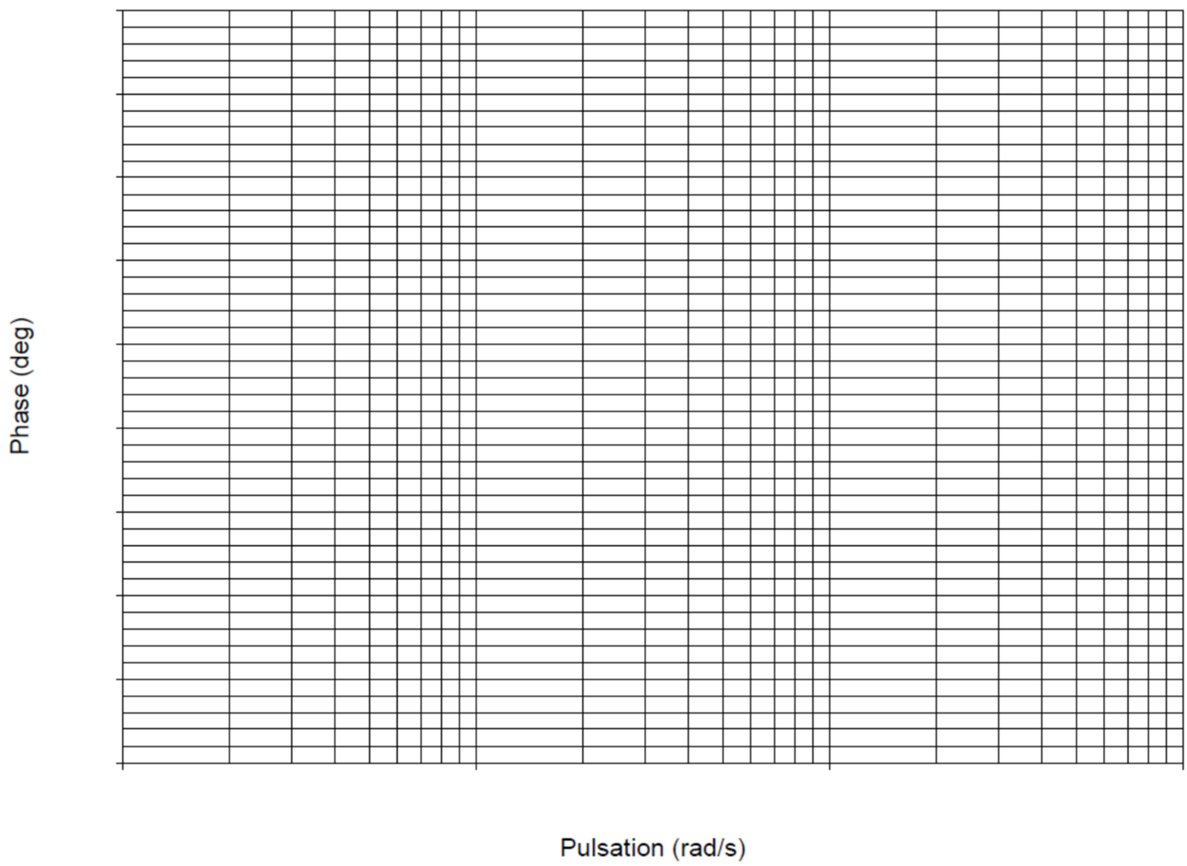

G (dB)
Pulsation (rad/s)

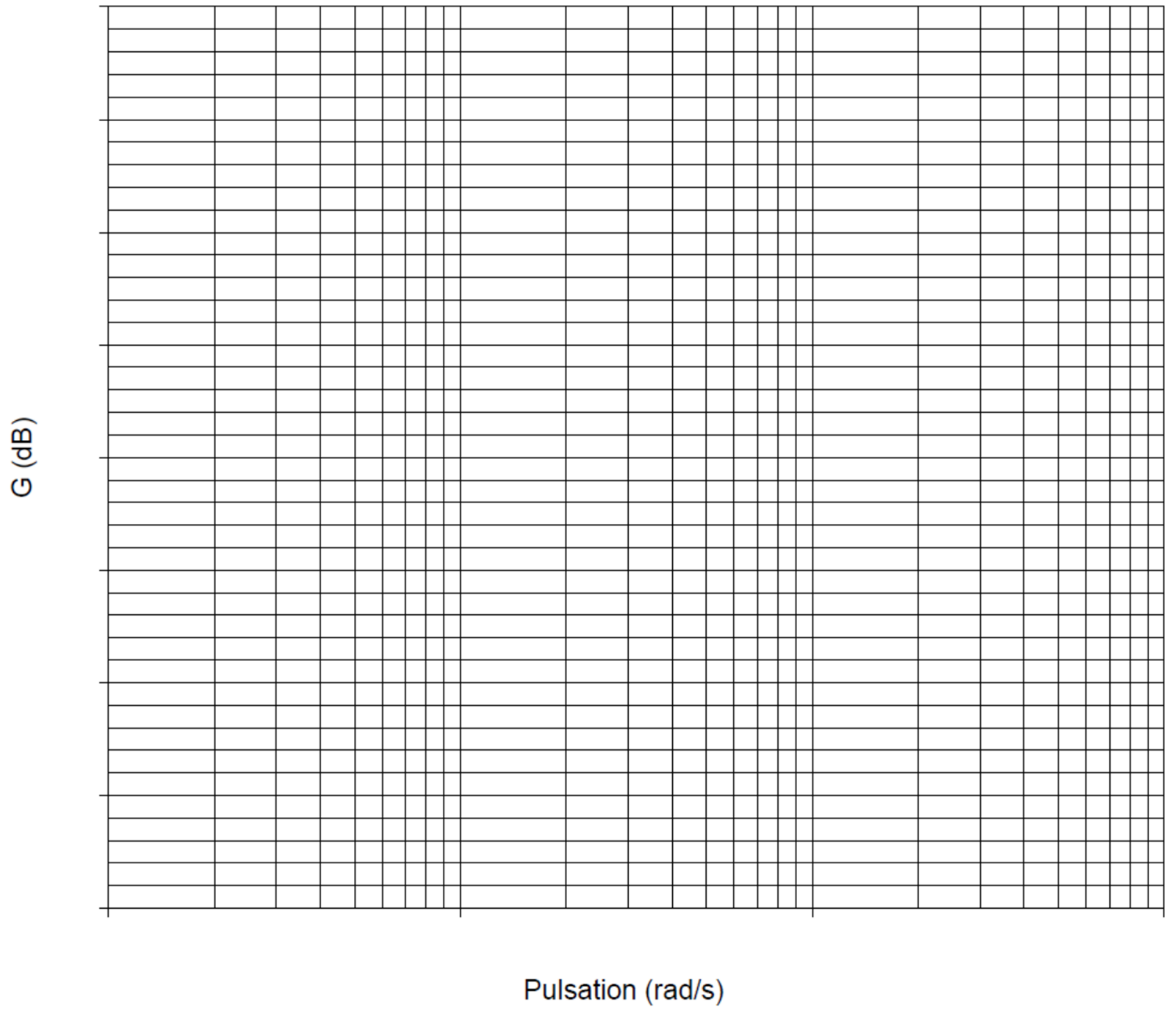

Phase (deg)
Pulsation (rad/s)

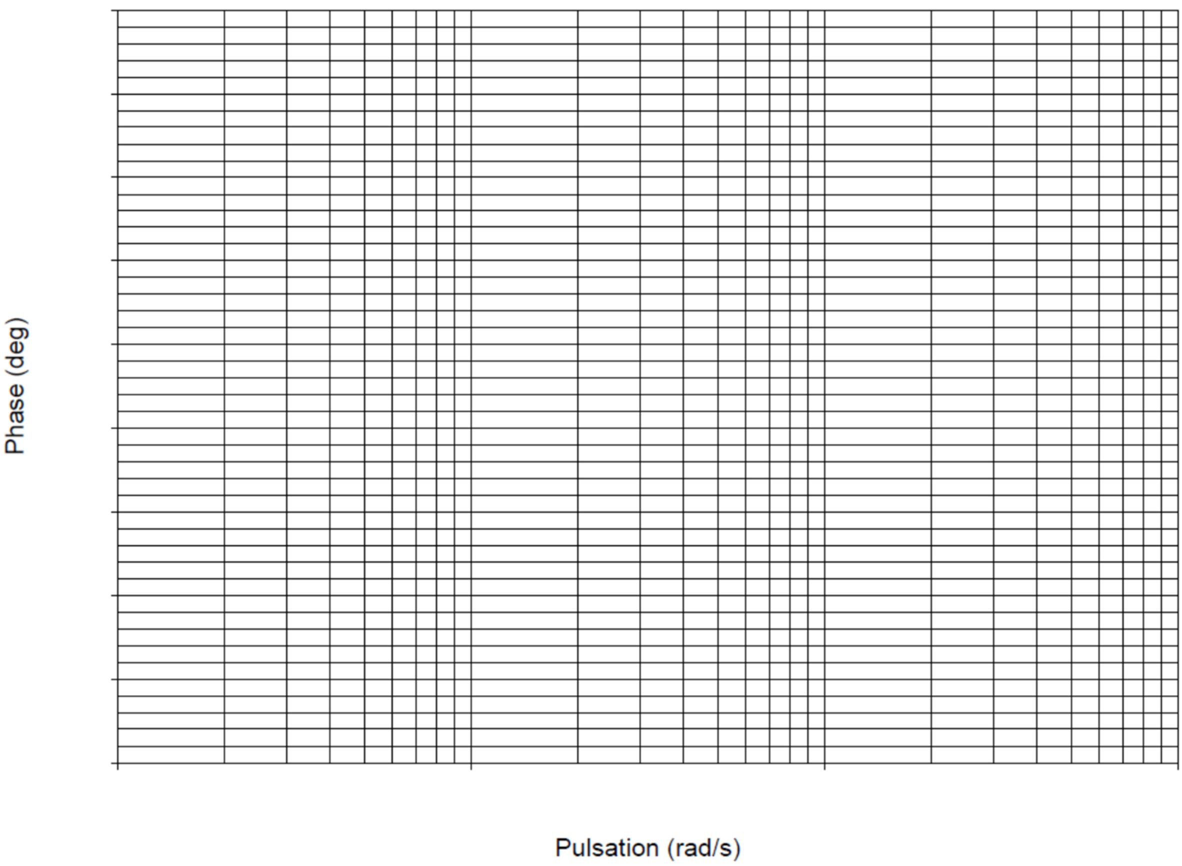

G (dB)
Pulsation (rad/s)


Phase (deg)
Pulsation (rad/s)


G (dB)
Pulsation (rad/s)


Phase (deg)
Pulsation (rad/s)


G (dB)
Pulsation (rad/s)


Phase (deg)
Pulsation (rad/s)